…TTA'S EDUCATIONAL SERIES.

PRACTICAL GEOMETRY, MENSURATION, LAND SURVEYING & LEVELLING

In Bengali

With numerous examples

Compiled

For the use of schools and Professional men.

By NABINA CHANDRA DATTA.

Compiler of "Khagola Bibarana" or Astronomy in Bengali.

ব্যবহারিক জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ এবং সমস্থলপ্রক্রিয়া।

বহুল প্রশ্ন সমেত।

শ্রীনবীনচন্দ্র দত্ত প্রণীত।

কলিকাতা

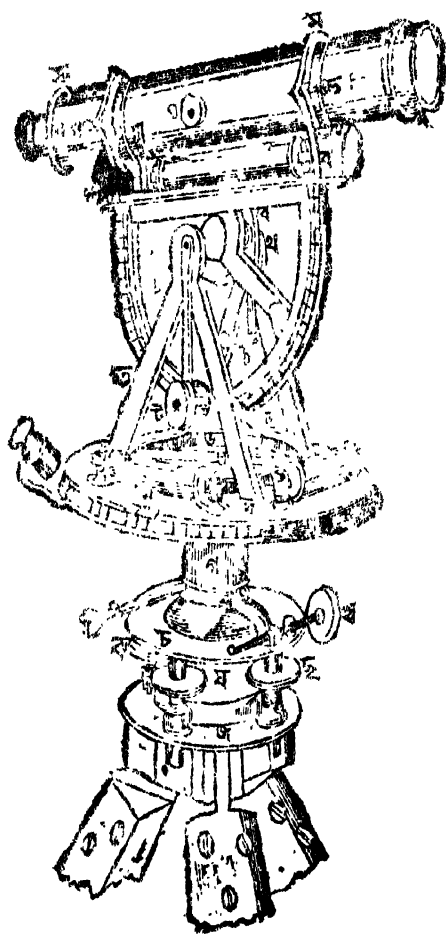
(সিমুলিয়া কাঁসারি পাড়ায়)

৺বারাণসী ঘোষের ষ্ট্রীট, কৃষ্ণদাস পালের লেন

নং ১ বাটীতে হিতৈষী যন্ত্রে

শ্রীকেবলরাম বন্দ্যোপাধ্যায় কর্ত্তৃক মুদ্রিত।

১২৭৬।

গ্রন্থার্পণ।

প্রীতিভাজন শ্রীযুক্ত ঈশানচন্দ্র মুখোপাধ্যায়

প্রিয় সুহৃদ্বরেষু।

সাধু!

গ্রন্থার্পণে লোকে হয় ধনী কিম্বা সদাশয়, সুপণ্ডিত, ন্যায়পর মহাপুরুষদিগকেই লক্ষ্য করে। মহাশয় যদিও ধনী নহেন তথাচ যে সকল গুণে মানব প্রকৃতির সমুন্নতি সাধিত হয় সেই সকল গুণ বহুল পরিমাণে আপনাতে থাকাতে আপনিও একজন মহাপুরুষ বলিয়া পরিগণিত হন। বস্তুতঃ মহাশয়ের তুল্য শান্ত স্বভাব, পরোপকার ব্রতে ব্রতী, উদার, বিকার শূন্য ও ন্যায়পর ব্যক্তি আমি অল্প দেখিয়াছি। আপনার সহিত পরিচিত হইয়া আপনার গুণগ্রামে আকৃষ্ট না হয় এবং মহাশয়কে প্রীতি ও শ্রদ্ধা না করে এমন লোক অতি বিরল। অতএব মৎপ্রণীত এই গণিত গ্রন্থ খানি আপনাকে উপহার প্রদান করিলাম। আপনার নিকট ইহার অনাদরের সম্ভাবনা নাই।

ইতি গ্রন্থকারস্য

২৪এ আষাঢ় ১২৭৬ সাল। সহৃদয় নিবেদনং।

বিজ্ঞাপন।

যখন খগোল বিবরণ গ্রন্থ খানি আমি প্রথম প্রণয়ন করি তখন মনে মনে এই সংকল্প করিয়াছিলাম যে, বিজ্ঞান শাস্ত্র সম্বন্ধীয় আর কয়েক খানি গ্রন্থ ত্বরায় প্রস্তুত করিয়া অস্মদ্দেশীয় নর্ম্মাল বিদ্যালয়ের অভাব দূর করিব। সেই প্রতিজ্ঞানুসারে আমি ব্যবহারিক জ্যামিতি ও ক্ষেত্রব্যবহার নামে এই পুস্তক খানি প্রকাশ করিলাম। পরে আর আর গুলি প্রকাশ করিতে চেষ্টা করিব।

বঙ্গ ভাষায় বিজ্ঞান শাস্ত্র সম্বন্ধীয় পাঠোপযোগী গ্রন্থ অতি বিরল। আপাততঃ ক্ষেত্রব্যবহার গ্রন্থ খানি অতিশয় প্রয়োজনীয় হইয়া উঠিয়াছে দেখিয়া আমি এখানি অগ্রে সংকলন করিলাম। সংকলিত পুস্তক কোন গ্রন্থ বিশেষের অবিকল অনুবাদ নহে। ইহা হটন্স মেনসুরেসন, বেদোর্স মেনসুরেসন, টেটস প্রিন্সিপল্স অব জিয়মিট্রি. মেনসুরেসন এণ্ড লেণ্ড সরভেয়িং, উইলিয়মস প্রাকটিকেল জিয়মেট্রি, প্রভৃতি গ্রন্থ হইতে সংকলিত ও অনুবাদিত হইয়াছে, এবং পাটীগণিত ও অন্যান্য গণিত পুস্তকাদি হইতে দুই একটী বিষয় ও কয়েকটী প্রশ্ন পরিবর্ত্তিত করিয়া উদ্ধৃত করা গিয়াছে।

এই পুস্তকের প্রথম ভাগে ইউক্লিড্ রচিত সুপ্রসিদ্ধ জ্যামিতি শাস্ত্রকে মন্থন করিয়া সার সংকলন করা হইয়াছে। ইহার উদ্দেশ্য এই বালকেরা অল্প সময়ে জ্যামিতির স্থূল স্থূল তত্ত্ব শিখিবে; এবং এরূপ প্রত্যয় হইতেছে যে, ইহার দ্বারা জ্যামিতি শাস্ত্রের আলোচনা অনেক সুসাধ্য হইয়া আসিবে, গণিত শাস্ত্রের প্রধান

প্রধান শাখা অনায়াসে আয়ত্ত হইবে, এবং অল্প সময়ের মধ্যে অধিক বিদ্যা উপার্জ্জন হইবে। এই উদ্দেশ্য কত দূর সমাহিত হইয়াছে, তাহা গনিত শাস্ত্রের পারদর্শিরাই বিচার করিবেন। জ্যামিতির অবলম্বভূত মৌলিক তত্ত্ব গুলি, স্কেলের ব্যবহার, এবং ক্ষেত্রব্যবহারের কতকগুলি নিয়ম যাহা জ্যামিতির প্রতিজ্ঞা হইতে অনুমিত হইয়াছে ও তাহাদিগের যুক্তি এই প্রথম ভাগে বিশেষ রূপে প্রদর্শিত হইয়াছে।

এই পুস্তকের দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ ভাগে, রৈখিক, বর্গ ও ঘন পরিমাণ, এবং পঞ্চম ভাগে শৃঙ্খল দ্বারা ভূমির মাপ, জরীপী নক্সা অঙ্কিত করিবার নিয়ম ও সমস্থল প্রক্রিয়া এই সকল বিষয় সন্নিবেশিত হইয়াছে, এবং লীলাবতীর কয়েকটী উৎকট প্রশ্ন ও শুভঙ্কর প্রভৃতির খনি, পুষ্করিণী প্রভৃতির কালির আর্য্যা ও তাহার যুক্তিও প্রদর্শিত হইয়াছে। ইহাতে যে সকল প্রশ্ন নিবেশিত হইয়াছে তাহার প্রায় অধিকাংশই নূতন; ঐ সকল প্রশ্নের অনুশীলন দ্বারা ছাত্রবর্গের অঙ্ক বিষয়ে বুদ্ধি বিস্ফারণের বিলক্ষণ সম্ভাবনা আছে।

গণিত বিষয়ক দুরূহ অংশ সকল প্রাঞ্জল ভাষায় ও ঋজু উদাহরণে প্রকাশ করিতে সাধ্যানুসারে প্রয়াস পাইয়াছি কিন্তু কত দূর কৃত কার্য্য হইয়াছি বলিতে পারি না। এইক্ষণে এই নব প্রচারিত ক্ষেত্রব্যবহার খানি শিক্ষক ও ছাত্র উভয়েরই ব্যবহারোপযোগী হইলে শ্রম সফল বোধ করিব।

কলিকাতা, ঘোড়াবাগান। [illegible]

শ্রীনবীনচন্দ্র দত্ত।

মুখবন্ধ।

অনেকে মনে করেন যে অস্মদ্দেশে শুভঙ্করী অঙ্ক ভিন্ন অন্য প্রকার গণিতের চর্চা ছিল না, কিন্তু সেটী তাঁহাদিগের ভ্রম, ভারতবর্ষই গণিতবিদ্যার আকর স্থান; এবং আরবি নয় পর্য্যন্ত অঙ্কের সংজ্ঞা এবং দশগুণোত্তর বৃদ্ধির নিয়ম, এই দেশেই প্রথম সৃষ্ট হয়, এবং এখান হইতে পৃথিবীর সর্ব্বস্থানে নীত হয়। বীজগণিতেরও সৃষ্টি এখানেই হয়, আরবীয়েরা ইহার অনুবাদ করে, আরব হইতে ইউরোপ খণ্ডে নীত হয়। পূর্ব্বকালে, যখন পৃথিবীর সমুদায় দেশই অজ্ঞানান্ধকারে আচ্ছন্ন ছিল, তখন ভারতবর্ষ জ্ঞানের আলোকে সমুজ্জ্বলিত ছিল। গণিত বিদ্যা যে এ দেশে কোন সময়ে সৃষ্ট হয়, তাহার কোন নিদর্শন পাওয়া যায় না, এই মাত্র অনুমান করা যায় যে, যে সময়ে আর্য্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, বরাহমিহির প্রভৃতি গণিতবেত্তারা বিদ্যমান ছিলেন, সেই সময়ে উহার বিশেষ চর্চা ছিল, এবং ভাস্করাচার্য্যের সময়ে উহার সমধিক উন্নতি সাধন হইয়াছিল। ভাস্করাচার্য্য ১০৩৬ শকাব্দে সহ্যকুলাচলের নিকটবর্ত্তী নগরে মহেশ্বরাচার্য্য ব্রাহ্মণের ঔরসে জন্ম গ্রহণ করেন। তিনি ৩৬ বৎসর বয়ঃক্রম কালে লীলাবতী, বীজগণিত, গণিতাধ্যায় ও গোলাধ্যায় প্রণয়ন করেন। এই সকল পুস্তকগুলি সুললিত পদ্যে রচিত। কিন্তু তিনি কি কারণে তাঁহার প্রথম রচিত পুস্তকের লীলাবতী নাম রাখেন তাহার কিছুই স্থির করা যায় না। এইরূপ জনশ্রুতি আছে, যে তাঁহার প্রিয়তমা কন্যা লীলাবতী অতি অল্প বয়সে বৈধব্য দশাগ্রস্ত হন, এবং তিনি সেই বিধবা কন্যাকে অন্যমনস্ক রাখিবার নিমিত্ত এই সকল অঙ্ক তাঁহাকে শিখান, এবং সেই জন্য

এই গ্রন্থ খানির লীলাবতী নাম রাখেন। যাহা হউক ভাস্করাচার্য্য প্রণীত এই কয়েক খানি গ্রন্থ ও আর্য্যভট্ট প্রণীত সূর্য্যসিদ্ধান্ত পাঠ করিলে অস্মদ্দেশে গণিত, জ্যোতিষ ও বিজ্ঞান শাস্ত্রের কিপ্রকার চর্চ্চা ছিল তাহা বিশেষ রূপে প্রতীত হয়। কিন্তু ইদানীং উক্ত গ্রন্থ সকলের নিরন্ত চর্চ্চা অযুক্ত তৎসমুদায় একবারে লুপ্তপ্রায় হইয়াছে।

হিন্দুদিগের ক্ষেত্রব্যবহার সম্বন্ধীয় অনেক সংস্কৃত আছে, তন্মধ্যে ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় সংস্কৃতগুলিই অধিক, বিশেষতঃ সমুদায় ক্ষেত্রের ভুজত্রয়ের মান ও তাহার ক্ষেত্রফল জানা যায় সেই সূত্র গুলি বিস্তারিত রূপে লেখা আছে। এই সূত্র গুলি খ্রীষ্টাব্দের ষোড়শ শতাব্দী পর্য্যন্ত ইউরোপ খণ্ডে বিদিত ছিল না, অনন্তর ক্লেবিয়স তাহা প্রথম প্রচার করেন। অপর বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি নিরূপণ করিবার সূত্র আর্য্যভট্টীয়েরা বহুকাল পূর্ব্বে জ্ঞাত ছিলেন, অল্প কাল হইল উহা ইউরোপে প্রকাশ হইয়াছে। ত্রিভুজের যে যে ধর্ম্মগুলি সূর্য্যসিদ্ধান্তে বহুকাল হইল মীমাংসা করিয়া গিয়াছেন তাহাও ষোড়শ শতাব্দীতে ইউরোপে অপরিজ্ঞাত ছিল। পণ্ডিতবর প্লেফেয়ার সাহেব হিন্দুমতে ত্রিভুজতত্ত্ব বিষয়ে যে গ্রন্থ প্রকাশ করিয়াছেন, তাহাতে উহার অনেক প্রশংসা লিখিয়াছেন।

ভারতবর্ষীয় পূর্ব্বতন পণ্ডিতেরা বীজগণিতে যেরূপ পারদর্শী ছিলেন, ক্ষেত্রতত্ত্বে তাদৃশ ব্যুৎপত্তি লাভ করিতে সমর্থ হন নাই। ইউক্লিড্ নামে গ্রীক গণিতবেত্তা যে যে প্রতিজ্ঞার উদ্দেশ করিতেন সকলি দৃঢ়তর যুক্তিদ্বারা উপপন্ন করিতেন, কিন্তু ভারতবর্ষীয় পণ্ডিতেরা যে সকল গণনার সঙ্কেত ও বচন দিয়াছেন তাহার উপপত্তি ও অভিপ্রায় কহেন নাই। গণনাদি কার্য্য সমাধার জন্য যে সকল নিয়ম ও সূত্র আবশ্যক তন্মাত্রই

লিখিয়াছেন। কেবল কার্য্য সাধনোপযোগী জ্ঞান দান যে পুস্তকের উদ্দেশ্য তাহাতে মূলের আবশ্যক নাই ইহা ভাবিয়াই হয়ত সূত্রাদির যুক্তি প্রদর্শন করেন নাই।

সপ্ত ভুজ অথবা নবভুজকে বৃত্তান্তর্গত করিতে হইবে এতদর্থে লীলাবতীতে যে এক প্রশ্ন আছে তাহা ক্ষেত্রতত্ত্ব দ্বারা সিদ্ধ করা অসাধ্য। বীজগণিতের দ্বারাতে সিদ্ধান্ত করিলে ঐ প্রশ্নে এক ঘন সমীকরণ উপস্থিত হয়, তাহার সম্ভাব্য মূল ত্রিবিধ; কিন্তু অঙ্ক দ্বারা সেই মূল যথার্থ রূপে সিদ্ধ হয় না কেবল সূক্ষ্মরূপে সন্নিহিত মূল মাত্র স্থির হইতে পারে। লীলাবতীতে উক্ত ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণার্থে যে যে সংখ্যার নির্দ্দেশ আছে তাহা কিরূপে লব্ধ হয় তাহার কোন বিবরণ নাই, গ্রন্থকার স্বেচ্ছাক্রমে এক সূত্র রচনা করিয়া কহেন যে, সপ্তভুজ ক্ষেত্রের বাহুপরিমাণ ব্যাসের $\frac{৫২০৫৫}{১২০০০০}$ গুণ, এবং নব ভুজের বাহুপরিমাণ ব্যাসের $\frac{৪১০৩১}{১২০০০০}$ গুণ। এই সূত্র নিতান্ত অসত্য নহে, কেননা সপ্তভুজের যথার্থ ভুজ-পরিমাণ [illegible] ও [illegible] মধ্যে ও নব ভুজের বাহুপরিমাণ [illegible] ও [illegible] মধ্যে নির্ণীত হইয়াছে।

লীলাবতীর টীকাকারের মধ্যে রামকৃষ্ণ, গঙ্গাধর ও রঙ্গনাথ উক্তপ্রশ্নের উপপত্তি করিতে চেষ্টাও করেন নাই, তাঁহারা কেবল গ্রন্থকারের কল্পিত অঙ্কটা উদ্ধৃত করিয়াছেন। গণেশ স্পষ্টই স্বীকার করিয়াছেন যে সমবাহুক ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও অষ্টভুজের ন্যায় পঞ্চভুজ, সপ্তভুজ ও নবভুজ পরিমাণ স্পষ্টরূপে উপপন্ন হয় না। পঞ্চভুজের বিষয়ে এ প্রকার স্বীকার করা কর্ত্তব্য নহে, কারণ পঞ্চভুজের বাহু ক্ষেত্রতত্ত্বদ্বারা নির্ণয় করা যায়। সূর্য্যদাস যে নিয়ম নির্দ্দেশ করিয়াছেন তাহা পাঠ করিলে তাঁহার অনভিজ্ঞতা স্পষ্টরূপে লক্ষিত হয়।

ব্রহ্মগুপ্তের পর লীলাবতীর সময় পর্য্যন্ত বৃত্তফল নির্ণয়

প্রসঙ্গে ভারতবর্ষে গণিতশাস্ত্রে বিজাতীয় উন্নতি হইয়াছিল। ব্রহ্মগুপ্ত বলেন যে স্থূল গণনায় পরিধি ব্যাসের ত্রিগুণ, এবং সূক্ষ্ম পরিমাণে ব্যাসের বর্গের দশ গুণের বর্গমূল তুল্য, অর্থাৎ ৩.১৬২৩ : ১। কিন্তু লীলাবতীর রচয়িতা পরিধির স্থূল পরিমাণ তদপেক্ষা অধিক কহেন, অর্থাৎ ২২ : ৭; এবং সূক্ষ্ম গণনায় সত্য নির্ণয়ের আরো নিকটস্থ হইয়াছেন, অর্থাৎ পরিধিপরিমাণ তাঁহার গণনায় ব্যাসের $\frac{৩৯২৭}{১২৫০}$ গুণ।

লীলাবতীতে ক্ষেত্রব্যবহার সম্বন্ধীয় যে যে উদাহরণ আছে সে সকলি সামান্যতঃ ব্রহ্মগুপ্ত প্রণীত ক্ষেত্রব্যবহারের প্রশ্নতুল্য, এই সমস্ত পর্য্যালোচনা দ্বারা প্রতীতি হইতেছে যে ভারতবর্ষীয় লোকেরা ক্ষেত্রব্যবহার ও গণিত ঘটিত আর আর বিষয়ে ভিন্ন দেশীয় সাহায্য নিরপেক্ষ অনেক উন্নতি সাধন করিয়াছিলেন।

যাহা হউক এইক্ষণে শিক্ষক ও ব্যবসায়ী লোকের ব্যবহারোপযোগী এমন কোন গ্রন্থ নাই যাহাতে জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ, ও সমস্থল করণের সূত্র ও প্রক্রিয়াগুলি একত্রে পাওয়া যায়। এই অভাব পরিহারের জন্য এই গ্রন্থ খানি সংকলিত হইল।

জ্যামিতি বালক শিক্ষা পদ্ধতি মধ্যে থাকা নিতান্ত আবশ্যক। বীজগণিত না থাকিলে যেমন উক্ত পদ্ধতি অসম্পূর্ণ হয়, জ্যামিতির অভাবেও উহা তেমনি অঙ্গহীন হয়। ফলতঃ এই উভয় বিদ্যার অনুশীলনেই সমান উপকার হয়। জ্যামিতি প্রথমে কিরূপে উদ্ভাবিত হয়, তাহা নির্দ্দেশ করা উচিত, তাহা হইলে তৎসম্বন্ধীয় প্রাথমিক সূত্রগুলি বিদ্যার্থীগণ কি উপায়ে সহজে হৃদয়ঙ্গম করিতে পারে তাহা উপলব্ধি হইবে। এই বিদ্যার চর্চ্চা যে অতি প্রাচীন কাল হইতে আরম্ভ হইয়াছে তাহার সন্দেহ নাই। জলে, স্থলে, কি আকাশে চারিদিকে

এ সমস্ত পদার্থ নয়নগোচর হয় সম্বন্ধেই একটা অঙ্ক সামঞ্জস্য আছে, এই অঙ্ক সামঞ্জস্য জ্যামিতির নিদানভূত, এবং মানুষ বুদ্ধি বৃত্তির স্ফূর্ত্তির উপক্রমেই এই সামঞ্জস্য লক্ষ্য করিয়া "রেখা," "বর্গ," "শঙ্কু" প্রভৃতির পরস্পর সম্বন্ধ ও তাহাদিগের কাহার কি সাপেক্ষতা তাহা অনুসন্ধান করিতে অবশ্যই উদ্যোগবান হইয়াছিল। এই অনুসন্ধানে যুক্তি ও অনুমান দ্বারা জ্যামিতি গণিতে যে সমস্ত প্রকরণ উপলব্ধ হইয়াছিল তাহা তদানীন্তন সামান্যবুদ্ধি মনুষ্যেরা কখন বহু বাক্‌বিতণ্ডা, পরিভাষা প্রভৃতি আড়ম্বর করিয়া প্রমাণ করে নাই, তাহাদিগের সিদ্ধান্ত যখন যাহা উদয় হইয়াছিল তখনই তাহা পরিমাণ করিয়া প্রমাণ করিয়াছিল। পরিভাষার স্থানে তাহারা প্রতিকৃতি নিদর্শন করিত, সুতরাং তাহাদিগের উপপত্তি সকলও ভ্রমাত্মক হইত না, কেননা আকারগত জ্ঞান বিবরণ পাঠে অনতিপরিস্ফুট হয়, কিন্তু প্রতিকৃতি দর্শনে তদ্বিষয়ে অণুমাত্র সন্দেহ থাকে না। প্রক্রিয়ার প্রতি তাহাদের লক্ষ্য ছিল না, ফলসিদ্ধ করাই তাহাদের উদ্দেশ্য ছিল, এবং এই উদ্দেশ্য যাহাতে সহজে সম্পাদিত হইত তাহারা তাহাই করিত। সংস্কার কিরূপে জন্মে তাহা নির্দ্দেশ করিয়া অথবা নৈয়ায়িকের বিচার প্রণালী অনুযায়ী যথাক্রমে পূর্ব্বপক্ষ, উত্তর পক্ষ, ও সিদ্ধান্ত দ্বারা তাহারা উপপত্তি সাধন করিত না, তাহাদের উপপত্তি প্রকৃতিসিদ্ধ বুদ্ধির আয়ত্ত হইলেই হইত। ফলতঃ অনুষ্ঠান ও অনুমান উভয়েরই পরস্পরের সহিত কার্য্য কারণ সম্বন্ধ আছে। কখন বা প্রথমে নূতন যুক্তি উদ্ভাবিত হইয়া তাহার অনুষ্ঠান হয়, এবং কখন বা কার্য্যের অনুষ্ঠান হইতে নূতন যুক্তি ও অনুমানের উদয় হয়। যাহা হউক যে আনুমানিক প্রক্রিয়া দ্বারা কোন জ্ঞান প্রথম সংস্থাপিত হয় সেই প্রক্রিয়ানুযায়ী

অধ্যাপনা প্রণালী অবলম্বন করিলেই বিদ্যার্থীগণ সহজে উক্ত বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় সূত্রগুলি অভ্যাস করিতে পারে। পুর্ব্বলিখিত এই গ্রন্থে যে সমস্ত উপপত্তি সন্নিবেশিত হইয়াছে তাহা সাধন করিতে প্রকৃত নৈয়ায়িকের প্রণালী অনুসরণ করা হয় নাই, যে প্রণালী দ্বারা পরিস্ফুট জ্ঞান জন্মে ও যাহা সামান্য বুদ্ধির আয়ত্ত হইতে পারে তাহাই অনুসৃত হইয়াছে। যে সমস্ত উপপাদ্যে কেবল বিচক্ষণতা ও পাণ্ডিত্য প্রকাশ অথবা যাহাতে ব্যবসায়ী লোকের বিশেষ প্রয়োজন নাই তাহা পরিত্যক্ত হইয়াছে। আর যে সমস্ত উপপাদ্য গৃহীত হইয়াছে তাহার প্রমাণ ও প্রয়োগ উভয়ই প্রদর্শিত হইয়াছে, কেননা তাহা হইলে পাঠকবর্গ বুঝিতে পারিবেন যে সেই উপপাদ্য দ্বারা পরিণামে কি কার্য্য সাধন হইতে পারিবে। অপর কোন কোন উপপত্তি সাধনের দুই এক প্রক্রিয়া উক্ত হয় নাই, তাহার তাৎপর্য্য এই যে পাঠকেরা তত্তৎ প্রক্রিয়া নিজে উদ্ভাবনা করিয়া স্ব স্ব বুদ্ধি বৃত্তি মার্জ্জিত করিবেন।

কোন বিদ্যার প্রথম পাঠোপযোগী গ্রন্থ চির কাল এক থাকে না, যেমন সমাজের উন্নতি হইতে থাকে, ও লোকের রুচি ও ব্যবসায়ের পরিবর্ত্তন হয়, তেমনি উক্ত গ্রন্থ সকলেরও পরিবর্ত্তন হয়, কিন্তু ইউক্লিডের জ্যামিতি বিষয়ক প্রথম গ্রন্থের এ পর্য্যন্ত কোন পরিবর্ত্তন হয় নাই। দুই সহস্র বৎসর অতীত হইল ইহা রচিত হইয়াছে, এই কালের মধ্যে কত রাষ্ট্র বিপ্লব, কত মত ভেদ, লোকের রুচি ও আচার ব্যবহার গত কত বৈলক্ষণ্য হইয়া গিয়াছে, কিন্তু ইউক্লিডের গ্রন্থ অপরিবর্ত্তিত ও সংসারের সকল লোকের নিকট আদরণীয় রহিয়াছে। প্রাচীন কালের ভ্রমসংকুল দর্শন শাস্ত্র ও উপধর্ম্মের প্রভাবে ইহা যেমন অপ্রতিহত ছিল, এখনও সেইরূপ আছে, এবং যদিও কোন কোন অংশে ইহার দোষ আছে তথাপি ভাবি পণ্ডিতেরা

তাহা নির্দ্ধার করিয়াছেন, কিন্তু কার্যকালে আমরা কখন সেরূপ করি না। সদৃশ ত্রিভুজ জ্যামিতির এক অতি প্রধান প্রকরণ, কিন্তু ইউক্লিড ইহা তাঁহার পঞ্চম অধ্যায়ে সন্নিবেশিত করিয়াছেন, যে অনেক পাঠক বর্গের মধ্যে অনেকেই পাঠ করিয়া উঠিতে পারেন না। ঘন জ্যামিতির প্রধান প্রধান সম্পাদ্যগুলি ব্যবসায়ী লোকের অভ্যাস করা নিতান্ত আবশ্যক, কিন্তু ইউক্লিড যে প্রণালীতে তৎসমুদায় বিবৃত করিয়াছেন তাহা অতি কষ্টসাধ্য ও দীর্ঘ, এবং যাহাদিগের গণিত বিষয়ক জ্ঞান অতি সামান্য ও যাহাদিগের অবকাশ অতি অল্প তাহাদিগের তৎসমুদায় আয়ত্ত হইবার নিয়ম নহে।

ক্ষেত্রব্যবহারিক অতি প্রধান প্রধান সূত্রগুলি এই গ্রন্থে জ্যামিতিক প্রণালী অনুযায়ী উপপন্ন করা গিয়াছে, আর ক্ষেত্রব্যবহারিক এরূপ সম্পাদ্যগুলি ইহাতে সন্নিবেশিত হইয়াছে যাহা কার্যে আসিবে।

জরীপ ও সমস্থলকরণের যে সমস্ত সূত্র ও প্রকরণ এই গ্রন্থের অন্তর্গত আছে তাহাতে ছাত্রদিগের পর্যাপ্ত হইতে পারিবে।

আর জ্যামিতি, ক্ষেত্র ব্যবহার, জরীপ ও সমস্থল করণ ঘটিত অনেক নূতন উপপত্তি এই গ্রন্থে সমাবেশিত হইয়াছে, এখন যাহাদিগের শিক্ষার্থে এই পুস্তক সঙ্কলিত হইল তাহাদিগের উপকার হইলে প্রণেতার অভীষ্ট সিদ্ধ হয়।

সূচীপত্র।

প্রথম ভাগ।

ব্যবহারিক জ্যামিতি।

ঘন জ্যামিতি।

দ্বিতীয় ভাগ।

পঞ্চমভাগ।

জরীপ।

ক্ষেত্রের মধ্যে কোন্ পদার্থ কিভাবে অবস্থিত, সেই ক্ষেত্রের পরিমাণফল কত, এবং ভূপৃষ্ঠের কোন্ স্থান কত উন্নত, এবং কোন্ স্থান কত নিম্ন, এই সকল বিষয় যে উপায় দ্বারা স্থিরীকৃত হয় তাহাকে জরীপ কহা যায়।

কোন ক্ষেত্রের সীমা, তাহার উপরিস্থ পদার্থ সমূহের অবস্থিতি, এবং সেই ক্ষেত্রের অথবা তাহার এক এক অংশের বর্গ পরিমাণ নির্ণয় করিয়া, তৎসমুদায় বড় মানদণ্ড অবলম্বন করিয়া কাগজের উপর অঙ্কিত করিলে যে প্রতিকৃতি প্রকাশিত হয়, তাহাকে প্লান অথবা নক্সা কহে। এই নক্সা স্থপতিদিগের কার্য্যে নিতান্ত আবশ্যক হয়। যদি ক্ষুদ্র মানদণ্ড দ্বারা এই নক্সা অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে তাহাকে ম্যাপ অথবা মানচিত্র কহা যায়। ইহা ভূগোল পাঠক ও ভ্রমণকারিদিগের কাযে লাগে।

এক স্থান হইতে অন্য স্থান পর্য্যন্ত একটী রাস্তা প্রস্তুত করিতে হইলে শুদ্ধ যে সেই ভূমির প্লান প্রস্তুত করিতে হয় এমত নহে, কোন্ স্থান কত উন্নত বা অবনত তাহাও জানা আবশ্যক; এবং জরীপ দ্বারা স্থির করিয়া তদনুসারে কাগজের উপর যে প্রতিরূপ অঙ্কিত হয়, তাহাকে সেই ভূমির সেক্সন কহে।

চেইন, যষ্টি, ঝাড় যষ্টি, দিক্‌দর্শন যন্ত্র, এবং কোণ-প্রদর্শন যন্ত্র এই কয়েকটী যন্ত্রের সাহায্যে ভূমি জরীপ করা যায়। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ভূমি সকল জরীপ করিতে দিক্‌-দর্শন বা কোণপ্রদর্শন যন্ত্রের সাহায্যের আবশ্যকতা হয় না, কেবল চেইন বা শৃঙ্খল ও জরীপী ফিতা দ্বারা তাহা সম্পন্ন হইয়া থাকে।

জরীপে গণ্টার্স চেইন নামক এক প্রকার শৃঙ্খল সচরাচর ব্যবহৃত হয়, ইহা দৈর্ঘ্যে ২২ গজ, অর্থাৎ ৬৬ ফুট, এবং ১০০ অংশে বিভাজিত। প্রত্যেক অংশকে লিঙ্ক কহে। এক একটী লিঙ্ক অপরটীর সহিত দুইটী বা তিনটী অঙ্গুরীর দ্বারা আবদ্ধ হইয়া একটী শৃঙ্খল হয়। সুতরাং এক একটী লিঙ্ক ও তাহার উভয় দিকের যোজক অঙ্গুরীয়ের অর্দ্ধেক লইয়া এক ফুটের $\frac{৬৬}{১০০}$ কিম্বা $\frac{৬৬ \times ১২}{১০০}$ = ৭·৯২ ইঞ্চ। শৃঙ্খলের এক প্রান্ত হইতে প্রত্যেক দশম লিঙ্কে এক একটী অঙ্গুলির চিহ্ন থাকে; যথা, প্রথম দশম লিঙ্কে একটী, দ্বিতীয় দশম অর্থাৎ বিংশতি লিঙ্কে দুইটী, ত্রিংশৎ লিঙ্কে তিনটী, চত্বারিংশৎ লিঙ্কে চারিটী অঙ্গুলির আকারের চিহ্ন সংলগ্ন থাকে; পঞ্চাশৎ লিঙ্কে অর্থাৎ শৃঙ্খলের মধ্যস্থলে একটী গোলাকার চিহ্ন আবদ্ধ থাকে। এই চিহ্নগুলি থাকাতে শৃঙ্খলের লিঙ্ক দেখিবামাত্র একাদিক্রমে গণনা না করিয়াই তাহার সংখ্যা বলা যাইতে পারে। শৃঙ্খল ধরিবার সুবিধার নিমিত্ত তাহার দুইটী প্রান্তস্থ লিঙ্কে দুইটী বৃহৎ অঙ্গুরীয় আবদ্ধ থাকে। এই দুই লিঙ্ক অপর লিঙ্ক অপেক্ষা ক্ষুদ্র, ধরিবার অঙ্গুরীয় বা

কড়া সংযোগে অপর দিকের সমান হয় ; সুতরাং একটী ধরিবার কড়া হইতে অপরটীর প্রান্ত পর্য্যন্ত ধরিলে তাহা এক জরীপী শৃঙ্খল বলিয়া অভিহিত হয়। জরীপী শৃঙ্খল অধিক দিন ব্যবহার করিলে বাড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা আছে, সুতরাং ইহাকে মধ্যে মধ্যে পরীক্ষা করিয়া দেখা আবশ্যক।

কোন ক্ষেত্র শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিতে হইলে ঐ ক্ষেত্রকে যত গুলি ত্রিভুজ কিম্বা চতুর্ভুজাকারে বিভক্ত করিতে পারা যায় ভাগ করিতে হয়। পরে সর্ব্বাগ্রে ভূমির সীমা জরীপ করিয়া তাহার অন্তর্গত ত্রিভুজ সমূহের বাহুর পরিমাণ জরীপ করিবে। কোন ক্ষেত্র জরীপ করিতে হইলে, কোন নির্দ্দিষ্ট স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিয়া, ভুমি যতদূর সরল থাকিবে ততদূর মাপ করিবে। পরে সেই স্থান হইতে অন্যদিকে মাপ আরম্ভ করিতে হইবে ; এই রূপে যতক্ষণে প্রথম যে স্থান হইতে কার্য্য আরম্ভ করা হইয়াছিল সেই স্থানে উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালীতে কার্য্য করিতে হইবে। এই সকল স্থানকে ইংরাজীতে ষ্টেশন কহে ; আমরা ইহাকে নিদর্শন স্থান বলিয়া উল্লেখ করিব। প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে অপর কোন নিদর্শন স্থান স্পষ্ট লক্ষিত হইবে বলিয়া প্রত্যেক নিদর্শন স্থানে এক এক গাছি যষ্টি বা নিশান প্রোথিত হয়। এই নিশানগুলি ভূমিতে ঠিক লম্বভাবে নিহিত হইয়াছে কি না তাহা জরীপ আমীনকে পরীক্ষা করিয়া দেখিতে হইবে।

এক নিদর্শন স্থান হইতে অপর নিদর্শন স্থান জরীপ করিতে হইলে জরীপ আমীনের একজন সহকারীর প্রয়োজন হয়। জরীপ আমীন জরীপী ফিতা বা শৃঙ্খলের মূল ধারণ পূর্ব্বক প্রথম নিদর্শন স্থানে দণ্ডায়মান থাকেন, এবং সহকারীকে শৃঙ্খলের অগ্রভাগ ধরিয়া দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানকে লক্ষ্য করিয়া তদভিমুখে সরলরেখা ক্রমে যাইতে হয়। সহকারী তাহার বাম হস্তে দশ গাছি শর লইয়া যায়। যখন শৃঙ্খল সম্যক্ রূপে প্রসারিত হয়, সহকারী তাহার অগ্রভাগ অর্থাৎ কড়া লইয়া ভূমির উপর দৃঢ় রূপে ধরিয়া থাকে। শৃঙ্খল দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের সহিত সমসূত্রে পড়িল কি না তাহা দেখিবার জন্য জরীপ আমীন সহকারীকে তাহার বাম অথবা দক্ষিণ দিকে সরিতে কহেন; অনন্তর শৃঙ্খল গাছটী ভূমির উপর সরল ভাবে পড়িলে সহকারী কড়ার প্রান্তে একটী শর ভূমির উপর লম্বভাবে নিহিত করে। তদনন্তর জরীপ আমীন শরের কাছে আসিয়া শর গাছটী তুলিয়া লন, এবং অবশিষ্ট ভূমির পরিমাণার্থে পুনর্ব্বার পূর্ব্বমত প্রক্রিয়া করিতে থাকেন। যখন দেখেন যে নয় গাছি শর তাহার হস্তে আসিয়াছে, এবং দশম গাছটী অপর গুলির ন্যায় ভূমিতে নিহিত হইয়াছে, তখন সহকারীকে আর অগ্রসর হইতে না কহিয়া তাহার হস্তস্থিত শৃঙ্খলের এক প্রান্ত আপনি ধরিয়া দশম শরের কাছে উপস্থিত হন, এবং সেই স্থান চিহ্নিত করিয়া চিঠাতে ১০০০ অর্থাৎ লিঙ্কের সংখ্যা লিখিয়া পুনরায় তাহার হাতে পূর্ব্বমত শরগুলি

দেন, এবং যতক্ষণ লক্ষ্য নিদর্শন স্থানে উপস্থিত না হন, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালীতে কার্য্য করেন। জরীপ করিবার সময় শৃঙ্খলের পার্শ্বস্থ পদার্থ ও ক্ষেত্রসীমার অবস্থিতি নিরূপণ করিবার জন্য তৎসমুদায় পদার্থ হইতে শৃঙ্খলের উপর জরীপী ফিতা দ্বারা লম্বপাত করিতে হয়, এবং তত্তায় লম্বের পরিমাণ লিখিয়া রাখিলে, তদ্দৃষ্টে ক্ষেত্রের নক্সা অনায়াসে প্রস্তুত হইতে পারে।

চিঠার বিবরণ।

ভূমির পরিমাণ নির্ণয়ের কাগজকে চিঠা কহে। জরীপ করিবার সময় যে গ্রাম অথবা স্থান জরীপ করা যায় তাহার অনুরূপ চিত্র প্রস্তুত হইতে পারে না। তজ্জন্য সেকালে শৃঙ্খল বা কোণমান যন্ত্রদ্বারা ভূমির কোণের য অংশ ও দীর্ঘ প্রস্থাদির যে পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা চিঠাতে পরিষ্কার রূপে লিখিতে হয়। পরে জরীপ সমাপ্ত হইলে এই চিঠা হইতে নক্সা প্রস্তুত হইতে পারে।

চিঠার আদর্শ পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে। চিঠা বাঙ্গালাদের পত্রারূঢ় হইয়া থাকে, অর্থাৎ তাহার নিম্ন দেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিতে হয়; কারণ ভূমি মাপ কালে জরীপ কর্ত্তাকে ক্রমশঃ অগ্রবর্ত্তী হইতে হয়, সুতরাং চিঠার অঙ্কপাতও সেই নিয়মে ক্রমশঃ নিম্ন হইতে ঊর্দ্ধে হইয়া থাকে। চিঠাকে ইংরাজীতে ফিল্ড বুক কহে। এই পুস্তকের প্রতি পৃষ্ঠায় তিনটী করিয়া

স্তম্ভে থাকে, দ্বিতীয় অর্থাৎ মধ্য স্তম্ভে ভূমির দৈর্ঘ্যপরিমাণ লিখিত হইয়া থাকে; এবং চেইন হইতে ভূমির দক্ষিণ ও বামদিগে যে সমস্ত লম্বপাত করা হয়, তাহার পরিমাণ উক্ত স্তম্ভের দক্ষিণ ও বামদিগের অর্থাৎ প্রথম ও তৃতীয় স্তম্ভে লিখিত হয়। প্রতি পৃষ্ঠার নিম্নদেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিয়া যেমন ক্রমশঃ জরীপ চলিতে থাকে, সেই রূপ ক্রমাগত ঊর্দ্ধদিগে অঙ্কপাত করিয়া যাইতে হয়। ক চিহ্নিত স্থান, গ চিহ্নিত স্থান ইত্যাদি ও ক, খ এই রূপ সাংকেতিক চিহ্ন দ্বারা লিখিত হইয়া থাকে। জরীপের সময় চেইন বা শৃঙ্খল কোন দিকে যায় তাহা দর্শাইবার জন্য চিঠাপুস্তকে "পশ্চিম," "পূর্ব," "পূর্বোত্তর," "দক্ষিণ-পশ্চিম," এই রূপ লিখিতে হয়।

জরীপ করিতে করিতে যদি কোন রাস্তা, নদী, অথবা বাগানের উপর দিয়া চেইন যায়, তাহা হইলে চিঠাপুস্তকে যে রূপে লিখিতে হইবে তাহা পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে।

অস্মদ্দেশে জরীপী চিঠার শীর্ষদেশে অর্থাৎ নক্সার উপরিভাগে পর্য্যায়ক্রমে আসামী, দাগ, দীর্ঘ, প্রস্থ, সারা, জিনিস লিখিতে হয়। আসামীর নিম্নে যে প্রজার জমী তাহার নাম, ও দাগের নিম্নে যত সংখ্যক ভূমি জরীপ হয় ক্রমশঃ তাহার সংখ্যা, ভূমি যে পরিমাণে দীর্ঘ তাহা দৈর্ঘের নিম্নে এবং প্রস্থের যে পরিমাণ তাহা প্রস্থের নিম্নে লিখিত হয়। সারা শব্দে ভূমির পরিমাণ। কালি করিয়া যে মানের ভূমি তাহার অঙ্ক সারার নীচে পড়িবে, ঐ ভূমি বাস্তু কি

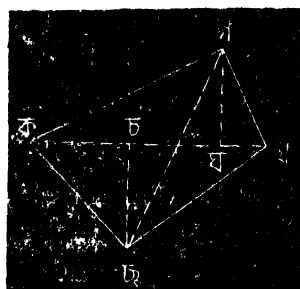
উদ্বাস্তু কি বাগাৎ ইত্যাদি যে প্রকারের হয় তাহা জিনিসের নিম্নে লিখিতে হইবে। আসামী ও দাগ নকসার এক ঘরেও লেখা যাইতে পারে, ভূমির চতুঃসীমা আসামীর নামের নিম্নে অথবা সর্ব্ব নিম্নে লিখিবার রীতি।

প্রথম জরীপের পর দ্বিতীয় বার যে জরীপ হয় তাহাকে দওল জরীপ কহে। কিতা শব্দে জমীর খণ্ড। জমাই জমী শব্দে সকরজমী। জোত শব্দে আবাদ। হৈমন্তিক ধান্য যে ভূমিতে হয়, তাহাকে শালী জমী কহে। হরিৎ-খণ্ড, অর্থাৎ হৈমন্তিক ধান্য ভিন্ন, আশু ধান্য ও অন্য শস্যাদি যে ভূমিতে হয়, তাহাকে সুনা ভূমি কহে। শালি ও সুনা জমী চারি প্রকার, প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ শ্রেণীর ভূমিকে চলিত পারস্য ভাষায়, আউওল, দুয়েম, সুয়েম, চাহারম কহে।

বসবাসের ভূমির নাম বাস্তু; গো সমূহ যে ভূমিতে চরে, তাহাকে গোচর কহে। পুষ্করিণী, দীর্ঘিকা, ডোবা, প্রভৃতিকে জলকর, এবং মৃত গরু ফেলিবার স্থানকে ভাগাড়। অনাবাদ ও পতিত জমী যাহার কর ধার্য্য নাই তাহাকে খাসখামার কহে। রাস্তা খাসখামার মধ্যে গণ্য। বাস্তুর সংলগ্ন যে ভূমি তাহাকে উদ্বাস্তু, এবং বিপ্রস্বামিক নিষ্কর ভূমিকে ব্রহ্মোত্তর কহে। এক গ্রামের জমী অপর গ্রামের মধ্যে ও শেষোক্ত গ্রামের জমী পূর্ব্বোক্ত গ্রামের মধ্যে থাকিলে ঐ জমীকে পিতলগোলা কহে। বাগাৎ অর্থাৎ বাগান, বাঁশ থাকিলে বাঁশবাগাৎ লেখে।

ক্ষেত্র বিষমাকার হইলে তাহাকে ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বি-ভাগ করিয়া জরীপ করিতে হয়।

১। ক গ খ ছ একটী বিষমাকার ক্ষেত্র, ইহার জরীপ, নক্সা, ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ক চিহ্নিত স্থানে মাপ আরম্ভ করিয়া ক খ অভিমুখে কিয়দ্দূর যাইয়া তথায় ক্রুশ দণ্ডের একটী ছিদ্র ক খ রেখার সমসূত্রে রাখিয়া অপর ছিদ্র দিয়া দেখিলে যদি ছ চিহ্নিত স্থান ও এই দ্বিতীয় ছিদ্র এক রেখায় পতিত হয়, তাহা হইলে ঐ স্থানে ক খ রেখার লম্ব চ ছ কল্পনা করিয়া ঐ লম্বের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইবে। যদি ঐ স্থান হইতে ছ স্থান ক্রুশদণ্ড দ্বারা সমসূত্রে দৃষ্ট না হয়, তাহা হইলে জরীপকর্ত্তা ক খ কল রেখায় কিঞ্চিৎ অগ্রে বা পশ্চাতে যাইয়া পরীক্ষা করিবে পরে ক চ দূরত্বের পরিমাণ স্থির করিয়া চিঠা পুস্তকের মধ্যস্তম্ভে লিখিতে হইবে ও ছ চ কাঁড়ের পরিমাণ নিরূপণ করিয়া দক্ষিণ দিকের স্তম্ভে লিখিতে হইবে। এই রূপে ক ঘ-র দূরত্ব নিরূপণ করিয়া মধ্য স্তম্ভে লিখিতে হইবে এবং গ ঘ কাঁড়ের পরিমাণ বামপার্শ্বস্থ স্তম্ভে লিখিতে হইবে। ইত্যাদি—

যদি ক চ = ৮০, চ ছ = ১১০, ক ঘ = ২২০, ঘ গ = ১২০, এবং ক খ = ৩৪০ লিঙ্ক হয়, তাহা

হইলে চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত প্রণালীতে লিখিতে হইবে।

বাম ফাঁড়	কর্ণ রেখা	দক্ষিণ ফাঁড়
০	৩৪০ খ পর্য্যন্ত	০
১২০	২২০	
	৮০	১১০
০	ক হইতে	০

পূর্ব্বোক্ত ক্ষেত্রের নক্সা করিতে হইবে। একটী মানদণ্ড লও, লইয়া তাহার দুই ইঞ্চে ১০০ লিঙ্ক ধরিয়া ক চ একটী রেখাপাত কর, যাহা উক্ত পরিমাণে ঐ দণ্ডের ৮০ লিঙ্কের সমান হইবে, অপর ঐ পরিমাণে চ স্থান হইতে ১১০ লিঙ্ক পরিমিত চ ছ একটী লম্ব রেখা টান, ও ক ঘ রেখাকে ২২০ লিঙ্কের সমান কর। পুনশ্চ ১২০ লিঙ্ক পরিমিত ঘ গ আর একটী লম্বটান এবং ক খ-কে ৩৪০ লিঙ্কের সমান কর। পরে ক ছ, ছ খ, খ গ, ও গ ক সংযুক্ত করিলে ক ছ খ গ প্রতিকৃতিটী ক্ষেত্রের ঐ পরিমাণে অনুরূপ চিত্র হইবে।

এতদ্বারা, ক ছ খ গ ক্ষেত্রের কালি ৩য় ভাগের ৪র্থ সম্পাদ্য দ্বারা = ½ ৩৪০ × (১১০ + ১২০) = ৩৯১০০ বর্গলিঙ্ক = ১ রুড় ২২.৫৬ পোল।

২। নিম্ন লিখিত ক্ষেত্রের জরীপ ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

খ ক রেখার পরিমাণ স্থির কর; এবং চ ও ছ স্থান-দ্বয়ের দূরত্ব চিঠা পুস্তকে লিখ, যথা,

	দ ◎ পর্য্যন্ত
	খ দ = ১০৯৭
ছ ধ = ৫৯৫	খ ছ = ৭৪৫
চ ত = ৩৫২	খ চ = ১১০
লম্ব	খ ◎ হইতে পূর্ব্বদিকে

চ ত ধ ছ বিষম ক্ষেত্রে

৩৫২ } লম্ব
৫৯৫ }

৯৪৭ যোগ
৬৩৫ = চ ছ

৪৭৩৫
২৮৪১
৫৬৮২

৬০১৩৪৫
৩৮৭২০
২০৯৪৪০

২) ৮৪৯৫০৫

৪,২৪৭৫২·৫
৪

·৯৯০১০
৪০

৩·৯৬০৪০০
৩০১/৪

১৮১২০০০
১৫১০০
১৮·২৭১০০

ত খ চ ত্রিভুজে
৩৫২
১১০

৩৮৭২০

১০৯৭
৭৪৫

৩৫২ = ছ দ

ছ দ ধ ত্রিভুজে
৫৯৫
৩৫২ = ছ দ

১১৯০
২৯৭৫
১৭৮৫

২০৯৪৪০

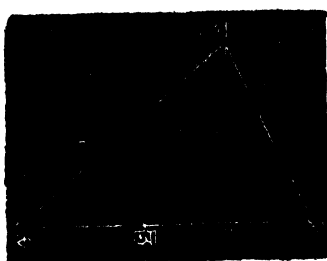
৭৪৫ = খ ছ
১১০ = খ চ
৬৩৫ = ছ চ

...দধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল=৪ একর ০ রুড ৩পোল ১৮গজ।

৩। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

প্রামাণিক	অ পর্য্যন্ত ৩৮৪ আ হইতে	রেখা
ও অ	ক পর্য্যন্ত ১২৪৪ ৭০০ গ চিহ্নের	বামদিকে গমন
	গ পর্য্যন্ত ৮৫২ খ চিহ্নের	বামদিকে গমন
ও আ আরম্ভ	খ পর্য্যন্ত ১৩৩৮ ১০০০ ৬০০ ক চিহ্নে	গমন পূর্ব্বে

ক্ষেত্র ত্রিভুজাকার হইলে, তাহার প্রত্যেক কোণে এক একটী ধ্বজা প্রোথিত করিয়া, তাহার প্রত্যেক পার্শ্ব পরিমাণ কর। পরে অন্ততঃ তাহার দুই পার্শ্বে নিদর্শনস্বরূপ দুইটী স্থল চিহ্নিত করিয়া, তাহা-

দের পরস্পর দূরত্ব অর্থাৎ ব্যবধান নির্ণয় করিয়া সেই নিদর্শন স্থানদ্বয়কে সংযুক্ত কর, এই রেখাকে প্রামাণিক রেখা কহে ; কারণ ইহার দ্বারা কালি বিশুদ্ধ হইয়াছে কি না তাহা প্রমাণ করা যায়।

ক খ গ ত্রিভুজটী অঙ্কিত হইলে যদি অ গ প্রামাণিক রেখা ৭৮৪ লিঙ্ক হয়, তাহা হইলে প্রতীত হইবে যে জরীপে কোন ভ্রম নাই। এবং গ ঘ লম্বের পরিমাণ ৭৭০ লিঙ্ক হইবে। অতএব ক খ গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৩৩৮ × ৭৭০ ÷ ২ = ৫.১৫১৩০=৫ একর ২৪ পোল।

জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে কিনা জানিবার নিমিত্ত, ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির মধ্যস্থান অথবা ইহার নিকটস্থ কোন বিন্দু পর্য্যন্ত এক একটী মাপ দিবে। নকসা অঙ্কিত করিবার সময়ে ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিয়া, ঐ মাপগুলির সহিত মিলাইলে জরীপের বিশুদ্ধতা নিরূপিত হইবে।

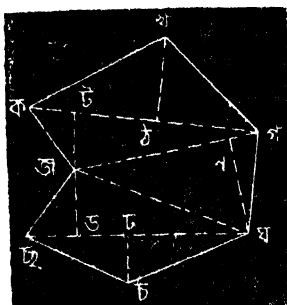
৪। নিম্ন লিখিত চিঠার সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে এক ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের নকসা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	৩৩০ ক পর্য্যন্ত	
	গ হইতে ডাইন দিকে	
০	৩৫৮ গ পর্য্যন্ত	
৩৬	২৫০	
৪০	১৭০	
২০	৮০	
	খ হইতে ডাইন দিকে	
	৫০০ খ পর্য্যন্ত	
প্রামাণিক	২৫০ অ পর্য্যন্ত	রেখা অ গ = ২৩২
	ক হইতে পশ্চিম দিকে	

৫। পশ্চাৎ লিখিত পরিমাণ হইতে একটী ক্ষেত্র প্রস্তুত কর, এবং তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর।

	ঘ পর্য্যন্ত	
	৫২০	
ট	২৮৮	৮০
ঞ ১২০	২০৬	০
	ছ চিহ্নে গমন	
	জ চিহ্ন পর্য্যন্ত	
	৪৪০	
ঘ ২৩০	১৫০	গ
	গ চিহ্নের বাম দিকে	
	গ পর্য্যন্ত	
	৫৫০	
খ ১৮০	৪১০	ঠ
ট	১৩৫	১৩০ জ
আরম্ভ	ক স্থানে	পূর্ব্বদিকে গমন

প্রতিকৃতি নিষ্কাশন। নিম্নস্থ ক্ষেত্রটী দুইটী বিষম ক্ষেত্র ও একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগকৃত হইয়াছে, যথা ক খ গ জ, জ ঘ চ ছ ও গ জ ঘ। ক গ কর্ণ রেখা অঙ্কিত কর; ইহার পরিমাণ ৫৫০ লিঙ্ক। ক হইতে ১৩৫ লিঙ্ক লইয়া ১৩০ লিঙ্ক পরিমিত ট জ একটী লম্ব টান; ও ক হইতে ৪১০ লিঙ্ক লইয়া ১৮০ লিঙ্ক পরিমিত ঠ খ একটী লম্ব টান। এইক্ষণে ক খ, খ গ, গ জ এবং জ ক সংযুক্ত কর; এতদ্দ্বারা ক খ গ জ প্রথম বিষম ক্ষেত্রটী উৎপন্ন হইবে।

পরে গ জ রেখায় গ হইতে ৫২ লিঙ্ক লইয়া ণ স্থানে ৩০ লিঙ্ক পরিমিত একটী লম্ব টান; গ ঘ ও ঘ জ অঙ্কিত করিলে গ জ ঘ ত্রিভুজটী নির্ম্মিত হইবে। পরিশেষে, জ-কে কেন্দ্র করিয়া জ ড = ১২০ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী চাপ নির্ম্মাণ কর, এবং ঘ-কে কেন্দ্র করিয়া ড ঘ = ৩১৪ (= ৫২০ — ২০৬) ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী চাপ অঙ্কিত কর, ইহা পূর্ব্ব অঙ্কিত চাপকে ড বিন্দুতে ছেদ করিবে। ড বিন্দু দিয়া ৫২০ লিঙ্ক পরিমিত একটী কর্ণ রেখা টান, যথা—ঘ ছ। এই রেখার ২৮৮ লিঙ্কের নিকট হইতে ঢ চ লম্বটী টানিয়া, ঘচ, চছ এবং ছজ সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রপাত সমাধা হইবে।

১৩০	৪৪০	১২০
১৮০	২৩০	৮০
৩১০	১৩২০০	২০০
৫৫০	৮৮০	৫২০
১৫৫০০	১০১২০০	১০৪০০০
১৫৫০		
১৭০৫০০		

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ

১৭০৫০০	ক খ গ জ বিষম ক্ষেত্র
১০১২০০	ঘ গ জ ত্রিভুজ
১০৪০০০	ঘ চ ছ জ বিষম ক্ষেত্র

২) ৩·৭৫৭০০

১·৮৭৮৫০ = ১ এঃ, ৩ রুঃ ২০১/২ পোঃ

৬। পশ্চাৎ লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটা ক্ষেত্রের নকসা ও তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে

		জ পর্য্যন্ত	
		১০২০	
চ	৪৭০	৮৯০	উ
	ই	৬১০	৫০ ঙ
ঘ	৩২০	৫৮৫	ই
গ	৭০	৪৪০	আ
	অ	৩১৫	৩৫০ খ
	আরম্ভ	ক স্থানে	পূর্ব্বে গমন

ক আ গ ত্রিভুজ।
ক আ = ৪৪০
আ গ = ৭০
৩০৮০০

গ আ ই ঘ বিষম চতুর্ভুজ।
ঘ ই = ৩২০
আ গ = ৭০
যোগফল = ৩৯০
আ ই = ১৪৫
১৯৫০
১৫৬০
৩৯০
৫৬৫৫০

ঘ ই উ চ বিষম চতুর্ভুজ।
ঘ ই = ৩২০
চ উ = ৪৭০
যোগ = ৭৯০
ই উ = ৩০৫
৩৯৫০
২৩৭০
২৪০৯৫০

চ উ জ ত্রিভুজ।
উ জ = ১৩০
চ উ = ৪৭০
৯১০০
৫২
৬১১০০

ক অ খ ত্রিভুজ।
ক অ = ৩১৫
অ খ = ৩৫০
১৫৭৫০
৯৪৫
১১০২৫০

অখচঈ বিষম চতুর্ভুজ।

অখ = ৩৫০
ঈচ = ৫০

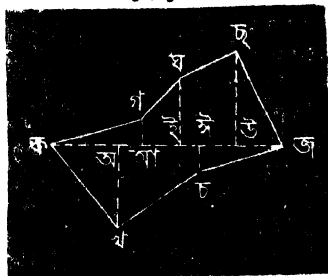
যোগফল = ৪০০
অঈ = ২৯৫

১১৮০০০

ঈচজ ত্রিভুজ।

জঈ = ৪১০
চঈ = ৫০

২০৫০০

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

৩০৮০০
৫৬৫৫০
২৪০৯৫০
৬১১০০
১১০২৫০
১১৮০০০
২০৫০০

২) ৬৩৮১৫০

৩·১৯০৭৫

ক্ষেত্রফল = ৩ একর ০ রুড ৩০½ পোল।

পশ্চাল্লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

	খ পর্য্যন্ত	
০	৯৫৫	
ত ৯১	৭৮৫	ঝ
ণ ৫৭	৬৩৪	জ
ঢ ৮৮	৫১০	ছ
ড ৭০	৩৪০	চ
ঠ ৮৪	২২০	ঘ
ট ৬২	৪৫	গ
০	০০	
আরম্ভ	ক স্থানে	গমন পূর্ব্বে

কগ = ৪৫	গট = ৬২	ঘঠ = ৮৪
গট = ৬২	ঘঠ = ৮৪	চড = ৭০
৯০	১৪৬	১৫৪
৩১	গঘ = ১৭৫	ঘচ = ১২০
২৭৯০	৭৩০	১৮৪৮০
	১০২২	
	১৪৬	
	২৫৫৫০	

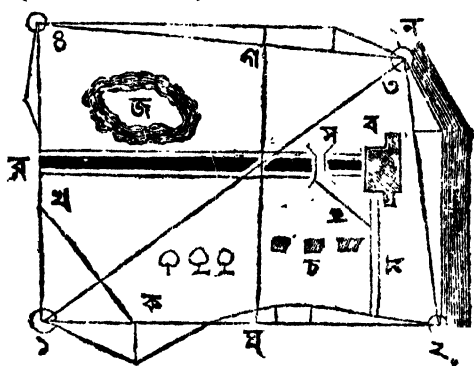
চড = ৭০	ছঢ = ৮৮	জণ = ৫৭
ছঢ = ৮৮	জণ = ৫৭	ঝত = ৯১
১৫৮	১৪৫	১৪৮
চছ = ১৭০	ছজ = ১২৪	জঝ = ১৫১
১১০৬০	৫৮০	১৪৮
১৫৮	২৯০	৭৪০
২৬৮৬০	১৪৫	১৪৮
	১৭৯৮০	২২৩৪৮

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ :

২৭৯০	ঝখ = ১৭০
২৫৫৫০	ঝত = ৯১
১৮৪৮০	১৭০
২৬৮৬০	১৫৩০
১৭৯৮০	১৫৪৭০
২২৩৪৮	
১৫৪৭০	

২) ১.২৯৪৭৮

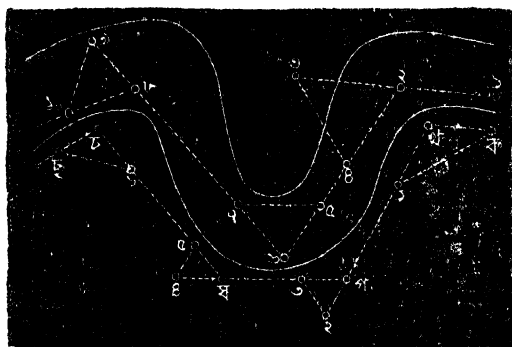
১.৬৪৭৩৯ = ০ একর ২ রুড ২৩ পোল।

এই চিঠা পুস্তকে অঙ্কিত পাঁচটী শৃঙ্খল রেখা ◎১ ◎২ ◎৩ এবং ◎১ ◎৩ ◎৪ এই দুইটী ত্রিভুজের ভুজস্থানীয় হইয়াছে। ক্ষেত্রের চতুর্দ্দিকে বেড়া আছে এবং প্রথম লম্বের নিকট বেড়ার যে রূপ আকার হইয়াছে তাহা দর্শাইবার জন্য > চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে। শৃঙ্খল রেখায় ৪৮০ লিঙ্কের পার্শ্বে "বেড়া মিলিত" বলিয়া যে লেখা আছে তদ্দ্বারা বুঝিতে হইবে যে বামদিকে যে বেড়া আছে তাহা উহার সহিত ঐ স্থানে মিলিত হইয়াছে। যে স্থানে বেড়া পার হওয়া গিয়াছে, যথা ◎৩ ও ◎৪ নিদর্শন স্থানের মধ্যে গ চিহ্নিত স্থান তথায় শৃঙ্খল রেখার উভয় দিকে রেখা টানা হইয়াছে। যেখানে বেড়ার এক প্রান্ত অবধি অপর প্রান্ত

পর্য্যন্ত সরল ভাবে আছে তথায় ঐ রেখা গুলির পার্শ্বে স এই অক্ষর প্রদত্ত হইয়াছে; যথা চিঠা পুস্তকে ৩০০ লিঙ্কের উভয়দিকে প্রদর্শিত হইয়াছে। গ ও ঘ দুইটী স্থানের অবস্থিতি শৃঙ্খল রেখায় নিরূপণ করিয়া গ ঘ সরল বেড়াটী নক্সাতে অঙ্কিত হইতে পারে।

রেখা হইতে যে যে লম্ব উত্তোলন করা গিয়াছে তাহ অঙ্কিত করিলে ক্ষেত্রের নক্সা সমাধা হইবে।

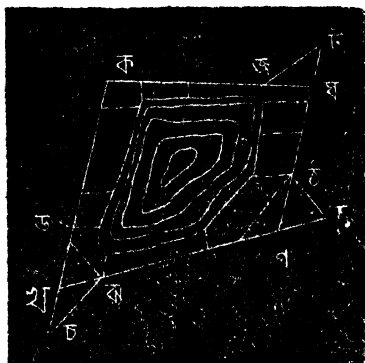
৯। গজের দুই ইঞ্চ এক চেইনের স্থানীয় জ্ঞান করিয়া চিঠা পুস্তকে লিখিত নিম্নের সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি রাস্তার নক্সা প্রস্তুত কর।

সংযোগ	১৬০ নাগাইত ১০ দাগ	রেখা ◎১০◎৯=১৬০
১৫	৫০	১৪৪
আরম্ভ	◎৮ গমন বামে	
	৬৫০ নাগাইত ৯ দাগ	
	৫০০ নাগাইত ৮ দাগ	১৬০
১০	৪০০	১৪০
১০০	২০০	৪০
সংযোগ	১৬০ নাগাইত ৪ দাগ	রেখা ◎৭◎৬=১৯:
৮০	৫০	
আরম্ভ	◎৬ গমন ডাইনে	
১০	৪৫০ নাগাইত ৬ দাগ	
৯০	৩১০ নাগাইত ৫ দাগ	৬০
সংযোগ	২০০ নাগাইত ৪ দাগ	রেখা ◎৪◎৩=২:
৬০	১৫০	
আরম্ভ	◎২ গমন বামে	
	৪৫০ নাগাইত ৩ দাগ	
বেড়াপার	৩৫০	বাহির দিকে
৮০	২০০ নাগাইত ২ দাগ	৯০
৫০	১০০	৯৪
৪০	০	৯৮
আরম্ভ	◎১ দাগে গমন পশ্চিমে	

এই স্থানে জরীপ ১ দাগে আরম্ভ করিয়া ২,৩ দাগ পর্য্যন্ত জরীপ করিয়া দুই পার্শ্বের ফাঁড়গুলির পরিমাণ

লিখিতে হইবে। পুনশ্চ ২ দাগে আসিয়া ২ দাগ হইতে ৪ দাগ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল রেখার পরিমাণ লিখিতে হইবে; আর দ্বিতীয় শৃঙ্খল রেখা প্রথম শৃঙ্খল রেখার সহিত সংযোগ করিবার নিমিত্ত ৪ দাগ হইতে ৩ দাগের দূরত্ব লিখিতে হইবে। অপর ৬ দাগ হইতে ৮ দাগ পর্য্যন্ত দূরত্ব জরীপ করিতে হইবে; আর ৭ দাগ হইতে ৫ দাগ পর্য্যন্ত যে ব্যবধান তাহা দ্বিতীয় ও তৃতীয় শৃঙ্খল রেখার সংযোগে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাহার পরিমাণ হইবে।

এই প্রণালীতে প্রধান প্রধান নগরের রাস্তা সকল জরীপ হইয়া থাকে।

১০ বাদা কিম্বা বন জরীপ করিতে হইলে, তাহাকে ত্রিভুজ দ্বারা বিভক্ত করিয়া জরীপ করা যাইতে পারে না, তাহার

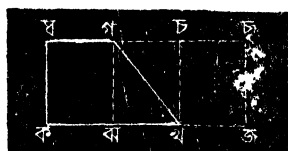
চতুঃসীমা জরীপ করিতে হয়। কিন্তু কেবল চতুঃসীম জরীপ করিয়া যাইলে শিকলের গতি অর্থাৎ কোথায় কোন্ ভাবে গিয়াছে জানা যায় না; সুতরাং নক্সা অঙ্কিত হইতে পারেনা, অতএব কেবল শিকল দ্বারা কোণ নিরূপণ

করা যায় এরূপ উপায় অবলম্বন করা উচিত।

মনেকর, ক খ গ ঘ একটী জঙ্গল জমি জরীপ করিতে হইবে; ইহার ক, খ, গ, ঘ, চারিটী নিদর্শন স্থান। এইক্ষণে ক নিদর্শন স্থান হইতে খ পর্য্যন্ত জরীপ করিয়া চ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল বৃদ্ধি কর; এবং চ স্থানে একটী ধ্বজা পুতিয় খ গ জরীপ করিয়া যাও, পরে খ গ-র মধ্যে ঝ একটি বিন্দু নির্দ্দেশ করিয়া চ ঝ জরীপ কর, তাহা হইলে খ চ ঝ একটী ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট হইবে। এই রূপে গ ছ ঠ ত্রিভু নির্দ্দিষ্ট হইলে ঘ বিন্দুর অবস্থিতি জানা যাইবে; সুতরা আর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিবার আবশ্যকতা থাকে না। কিন্তু জরীপ ঠিক হইল কি না জানিবার জন্য ঘ ট জ আ একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। যদি এরূপ ঘটি উঠে যে ক খ রেখা চ বিন্দু পর্য্যন্ত বৃদ্ধি করিবার যে নাই, তাহা হইলে ক খ রেখায় ড এক বিন্দু নির্দ্দেশ ক ও খ গ রেখায় ঝ বিন্দু নির্দ্দেশ কর, পরে ড ঝ জরী

করিয়া লও, তাহা হইলে ড খ ঝ ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট হইবে। এই রূপে যখন যেমন সুবিধা হইবে, তখন তদনুসারে প্রস্তাবিত দুইটী প্রণালীর অন্যতর অবলম্বন করিয়া কার্য্য করিতে হইবে।

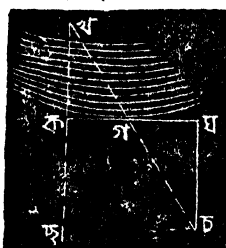
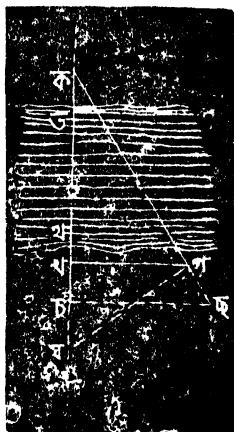
কোন প্রশস্ত মাঠ অথবা গ্রাম জরীপ করিতে হইলে, জরীপ আমীন সর্ব্বাগ্রে সেই মাঠ অথবা গ্রামের চতুর্দ্দিকে বেড়াইয়া দেখেন যে কোন্ কোন স্থল নিদর্শন স্থান বলিয়া স্থির করিবেন। নিদর্শন স্থানগুলি এরূপ স্থানে করিতে হইবে যে শৃঙ্খলের উভয় পার্শ্বস্থ দ্রব্যের অবস্থিতি স্থির করিতে যেন ২০০ ফিটের অধিক লম্ব গ্রহণ করিতে না হয়, কারণ লম্বগুলি ১০০ ফিটের অনধিক লওয়াই সহজ এবং সঙ্গত। যদি কখন শৃঙ্খল হইতে ২০০ ফিট অপেক্ষা অধিকতর দূরবর্ত্তী দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপণ করিতে হয়, তাহা হইলে শৃঙ্খলের উপর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে তৎ-কার্য্য সম্পন্ন হইবে। মনে কর, কখ শৃঙ্খল হইতে (৩৩৫ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) গ দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপণ করিতে হইবে। কখ, কগ ও খগ এই তিনটীর পরিমাণ কত তাহা স্থির কর; পরে কখগ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে গ বিন্দুর অর্থাৎ গ দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপিত হইবে। দুইগাছি শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর কিরূপে ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হয় তাহা ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে। নিদর্শন স্থানগুলি স্থির হইলে সেই সেই স্থানে এক একটী খুঁট প্রোথিত করিবে। পরে খুঁটার পশ্চাতে কিম্বা সম্মুখে নিশান প্রোথিত করিয়া পূর্ব্ব মত জরীপ করিবে।

জরীপ করিতে করিতে শৃঙ্খলের সম্মুখে বাটী, নদী, হ্রদ ইত্যাদি ব্যবধান পড়িয়া থাকে, এমনস্থলে শৃঙ্খল কখনই তাহার মধ্য দিয়া চালাইতে পারা যায় না, সুতরাং কতকগুলি উপায় দ্বারা তাহা অতিক্রম করিতে হয়। সেই সকল উপায়ের মধ্যে কয়েকটী নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

১১। মনেকর, ক ঝ শৃঙ্খলের অভিমুখে ব্যবধান পড়িয়াছে, ইহাকে অতিক্রম করিতে হইবে।

ক ঝ শৃঙ্খলের উপর ক ও ঝ বিন্দু হইতে ক ঘ ও ঝ গ দুইটী সমলম্ব নিষ্কাশন করিয়া যতক্ষণ না ঝখ-র ব্যবধান অতিক্রান্ত হইবে, ততক্ষণ ঘগ সরল রেখাক্রমে জরীপ করিয়া যাইবে। পরে চ ও ছ বিন্দু হইতে ক ঘ বা ঝ গ-র সমান করিয়া চখ ও ছজ দুইটী লম্ব উত্তোলন করিয়া খ জ সরল রেখা ক্রমে জরীপ করিয়া যাও। খ জ, ক ঝ সহিত সমসূত্রে থাকিবে ও কজ ও ঘছ দুইটী রেখা সমান হইবে।

১২। শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িলে তাহা পরিমাণ করিবার নিয়ম।

ক ছ শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে, এই নদীর পরিসর স্থির করিতে হইবে। নদীর অপর পারে যাইয়া খ একটী নিশান প্রোথিত কর। ছ ক শিকলের উপর ক ঘ লম্বপাত কর। ক ঘ-কে গ বিন্দুতে সম-

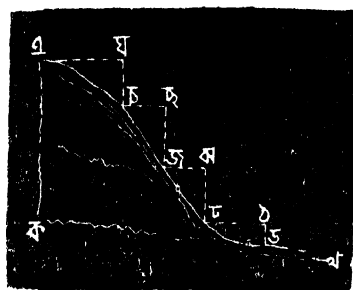
দ্বিখণ্ড করিয়া ইহার উপর একটী নিশান নিহিত কর। পরে গ বিন্দুতে ক ঘ-র উপর একটী লম্বপাত কর, এবং খ গ সরল রেখা ক্রমে নিশান পুতিয়া যাও, মনে কর খ গ ও ঘ চ, চ বিন্দুতে ছেদিত হইয়াছে। ঘ চ পরিমাণ কর, তাহা হইলেই নদীর পরিসর স্থিরীকৃত হইল; কেননা ঘ চ = ক খ = নদীর পরিসর।

১৩। খ ঘ শিকলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে; নদীর অপর পারে খ ঘ রেখার সমসূত্রে ক একটী নিশান প্রোথিত কর। খ ঘ রেখার উপর খ গ একটী লম্বপাত কর, এবং ইহাকে যত বৃদ্ধি করিলে সুবিধা হয় বৃদ্ধি কর। মনে কর খ গ = ৪০০ হাত। ক গ রেখার উপর গ বিন্দুতে গ ঘ একটী লম্ব উত্তোলন কর, মনে কর, গ ঘ ও ক ঘ, ঘ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে। খ হইতে ঘ পরিমাণ কর (= ৩০০ হাত) এইরূপে ক খ-র পরিমাণ ৫৬শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে নির্ণয় হইতে পারে, যথা,—ক গ ঘ সমকোণিক ত্রিভুজ, সুতরাং ঘ খ × খ ক = খ গ², ∴ খ ক = ৪০০² ÷ ৩০০ = ৫৩৩⅓ হাত।

১৪। যদি ঘ খ রেখার সম্মুখে কোন ব্যবধান পড়ে তাহা হইলে এইরূপে অতিক্রম করিতে হইবে। নদীর তীরে ৪০০ হাত পরিমিত একটী সরল রেখা খ গ পাত কর।

সুবিধা মত খ ঘ রেখায় চ একটী বিন্দু নির্দ্দেশ করিয়া খ চ পরিমাণ কর (= ৩০০ হাত)। চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ অঙ্কিত কর, মনেকর চ ছ ও ক গ রেখা ছ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে, পরে চ ছ পরিমাণ কর (= ৬০০ হাত)।

ক চ ছ ও ক খ গ দুইটী তুল্যকোণিক ত্রিভুজ, সুতরাং চ ছ : খ গ : : চ ক : খ ক, কিম্বা ৬০০ : ৪০০ : : ক খ + ৩০০ : ক খ, অতএব ক খ = ৬০০ হাত।

শৃঙ্খলের সম্মুখে ব্যবধান পড়িলে তাহা অতি-ক্রম করিবার অন্যান্য উপায় ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে।

১৫। সমতল ভূমি জরীপ করিতে করিতে সম্মুখে উন্নত অথবা ক্রমনিম্ন ভূমি পড়িলে, পূর্ব্বোক্ত প্রণালী অনুসারে জরীপ করিলে প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা বেশী হইবে; সুতরাং তদনুসারে নক্সা প্রস্তুত করিলে সমুদায় ভুল হইয়া যাইবে। মনে কর, ক এ খ একটী ক্রমনিম্ন ভূমি, এবং এ খ, ক খ অপেক্ষা বৃহৎ; সুতরাং নক্সা প্রস্তুত করিবার সময় এ খ-র পরিমাণ জানিলে চলিবেক না, ক খ-র পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইবে। ইহা যে প্রণালী অবলম্বন করিয়া ধার্য্য হইয়া থাকে তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

এ চিহ্নিত স্থানে শৃঙ্খল যতদূর সোজা করিয়া পারা যায় টানিয়া ধরিতে হইবে। বোধ কর ঘ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল সোজা ধরা হইয়াছে; পরে ঘ স্থানে একটী ওলনদড়ী

ঝুলাইয়া দিয়া উহা যে স্থানে ভূমিতে সংলগ্ন হইবে তথা (চ) হইতে শৃঙ্খল ধরিয়া পুনর্ব্বার পূর্ব্বোক্ত প্রকারে কার্য্য করিতে হইবে। যে পর্য্যন্ত খ বিন্দুতে আসিয়া উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালী অবলম্বন করিয়া কার্য্য করিবে। অনন্তর সমুদায় শৃঙ্খলের মাপগুলি সমষ্টি করিলে ক খ-র পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে, অর্থাৎ এ ঘ + চ ছ + জ ঝ + ট ঠ + ড খ = ক খ। আর সমুদায় ওলনদড়ীর পরিমাণ সমষ্টি করিলে ক এ-র পরিমাণ লব্ধ হইবে, অর্থাৎ ঘ চ + ছ জ + ঝ ট + ঠ ড = ক এ।

উদাহরণ ১। চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে তিনটী ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর?

	ক গ	
	৮৭২	
খ ৬৫২	৭৩১	
	৪২৪	৫৪৫ গ
আরম্ভ	ক চিহ্ন	গমন পূর্ব্বে

উঃ। ৫ একার ৩৫ পোল।

	৩ গ পর্য্যন্ত	
	৩২৫০	
	২৫০৪	১০৪৬ ঘ
খ ১২৭৮	১২৭২	
আরম্ভ	ক চিহ্নে	গমন পশ্চিমে

উঃ। ৩৭ একর ৩ রুড ২ পোল।

০	১১১০ খ পর্য্যন্ত	০
৫৯৭	৭৪৫	
৩৫২	১১০	
০	ক চিহ্নে আরম্ভ	০

২। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি চতুষ্কোণ ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর?

	৩৭০ ক পর্য্যন্ত
১১০	২২০
	গ হইতে দক্ষিণ দিকে
	২৮০ গ পর্য্যন্ত
	খ হইতে দক্ষিণ দিকে
	৪৭০ খ পর্য্যন্ত
	ক হইতে

৩। চিঠা কাহাকে কহে? কম্পাস ব্যবহারের নিয়ম স্পষ্ট রূপে ব্যক্ত কর?

৪। কোন মৌজার মধ্যে নদী পড়িলে তাহার পরিসর নিরূপণের উপায় কি?

স্কেলের ব্যবহার।

জরীপের যে যে নিয়ম নির্দ্দেশিত হইয়াছে প্রথমতঃ তদনুসারে মাপ ও অন্যান্য কার্য্য সমুদায় সম্পন্ন করিয়া তদনন্তর ঐ জমীর নক্সা প্রস্তুত করিতে হয়।

ক্ষেত্রের নক্সা প্রস্তুত করিতে হইলে যত বড় ক্ষেত্র জরীপ করা হইয়াছে, তত বড় কাগজের উপর তাহার প্রতিকৃতি অঙ্কিত করা কোনক্রমেই সম্ভবিতে পারে না; সুতরাং সেই ভুমি বা ক্ষেত্রকে অবশ্যই এরূপ কল্পনা করিতে হইবে যে তাহা ক্ষুদ্র আয়তনে প্রকাশ করিতে পারা যায়। এই কল্পনা হইতে স্কেলের অর্থাৎ মান-দণ্ডের সৃষ্টি হইয়াছে।

যদি কোন ভূমির এক দিকের প্রকৃত পরিমাণ ১০ গজ হয় আর ঐ দিক এক ইঞ্চ পরিমিত রেখায় প্রকাশ করা যায়, তাহা হইলে এরূপ বলিতে হয়, ইহা ট্টি স্কেলে অঙ্কিত হইয়াছে, অথবা ইহা বলিলেও হইতে পারে যে ইহার স্কেল ইঞ্চপ্রতি ১০ গজ।

সিম্পল্ স্কেল, ডাএগনাল স্কেল, ভার্ণিয়ার স্কেল, কর্ড স্কেল, মাকুর্য়স স্কেল, এই কয় প্রকার স্কেলের ব্যবহার আছে, তাহার মধ্যে কয়েক প্রকার স্কেলের বিষয় প্রথমভাগে উল্লিখিত হইয়াছে।

কোন স্থান জরীপ করিয়া তাহার নক্সা প্রস্তুত হইয়াছে কিন্তু ভ্রমক্রমে তাহার স্কেল লিখিত হয় নাই। যদি ঐ স্থানের বর্গ পরিমাণ ব্যক্ত থাকে, তাহা হইলে যে স্কেলে তাহা অঙ্কিত হইয়াছে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে।

ঐ নক্সা অপর স্কেলে অঙ্কিত করিয়া সেই স্কেলের সাহায্যে তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর। এইক্ষণে প্রকৃত ক্ষেত্রফল এই ক্ষেত্রফলের যত গুণ বা যত ভাগ হইবে, প্রকৃত স্কেলের বর্গও এই নূতন স্কেলের বর্গের তত গুণ বা তত ভাগ হইবে।

অর্থাৎ প্রকৃত ক্ষেত্রফল ঃ নূতন ক্ষেত্রফল ঃঃ (প্রকৃত স্কেল)^2 ঃ (নূতন স্কেল)^2।

উত্তরদিক্ নিরূপণের উপায়।

জরীপ করিয়া কোন স্থানের প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিতে হইলে সেই প্রতিকৃতির উত্তরদিক্ নির্দ্দেশ করা নিতান্ত আবশ্যক; অতএব জরীপের সময়ে ভূমির উত্তরদিক নিরূপণ করা একটী প্রধান কার্য্য। ম্যাগনেটিক কম্পাস অর্থাৎ দিগ্দর্শন যন্ত্র দ্বারা উত্তরদিক্ নিরূপিত হয় কিন্তু কোন যন্ত্রের সাহায্য ব্যতিরেকেও উত্তরদিক নিরূপিত হইতে পারে।

কম্পাশ দ্বারা যাহাকে উত্তরদিক বলিয়া স্থির করা যায় তাহা সর্ব্বথা ঠিক উত্তরদিক হয় না। কাল ও স্থান ভেদে কম্পাসের কার্য্যগত ব্যতিক্রম ঘটিয়া থাকে।

একগাছি রজ্জু দ্বারা নিম্ন লিখিত প্রক্রিয়ানুসারে উত্তরদিক্ নিরূপণ হইতে পারে। যে স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিবে যদি সেই স্থান সমতল হয় তাহা হইলে সেই স্থানেই উত্তরদিক নিরূপণ করিবে, যদি ভূমি তথায় সমতল না হয়, তাহা হইলে

যেখানে সমতল ভূমি পাইবে সেই খানে একটী ক্ষুদ্র সরল তার ঠিক লম্বভাবে প্রোথিত কর। পূর্ব্বাহ্নে কোন সময়ে তারের ছায়া কত দূর পড়ে দেখিয়া ঐ তারের মূলকে কেন্দ্র করিয়া ছায়া প্রমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত টানিয়া রাখ। পরে অপরাহ্নে আবার কোন সময়ে ঐ তারের ছায়া ঐ বৃত্তপরিধিকে স্পর্শ করে, অর্থাৎ পূর্ব্বাহ্নের ছায়ার সহিত ঠিক সমান হয়, তাহা বিশেষ করিয়া দেখ। অনন্তর পূর্ব্বোক্ত বৃত্তে দুই ছায়া ব্যাস হইয়া যে একটী বৃত্তাংশ হইবে, সেই বৃত্তাংশের পরিধিকে সমদ্বিখণ্ড কর; পরে তারের মূল দেশ হইতে ঐ ছেদ স্থানে এক সরল রেখা টান, ঐ রেখা উত্তরাভিমুখে যাইবেক।

প্রকৃত জরীপ আরম্ভ করিবার পূর্ব্বে উত্তরদিক্ সূচক রেখা-ক্রমে কিয়দ্দূর জরীপ কর, এবং প্রথম নিদর্শনস্থান হইতে যে দিকে জরীপ করিয়া যাইতে হইবে তাহার কিয়দ্দূর জরীপ করিয়া, ঐ স্থান হইতে উত্তরদিকসূচক রেখার যতদূর জরীপ করা হইয়াছে সেই পর্য্যন্ত জরীপ কর। এই প্রক্রিয়ার দ্বারা যে ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে ইহার সাহায্যে নক্সায় উত্তরদিক্ সূচক রেখা অঙ্কিত হইতে পারে।

জরীপী নক্সা অঙ্কিত করিবার নিয়ম।

জরীপ করিবার সময় গ্রামাদির সমুদায় পরিমাণাঙ্ক চিঠাতে লিখিত হয়, তদ্দৃষ্টে কাগজের উপর তৎসমুদায় অঙ্কিত হয়। কাগজ শৈত্যোষ্ণতা প্রভাবে বিস্তৃত ও

সঙ্কুচিত হইয়া থাকে। অতএব যে কাগজের উপর নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে তাহা কাষ্ঠফলকে আঠা দিয়া যুড়িয়া লওয়া অবিধেয়; কারণ নক্সা অঙ্কিত হইলে পর যখন অঙ্কিত কাগজ খানি কাষ্ঠফলক হইতে তুলিয়া লওয়া যায়, তখন ইহা পূর্ব্বাপেক্ষা কোন অংশে বিস্তৃত এবং কোন অংশে সঙ্কুচিত হইয়া যাইতে পারে। এবং কাযে কাযেই ভূমির পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষ অতিরিক্ত অথবা ন্যূন হইয়া পড়ে। কাগজ চারিদিকে সমান ভাবে বিস্তৃত হয় এরূপে রাখা উচিত; অথবা কাগজের এক পৃষ্ঠ নূতন বস্ত্রের দ্বারা আবৃত করিলে ভাল হয়; কেননা তাহা হইলে কাগজের চারিদিক সমান ভাবে বিস্তৃত হয়। কাগজ ঐ রূপে অবস্থাপিত হইলে যে মানদণ্ডে নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা সর্ব্বাগ্রে কাগজের তলদেশে অঙ্কিত করিবে। পরে চিঠা দেখিয়া প্রথমতঃ পেন্সিল দ্বারা ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিবে। ত্রিভুজগুলির রেখা আল্‌গা করিয়া টানিবে যে দাগ ঘোর কাল না হয় ও কাগজে না ফুটিয়া যায়। পেন্সিলের এমন গুণ থাকা আবশ্যক যে, সহজে যেন সূক্ষ্ম রেখা সকল অঙ্কিত করা যায়, এমন কি ইচ্ছাক্রমে যেন রবর দ্বারা কাগজের উপর হইতে পেন্সিলের চিহ্ন অনায়াসে নিরাকৃত করিতে পারা যায়। পেন্সিলের অগ্রভাগটী অতিশয় সূক্ষ্ম করিয়া কাটা উচিত।

কাগজের এক দিকে একটী রেখা (গ ঘ) অঙ্কিত করিয়া ঐ রেখার এক প্রান্তকে (গ-কে) উত্তরদিক

কল্পনা কর, পরে ঐ রেখার মধ্যে একটী বিন্দু (ক) লও, উহা জরীপের প্রথম নিদর্শন স্থান হইবে। প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে যে দিকে যত খানি জরীপ করা হইয়াছে, চিঠা হইতে তাহার পরিমাণ দেখিয়া কম্পাস দ্বারা অঙ্কিত মানদণ্ড হইতে ঐ পরিমাণ গ্রহণ কর, এবং কম্পাসের এক পদ কাগজের উপর ঐ ক বিন্দু বা নিদর্শন স্থানে রাখিয়া অপর পদ দ্বারা একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে উত্তরদিকসূচক রেখাক্রমে যত দূর জরীপ করা হইয়াছে মানদণ্ড হইতে তাহার পরিমাণ গ্রহণ করিয়া ক গ-কে তাহার সমান কর। গ হইতে ক খ সরল রেখার যত দূর জরীপ করা হইয়াছে তত পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। দুইটী বৃত্ত যে বিন্দুতে ছিন্ন হইবে তাহার সহিত ক ও গ বিন্দু সংযুক্ত কর; তাহা হইলে ক খ রেখার অবস্থিতি নিরূপিত হইবে। অনন্তর ক্ষেত্রে ঐ রেখার উপর যে ত্রিভুজ অঙ্কিত করিয়া জরীপ করা হইয়াছে চিঠা হইতে তাহার অপর দুইটী বাহুর পরিমাণ লইয়া অঙ্কিত মানদণ্ডের সাহায্যে পূর্ব্ব নিয়মানুসারে ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। এই প্রক্রিয়ানুসারে ক্ষেত্রস্থ সমুদায় ত্রিভুজ কাগজে অঙ্কিত কর। অনন্তর জরীপের প্রামাণিক রেখাগুলির নক্সা প্রামাণিক রেখার পরিমাণের সহিত মিলিল কিনা তাহা মানদণ্ড দ্বারা পরীক্ষা করিয়া দেখ। ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত হইলে পর যে লেখনী দ্বারা নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে তাহা দ্বারা স্পষ্ট সরল রেখা অঙ্কিত হয় কিনা তাহা এক

খানি স্বতন্ত্র কাগজে পরীক্ষা করিয়া দেখ। যদি লেখনী ভাল হয়, তাহা হইলে তাহাকে কাগজের উপর লম্ব-ভাবে রাখিয়া রেখা টানিতে থাকিবে। কাগজের উপর অধিক বলপূর্ব্বক লেখনী চালিত করিবে না, সরল ভাবে চালিত করিবে, এবং সতর্ক হইয়া দেখিবে যেন রেখা-গুলি এক স্থানে মোটা এবং এক স্থানে সূক্ষ্ম না হয়। যাহাতে আদি অন্ত এক আকার হয় সর্ব্বতোভাবে এমত চেষ্টা করিবে। এইরূপে সমুদায় ত্রিভুজগুলি কালি দ্বারা অঙ্কিত হইলে পর আর আর যে সমস্ত বিষয় অঙ্কিত করিতে হইবে তাহা পুনরায় ক চিহ্নিত নিদর্শন স্থান হইতে ক্রমশঃ অঙ্কিত করিতে থাকিবে।

চিঠাতে দেখিতে হইবে যে ক নিদর্শন স্থান হইতে ক খ সরল রেখা ক্রমে কত দূরে লম্ব উত্তোলিত হইয়াছে অনন্তর সেই দূরত্বের পরিমাণ মানদণ্ড হইতে লইয়া তাহা নক্সায় যে ক খ রেখা অঙ্কিত হইয়াছে তাহাতে চিহ্নিত কর। এবং ঐ ঐ চিহ্নতে চিঠা অনুযায়ী বাম পার্শ্বে বা দক্ষিণ পার্শ্বে লম্ব উত্তোলন কর। ক নিদর্শন স্থান হইতে খ নিদর্শন স্থান পর্য্যন্ত লম্বগুলি উত্তোলন করিয়া মানদণ্ড হইতে ঐ লম্বগুলির পরিমাণ গ্রহণ কর। পরে লম্বগুলিকে যথাযোগ্য পরিমিত করিয়া তাহাদিগের প্রান্ত সমুদায় সংযুক্ত কর, তাহা হইলে ক্ষেত্রের প্রতিকৃতি অঙ্কিত হইবে। এইরূপে ক্ষেত্রস্থ বাটী, রাস্তা, লৌহবর্ত্ম, নদী, পুষ্করিণী প্রভৃতি অঙ্কিত করিতে হইবে।

এই সকল বিষয় কালি দ্বারা অঙ্কিত করিতে হইবে। শস্যগুলিতে কালি দিতে হইবে না, কারণ প্রতিকৃতিতে শস্য রাখিবার প্রয়োজন নাই। রাস্তা, সেতু, লৌহবর্ত্ম, নদী, পুষ্করিণী, কুটীর কি আকারে অঙ্কিত করিতে হয় তাহা ৩৪৪ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ। ইহাতে র চিহ্নিত তিনটী রেখা লৌহবর্ত্ম, ম চিহ্নিত দুইটী রেখা রাজমার্গ, জ চিহ্নিত স্থানটী পুষ্করিণী, ন চিহ্নিত অবয়বটী নদী, ব ইষ্টক নির্ম্মিত বাটী, চ কুটীর, ও স সেতু।

এক খানি নক্সা যদি এত বৃহৎ হইয়া পড়ে, যে দুই তিন খানি ভিন্ন ভিন্ন কাগজে খণ্ড খণ্ড করিয়া অঙ্কিত করিয়া পশ্চাৎ সমুদায় গুলি একত্রিত করিতে হয়; তাহা হইলে খণ্ডগুলি এরূপে অঙ্কিত ও সংযুক্ত করিবে, যে সংযোগের পর প্রতিকৃতি খানি খণ্ড খণ্ড করিয়া চিত্রিত হইয়াছিল বলিয়া বোধ না হয়।

উক্ত প্রকার পরিষ্কার নক্সায় জল, স্থল, নদ, নদী, খাল, বন, জঙ্গল, বাটী, বাগান প্রভৃতি অনায়াসে প্রভেদ করিতে পারা যাইবে বলিয়া চিত্রকরেরা ভিন্ন ভিন্ন রঙ্গ ব্যবহার করিয়া থাকেন; তাহাতে নক্সা সুদৃশ্য হয় এবং দেখিবামাত্রই বুঝা যায়। যদি চিত্রকরেরা ভিন্ন ভিন্ন পদার্থের ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ কল্পনা করিয়া অনুরূপ চিত্র করে, ও কোন্ বর্ণে কোন্ পদার্থ বুঝায় তাহার সঙ্কেত লিখিয়া দেয়, তাহা হইলে কার্য্য নির্ব্বাহ হইতে পারে; কিন্তু পশ্চাল্লিখিত পদার্থ সকলের যে বর্ণ সাধারণ্যে প্রচার আছে তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

বস্তু	রঙ্গ
নদী ও পুষ্করিণী	নীল (মধ্যস্থল অপেক্ষা ধারে অধিকতর গাঢ় হইবে)
জোল	নীল ও মৃত্তিকা রঙ্গ এবং স্থানে স্থানে সবুজ।
শুষ্ক জলাশয়	ঈষৎ জরদ।
জলসমীপস্থ চর	ঈষৎ নীল।
মৃত্তিকা চর	কর্দ্দম রঙ্গ।
বালুকাময় চর	রক্তমিশ্রিত জরদ।
পর্ব্বত প্রভৃতি উচ্চস্থান	কাল।
উদ্যান	ঘোর সবুজ।
বন	সবুজ বর্ণে কিছু লালের অংশ থাকিবে।
পতিত ভূমি (অনুর্ব্বর)	নীল ও কালি মিশ্রিত।
পতিত ভূমি (উর্ব্বর)	শ্বেত বর্ণ।
বৃক্ষ ও তৃণ ক্ষেত্র	ঈষৎ সবুজ।
ধান্যাদি ক্ষেত্র	সবুজ এবং জরদ।
বৃত্তি অর্থাৎ বেড়া	ঈষৎ সবুজ।
পথ	মৃত্তিকা রঙ্গ, এবং মনুষ্যকৃত পথে রেখাদ্বয়, স্বয়ং জাতে এক রেখা।
প্রশস্ত রাস্তা	তরল লোহিত।
ইষ্টকালয় ও সেতু	অলক্ত বর্ণ।
তৃণাদি রচিত গৃহ	জরদ এবং কর্দ্দম রঙ্গ।
উজর বাস্তু	ঈষৎ কর্দ্দম রঙ্গ।

নদীর স্রোত জানাইবার নিমিত্তে স্রোতোমুখে তীরের ফলা অঙ্কিত থাকে।

উক্ত নিয়মে চিত্র করিলে ভূমির নক্সা পাণ্ডুলিপির অর্থাৎ চিঠার অবিকল প্রতিরূপ হয়, কিন্তু আদর্শ হইতে বৃহৎ বা ক্ষুদ্র নক্সা করিতে হইলে আদর্শ নক্সার পরিমাণাঙ্ক দেখিয়া মানদণ্ড দ্বারা তদ্রূপ কোন পরিমাণ কল্পিত করিয়া রেখা পাত করিবেক, এবং খাল জঙ্গল প্রভৃতির নাম ও আকৃতি তদুপযুক্ত স্থানে অঙ্কিত করিবে, তাহাতেই অভিলষিত বৃহৎ বা ক্ষুদ্র চিত্র প্রস্তুত হইবে।

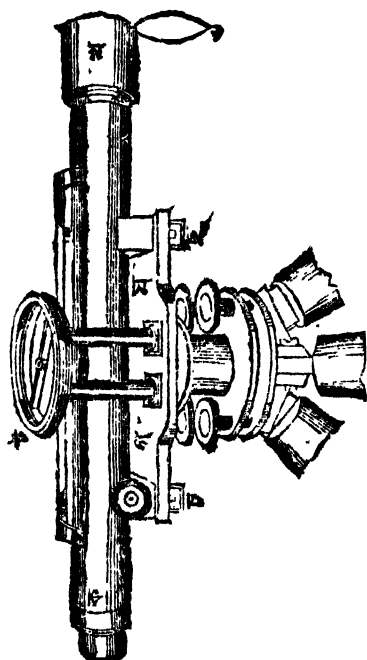
অঙ্কিত প্রতিকৃতিতে যে রঙ্গ দিতে হইবে তাহা যত তরল হয় ততই ভাল। রঙ্গ দিবার সময় এরূপ সতর্ক হইবে যে, যে সীমার মধ্যে এক প্রকার রঙ্গ দিতে হইবে সে রঙ্গ যেন সেই সীমা অতিক্রম করিয়া না যায়। যে স্থলে রঙ্গ দেওয়া হইয়াছে এবং তাহা যদি শুষ্ক হইয়া থাকে তবে আর কোন মতে সে স্থল স্পর্শ করিবে না; যদি কর তাহা হইলে দুই প্রকার রঙ্গের সংযোগরেখার ন্যায় একটী রেখা উৎপন্ন হইবে। অঙ্কিত প্রতিকৃতির এই দোষটী বড় সামান্য নহে। কোন স্থানে রঙ্গ অধিক ক্ষণ রাখিবে না; কারণ যদি উত্তপ্ত বায়ু প্রভাবে সহসা জমিয়া যায়, তাহা হইলে সেই স্থলের রঙ্গ পূর্ব্ব প্রদত্ত রঙ্গের সহিত সমান করিতে পারিবে না, সুতরাং কোন স্থানে গাঢ় এবং কোন স্থানে তরল হইবে।

সমস্থল নিরূপণ করিবার রীতি।

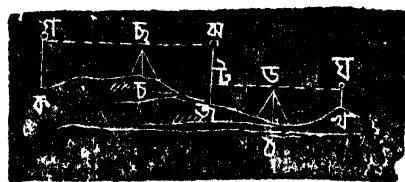
অবায়ু-বিচলিত সরোবরের জলের অবস্থানই সমস্থলের প্রকৃত উদাহরণ স্থল। পৃথিবী সর্ব্বতোভাবে গোলাকার বলিয়া নির্দ্দেশ করিলে সমস্থল রেখা উহার কেন্দ্র হইতে সকল স্থানেই সমদূর হইবে। সমস্থল প্রক্রিয়া দ্বারা স্থপতিগণ ভূপৃষ্ঠ কোথায় উন্নত ও কোথায় অবনত তাহা নির্ণয় করেন; এবং যে রেখা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে সর্ব্বত্র সমদূর তৎসম্বন্ধে এক স্থান অন্য স্থানাপেক্ষা কত উচ্চ বা নীচ তাহা নির্ণয় করেন। তোয়সাম্য যন্ত্র দ্বারা যে রেখা নিরূপিত হয় তাহা পৃথিবীর স্পর্শনী রেখা। ভিত ও পয়নালার সমস্থল সামান্য তোয়সাম্য যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে, কিন্তু বড় জমীদারী বা মাঠ জরীপ করিতে হইলে তাহার সমস্থল y (ওয়াই) সুরাসাম্য বা ট্রুফ্‌টনস সুরাসাম্য নামক উৎকৃষ্ট উৎকৃষ্ট যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে।

পর প্রতিকৃতিতে জ ঝ সুরাসাম্য যন্ত্রটী ক খ দূরবীক্ষণের উপর সংস্থাপিত আছে। দূরবীক্ষণটী গ ঘ আধারের উপর সংস্থিত। এই আধার একটী মেরুদণ্ডতে এরূপ কৌশলে সংবদ্ধ যে তাহাকে অনায়াসে ঘুরান যাইতে

পারে। গ ঘ আধারের উপর দণ্ডায়মান দুইটা স্তম্ভোপরি ট নামক একটী দিক্‌দর্শন যন্ত্রের বাক্স আছে।

যন্ত্রটীকে ব্যবহার করিতে হইলে প্রথমতঃ চক্ষু দ্বারা যত দূর সাধ্য ইহাকে সমান করিতে হয়। পরে দূরবীক্ষণটীকে টের্‌চা স্ক্রু দুইটীর উপর স্থাপিত করিয়া চ ও ছ দুইটী স্ক্রু দ্বারা জ ঝ নলের মধ্য স্থিত সুরা স্ফোটটীকে নলের মধ্যস্থলে আনিতে হয়। সুরাস্ফোট নলের মধ্যস্থলে আসিলে যন্ত্রটী ব্যবহার যোগ্য হয়।

একটী মাঠের ক ও খ দুইটী স্থানে সমস্থলের বিভিন্নাংশ নির্ণয় করিতে হইবে।

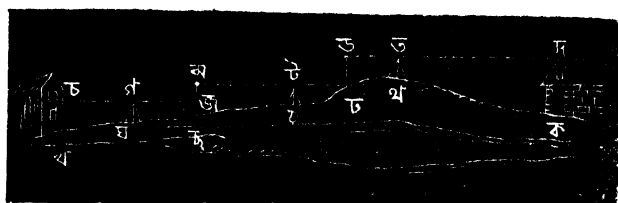
মনেকর, এই ক্ষেত্রের চ ও ঠ স্থানে গ ঝ ও ট ঘ দুইটী সমস্থল রেখা সুরাসাম্য যন্ত্র দ্বারা নির্দ্ধারণ করা গিয়াছে।

জরীপআমীন ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন করিলে জ ঝ উন্নতিকে সম্মুখ ও ক গ উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক কহে ; ঐরূপে খ ঘ উন্নতিকে সম্মুখ দিক ও জ ট উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক কহে। খ ঘ ও জ ট দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে খ ও জ স্থানদ্বয়ের সমস্থলের প্রভেদ জ্ঞাত হওয়া যায় ; এবং জ ঝ ও ক গ দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে জ ও ক

স্থানের সমস্থলের প্রভেদ নির্ণয় হয়। যদি খ ঘ = ৪ জ ট = ৩, জ ঝ = ৯ এবং ক গ = ৭ হাত হয়, তাহ হইলে জ চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান হইতে এক হস্ত (৪ — ৩ = ১) উচ্চ, এবং জ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা = ৯ — ৭ = ২ হাত ; অতএব খ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা ১ + ২ = ৩ হাত। পুনশ্চ যদি খ ঘ = ২, জ ট = ৫, জ ঝ = ১২ এবং ক গ = ৮ হাত হয়, তাহা হইলে খ স্থান জ স্থান অপেক্ষা উচ্চতর, এই জন্য জ স্থান অপেক্ষা খ স্থানের উচ্চতা = ৫ — ২ = ৩ হাত ; এবং জ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা = ১২ — ৮ = ৪ হাত ; অতএব খ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা ৪ — ৩ = ১ হাত।

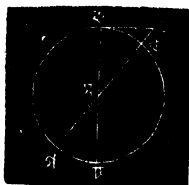
এইরূপে ক ও খ দুইটী স্থানের সমস্থল নিরূপণ করিবার নিমিত্ত একটী সাধারণ নিয়ম নির্দ্দেশ করা যাইতেছে।

গ ঝ সমস্থল রেখা হইতে ক স্থানের দূরত্ব ক গ রেখা, এবং উক্ত রেখা হইতে খ স্থানের দূরত্ব ঝ ট + ঘ খ রেখা; অতএব ক ও খ দুইটী স্থানের সমস্থলের বিভিন্নতা এইরূপে নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে; যথা ঝ ট + ঘ খ — ক গ; ইহাতে ট জ যোগ ও বিয়োগ করিলে ঝ জ + ঘ খ — (ক গ + ট জ) হইবে। কিন্তু ঝ জ ও ঘ খ দুইটী পশ্চাৎদিক আর ক গ ও ট জ দুইটী সম্মুখ দিক, সুতরাং পশ্চাৎ দুই দিক সম্মুখ দুই দিক হইতে অন্তর করিলে প্রথম ও শেষ ধ্বজা দ্বারা চিহ্নিত দুইটী স্থানের সমস্থলের প্রভেদ জানা যায়। পূর্ব্বোক্ত উদাহরণে দুইটী পশ্চাৎদিকের ধ্বজার উন্নতির যোগপরিমাণ = ২ + ১২ = ১৪, এবং সম্মুখস্থান দুইটী ধ্বজার উন্নতির যোগপরিমাণ = ৫ + ৮ = ১৩; অতএব ক ও খ স্থানের সমস্থলের বিভিন্নতা = ১৪ — ১৩ = ১ হাত; এবং পশ্চাৎদিকের দুইটী উন্নতির যোগ সম্মুখদিকের দুইটী উন্নতির যোগ অপেক্ষা বৃহত্তর বলিয়া এই প্রতীয়মান হইতেছে যে, ক স্থান খ স্থানাপেক্ষা ১ হাত উচ্চ।

খ চ ও ক দ দুইটী স্থানে দুইটী বাটীর সমস্থলের বিভিন্নতা নিরূপণ করিতে হইবেক।

মনেকর, এই ক্ষেত্রে চ জ, ঝ ঢ, ও ড দ এই কয়েকটী সমস্থল রেখা লইলে খ চ, ঝ ছ এবং ড ঢ পশ্চাৎদিকের

উন্নতি; আর ছ জ, শূন্য, ও ক দ সম্মুখদিকের উন্নতি হইবে। এইক্ষণে পশ্চাৎদিকের সমুদায় ধ্বজার উন্নতি পরিমাণের সমষ্টি হইতে সম্মুখদিকের উন্নতি পরিমাণের সমষ্টি বিয়োগ করিলে ক চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান হইতে কত উচ্চ তাহা নির্ণয় হইবে। মনেকর, পশ্চাৎ ধ্বজাগুলির উন্নতি যথাক্রমে ৯, ১১, ও ১৩ হাত; এবং সম্মুখ ধ্বজা গুলির পরিমাণ যথাক্রমে ২, ০, ও ১৬ হাত। অতএব ক স্থান খ স্থান অপেক্ষা = ৩৩ — ১৮ = ১৫ হাত উচ্চ।

ভূমির সমস্থল করিতে হইলে পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন প্রতি মাইলে যে কিঞ্চিৎ ঢাল করিতে হয়, তাহা নিম্নলিখিত প্রস্তাবটী বিশেষ রূপে অনুধাবন করিয়া দেখিলে প্রতীত হইবে।

মনেকর, ক খ গ ভূপৃষ্ঠ, ক স্থানে অবস্থিত এক জন স্থপতি ক চ অভিমুখে ভূমি সমস্থল করিয়া যাইতেছে। এইক্ষণে এই চিত্রক্ষেত্র দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে স্থপতি যতই গ অভিমুখে গমন করিবে ততই ক চিহ্নিত স্থানে দৃশ্যমান সমস্থল প্রকৃত সমস্থল অপেক্ষা ঊর্দ্ধে হইবে

ভূমি সমস্থল করিতে হইলে যে পরিমাণে ঢাল রাখিতে হয় তাহা এই পাতন হইতে প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে। ক চ রেখা পৃথিবীর পৃষ্ঠকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে বলিয়া, উহা ক খ গ বৃত্তের স্পর্শনী রেখা। ক ও চ হইতে পৃথিবীর কেন্দ্র ম পর্যান্ত রেখা টান। প্রকৃত সমতল হইতে দৃশ্যমান সমতলের বৈলক্ষণ্য খ স্থানে চ খ রেখা দ্বারা নির্দ্দেশ হইতেছে; চ খ রেখার পরিমাণ ৫৬ শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে।

$$চ গ. চ খ = ক চ^২, \therefore চ খ = \frac{ক চ^২}{চ গ}$$

ক চ ১ মাইল ও চ গ ৭৯৫৮ মাইল হইলে,

$$চ খ = \frac{১^২}{৭৯৫৮} = \text{এক মাইলের } \frac{১}{৭৯৫৮} \text{ ভাগ} =$$

৭·৯৬২ ইঞ্চ (প্রায় ৮ ইঞ্চ)।

যদি ক চ দূরত্ব ৩ মাইল হয়, তাহা হইলে চ গ =

$$\frac{৩^২}{৭৯৫৮} = \frac{৯}{৭৯৫৮} = ৭১·৬৫৮ \text{ ইঞ্চ বা প্রায় ৬ ফুট।}$$

ক স্থান হইতে খ যত মাইল দূর, সেই দূরত্বকে বর্গ করিয়া ৮ দিয়া গুণ করিলে ফল লব্ধ হওয়া যায়।

জ্যোতির্ব্বিদ পণ্ডিতেরা নির্দ্ধারণ করিয়াছেন যে দূরস্থ পদার্থ কিরণের বক্রীভবন প্রভাবে অপেক্ষাকৃত উচ্চতর

স্থানে দৃষ্ট হয়। এইক্ষণে তুমি সমস্থল করিতে গিয়া প্রতি মাইলে ৮ ইঞ্চ ঢাল রাখিলে ভ্রম হইবার সম্ভাবনা, সুতরাং ঐ ৮ ইঞ্চ হইতে দৃষ্টিবৈলক্ষণ্য প্রযুক্ত যে স্থান টুকু বেশি ধরা হয় তাহা বাদ না দিলে গণনা সূক্ষ্ম হয় না।

দৃষ্টি-বৈলক্ষণ্য সকল স্থানে সমান নহে; কিন্তু স্থপতিগণ সামান্যতঃ পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন যে ঢাল রাখিয়া থাকেন তাহার $\frac{1}{7}$ ভাগ বক্রীভবনের নিমিত্ত বাদ দিয়া থাকেন।

উদাহরণ ১। কোন দৃষ্ট পদার্থ আড়াই মাইল দূরে হইলে, পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন কত ঢাল রাখিতে হইবে, ও বক্রীভবন প্রযুক্ত কত বাদ দিতে হইবে?

গোলত্বের নিমিত্ত ভ্রম নিরাকরণ = ৮ ইঞ্চ = $\frac{2}{3}$ ফুট;

$$(২.৫)^২ = \frac{২ \times ৬.২৫}{৩} = ৪.১৬৬$$

বক্রী ভবনের নিমিত্ত ভ্রম নিরাকরণ উহার $\frac{1}{7}$.৫৯৫

অবশিষ্ট ৩.৫৭১ ফুট

ঢাল রাখিতে হইবে।

২। দৃষ্ট পদার্থ ৬০ চেইন দূরে হইলে কত ঢাল রাখিতে হইবে?

$৬০^২ \div ৮০০ = ৪.৫$

ইহার $\frac{1}{7}$ অংশ — .৬৪৩

অবশিষ্ট ৩.৮৫৭ ইঞ্চ ঢাল রাখিতে হইবে

৩। দুই পদার্থ ২০ চেইন দূরে হইলে কত ঢাল রাখিতে হইবে? উঃ। .,৪২৮৫ ইঞ্চ।

৪। দুই পদার্থ ১⅛ মাইল দূরে হইলে কত ঢাল রাখিতে হইবে? উঃ। ৮.৬৭৮ ইঞ্চ।

সমাপ্ত।

এই পুস্তকে ব্যবহৃত গণিত শব্দের ইঙ্গরেজী প্রতিশব্দ।

অংশ	Degree	অক্ষদণ্ড	Axis
[illegible]করণ	Rational	আয়ত	Rectangle
অতিদেশ	Apply	আয়তাকার ঘন ক্ষেত্র	Parallelopipedon
অধিশ্রয়	Focus	উন্নতি	Altitude
অনুপাত	Proportion	উপনিহিত	Superposition
অনুপূরক	Complement	উপপত্তি	Demonstration
অনুমান	Corollary	উপপাদ্য	Theorem
অন্তর নিষ্পত্তি	Dividendo		
অন্তরীণ	Interior	ঋজু	Straight
অন্ত্য	Extreme	ঋণ	Minus
অপবর্ত্তক	Measure		
অপবর্ত্ত্য	Multiple	একক	Unit
অবকাশ	Space	একান্তরিত	Alternate
অবনতি	Inclination	এবসিসা বা সর্ব্বাধিক বিস্তার	Abscissa
অবলেট বর্ত্তুলাভাস	Oblate Spheroid	ঐককেন্দ্রিক	Concentric
অর্ডিনেট বা তালার্দ্ধ রেখা	Ordinate	ওলন মাটাম	Plumb Level
অর্দ্ধচন্দ্র	Lune	কটিবন্ধ	Zone
অসাধ্য	Absurd	কম্পাস	Compass

করণী	Surd	ঘনফল	Solidity
কলা	Minute	ঘাত	Exponent
কর্কট	Radius	চতুরস্র বা চতুর্ভুজ	Square
কর্ণ	Diagonal	চাপ	Arc
কাকলা	Wedge	চেইন বা শৃঙ্খল	Chain
কাজ্‌লা প্রকাণ্ড	Prismoid	চৌবাচ্চা	Cistern
কুটিল	Curve	চৌপহল	Square Prism
কুব্জ	Concave	চিঠা	Field Book
কুলালচক্র	Cylindrical ring		
কেন্দ্র	Centre	ছেদন	Section
কোটি	Perpendicular		
কোনমান গজ	Protracting Scale		
কোণমান যন্ত্র	Theodolite	জরীপ	Survey
ক্রমনিম্ন	Inclined	জরীপ আমীন	Surveyor
ক্রুশদণ্ড	Cross Staff	জাত্য ত্রিভুজ	Rightangled Triangle
ক্রোড়স্থ	Supplemental	জ্যা	Cord
		জ্যামিতি	Geometry
গজ	Scale		
গরিষ্ঠ	Major	টকু	Spindle
গুণক	Multiplier	টি মাটাম	T. Square
গুণ্য	Multiplicand	ট্রাপিজিয়ম বা বিষমচতুর্ভুজ	Trapezium
গুণফল	Product		
ঘন	Cube	ট্রাপিজৈড	Trapezoid
ঘন	Solid		

ম্যকোণিক	Equilateral	পঞ্চভুজ	Pentagon
তারসাম্য	Water level	পরিভাষা	Definition
ত্রিকোণী }	Triangular }	পরিমাপক	Mensuration
মাটাম }	Square }	পরিমিত	Perimeter
ত্রিঘাত	Cube	পহল	Prism
ত্রিভুজ বা ত্র্যস্র	Triangle	প্রকাণ্ড	Frustrum
		প্রতিজ্ঞা	Proposition
[illegible]	Square	প্রতীপ	Opposite
		প্রসারিত	Produced
[illegible]	Plus	প্রামাণিক রেখা	Proof line
[illegible]	Arc	প্রোলেট }	Prolate }
মতল	Plane or }	বর্ত্তুলাভাস }	Spheroid }
	Surface }	পেরামিটর	Parameter
মতল ক্ষেত্র	Superfices	পৃষ্ঠফল	Superficial Area
নকসা	Plan	ফাঁড় }	Offset or }
ঠিন	Solid		Perpendicular }
দর্শন স্থান	Station	ফাঁড়যষ্টি	Offset Staff
য়োগ	Application	বক্রীভবন	Refraction
র্মাণ	Construct	বন্ধনী	Vinculum
র্দিষ্ট	Given	বর্গ	Square
কাশন	Describe	বর্গমূল	Square root
দিষ্ঠ	Adjacent	বর্ত্তুল	Sphere
ব্জপৃষ্ঠ	Convex	বর্ত্তুলখণ্ড }	Spherical Segment }

বর্ত্তুলমণ্ডল	Spherical Zone	ভাজ্য	Dividend
বর্ত্তুলাভাস	Spheroid	ভূমি	Base
বহুভুজ	Polygon		
বাহ্য	Exterior	মণ্ডল	Zone
বিকলা	Second	মধ্য	Mean
বিন্দু	Point	মধ্যখণ্ড	Middle Segmen
বিনিময় নিষ্পত্তি	Alternando	মানদণ্ড	Scale
বিলোম নিষ্পত্তি	Invertendo	মাত্রাম	Square
বিষম চতুর্ভুজ	Trapezium	মিলিত হওন	Coincide
বৃত্ত	Circle	মূল	Root
বৃত্তখণ্ড	Segment	মেরুদণ্ড	Axis
বৃত্তচ্ছেদক	Sector	মৌলিক তত্ত্ব	First principl
বৃত্তার্দ্ধ বা সামিবৃত্ত	Semicircle		
ব্যবহারিক জ্যামিতি	Practical Geometry	যথাক্রম যথাক্রমে	Respectively
ব্যাস	Diameter	যোগনিষ্পত্তি	Componendo
ব্যাসার্দ্ধ বা সামিব্যাস	Radius or Semidiameter	রম্বস	Rhombus
		রম্বয়েড্	Rhomboid
ভগ্নাংশ	Fraction	রাশি	Magnitude
ভাগফল	Quotient	রৈখিক	Lineal
ভাগশেষ	Remainder		
ভাজক	Divisor	লঘিষ্ঠ	Minor

লব	Numerator
লম্ব	Perpendicular
শর	Versed Sine
শঙ্কু	Gnonon
শীর্ষ	Vertical
শৃঙ্খল বা শিকল	Chain
ষড়্ভুজ	Hexagonal
সংযোজক রেখা	Tie Line
সংহিত	Sum
সকোণসূচী	Pyramid
সকোণসূচী-প্রকাণ্ড	Frustrum of a Pyramid
সদৃশ	Similar
সবর্গীয়	Homologous
সমকোণ	Right angle
সমকোণিক	Right angled
সমচতুষ্কোণ	Rectangle
সমদ্বিখণ্ড	Bisect
সমদ্বিভুজ	Isosceles
সমবাহুক	Equilateral
সমবাহুক ঘনক্ষেত্র	Cube
সমশীল	Homologous
সমসূত্র	Same line or level

সমস্থল বা সমতল	Level
সমান্তরাল	Parallel
সমান্তরিক	Parallelogram
সমিত	Plus
সমীকরণ	Equation
সম্পাত	Intersect
সম্পাদ্য	Problem
সরল বা ঋজুরেখা	Straight Lino
সান্দ্র	Dense
সামিবৃত্ত	Semicircle
সারা	Area
সুরাসাম্য	Spirit Level
সূচী	Cone
সূচীপ্রকাণ্ড	Frustrum of Cone
সূত্র বা আর্য্যা	Formulae
সূক্ষ্মকোণ	Acute Angle
স্তম্ভ	Cylinder
স্থপতি	Engineer
স্থূল কোণ	Obtuse Angle
স্পর্শনী	Tangent
স্বতঃ প্রমাণক	Self evident
স্বতঃসিদ্ধ	Axiom
স্বীকার্য্য কথা	Postulate

হর	Denominator	ক্ষেপণী	Parabola
হরণ	Divide	ক্ষেপণীমণ্ডল	Parabolic Frustrum
হারক	Divisor	ক্ষেপণীস্তম্ভ	Paraboloid
হার্য্য	Dividend	ক্ষেত্রফল	Area
হীনিত	Minus	ক্ষেত্রব্যবহার	Mensuration

শুদ্ধিপত্র।

পৃষ্ঠা	পংক্তি	অশুদ্ধ	শুদ্ধ
২১	৪	পর্ব্বতের	মন্দিরের
৪০	প্রতিকৃতি	চ	অ
৭০	৪	যাহার উচ্চতা	উচ্চতা
৭২	১৫	ব।গছ জ,	ব।ঘছ জ,
১০৮।১১৬		৫৩শ প্রতিজ্ঞা হইতে ৫৮শ প্রতিজ্ঞা	৫৪শ প্রতিজ্ঞা হইতে ৫৯শ প্রতিজ্ঞা
১৮৪	১২	ছজ ঃঃ কখ ঃ খগ	ছজ ঃঃ কখ ঃ কগ
২০৫	১২,১৮		
২০৬	৫,১৬	পরিমিতি	পেরামিটার
২০৭	১, ৫		
২১৬	১৯	২৩৪	৩২৪
২৭১	৪	× দ × ব উ	দ × ব × উ
২৮৬	১৬	কলফল	ঘনফল
৩৩২	১		শৃঙ্খল ও ক্রুশ যন্ত্র এবং শুদ্ধ শৃঙ্খলদ্বারা জরীপ করিবার নিয়ম।

চতুর্থ ভাগ।

ঘন পরিমাণ।

ভূমি পরিমাণ কালে কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলে, কিন্তু পুষ্করিণী প্রস্তুত কালে কত পরিমাণে মৃত্তিকা খনন করা হইল তাহা নির্ণয় করিতে হইলে কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলে না, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, গভীরতা এই তিনই ধরা আবশ্যক; যাহার দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও গভীরতা এই তিনই ধরিতে হয় তাহাকে ঘন বা নিটন ক্ষেত্র কহে। যে ঘনক্ষেত্রের ছয়টী পৃষ্ঠ সমচতুষ্কোণ ধরাতল ক্ষেত্র, এবং যাহার দৈর্ঘ্য, ১ হাত, প্রস্থ ১ হাত, এবং বেধ ১ হাত, তাহাকে ১ ঘন হাত পরিমিত ক্ষেত্র কহে।

ঘন পরিমাণের ধারা।

২৪×২৪×২৪বা ১৩৮২৪ ঘন অঙ্গুলে ...১ ঘন হস্ত।
১২×১২×১২বা ১৭২৮ ঘন ইঞ্চে ....১ ঘন ফুট।
৩ × ৩ × ৩বা ২৭ ঘন ফুটে ....১ ঘন গজ।
২৭৭.২৭৪ অথবা প্রায় ২৭৭¼ } ঘন ইঞ্চে ....১ গেলন।
৫১২ ০০০ ০০০ ০০০ ঘন হস্তে ....১ ঘন ক্রোশ।

১ম সম্পাদ্য।

একটী সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বা নিটন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণফল করিলে ঘনফল স্থির হয়।

এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এক অঙ্গুলি বিস্তার হইলে যে-রূপ এক বর্গ অঙ্গুলি হয়, সেইরূপ এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য এক অঙ্গুলি বিস্তার ও এক অঙ্গুলি বেধ হইলে এক ঘন অঙ্গুলি কহা যায়। একটা কাষ্ঠখণ্ড যাহার সকল পৃষ্ঠই সমচতুষ্কোণ, যদি এক অঙ্গুলি দীর্ঘ, এক অঙ্গুলি বিস্তৃত ও এক অঙ্গুলি উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ এক ঘন অঙ্গুলি কহা যাইতে পারে। ঐরূপ, যে বস্তুর দৈর্ঘ্য এক হস্ত, বিস্তার এক হস্ত, ও বেধ এক হস্ত, তাহার পরিমাণ এক ঘন হস্ত। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার দুই হস্ত, ও বেধ দুই হস্ত, তাহাকে প্রথমতঃ সমান দুই খণ্ডে ছেদ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত বিস্তার দুই হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয়। পুনর্ব্বার ঐ খণ্ড গুলির প্রত্যেককে সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয়; এবং সর্ব্বশুদ্ধ ৪ টী খণ্ড হয়। ঐ ৪ খণ্ডের প্রত্যেককে আবার সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য ১ হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ ১ হস্ত হয়, অর্থাৎ প্রত্যেক খণ্ডের পরিমাণ ঘনহস্ত হয় এবং সর্ব্বশুদ্ধ ৮ টী খণ্ড হয়। তাহা হইলেই.

দুই হস্ত দৈর্ঘ্য দুই হস্ত বিস্তার ও দুই হস্ত বেধে, ৮ ঘন হস্ত হইল। ঐরূপ, যে বস্তুর ৩ হস্ত দৈর্ঘ্য, ৩ হস্ত বিস্তার ও ৩ হস্ত বেধ, তাহাকে ১ হস্ত দীর্ঘ, ১ হস্ত বিস্তৃত ও ১ হস্ত উচ্চ, ২৭টী সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যাইতে পারে; অর্থাৎ যে বস্তুর দৈর্ঘ্য ৩ হস্ত, বিস্তার ৩ হস্ত ও বেধ ৩ হস্ত তাহার পরিমাণ ২৭ ঘন হস্ত। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণফল স্থির করিলেই, ঘনফল অর্থাৎ কালি স্থির করা হইল। তাহা হইলেই এক ঘন হস্তে ২৪ × ২৪ × ২৪ = ১৩৮২৪ ঘন অঙ্গুল হইল; এবং এক ঘন ফুটে, ১২ × ১২ × ১২ = ১৭২৮ ঘন ইঞ্চ হইল।

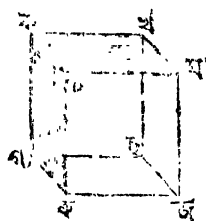
কোন প্রাচীর অথবা কোন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইলে, প্রথমতঃ তাহার দৈর্ঘ্য বিস্তার ও উচ্চতার পরিমাণকে, এক শ্রেণীস্থ রাশি করিতে হয়। যদি ঘনফল এত ঘন অঙ্গুলি হয় তবে তাহাকে ১৩৮২৪ দিয়া ভাগ করিলেই, কালি কত হস্ত তাহা স্থির হইবে। কালি ঘন ইঞ্চ হইলে, তাহাকে ১৭২৮ দিয়া ভাগ করিলেই ঘন ফুট হইবে।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা ঘন বস্তুর পার্শ্বের দৈর্ঘ্যতা, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল এবং প দ্বারা উহার পৃষ্ঠ নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ঘ = দ^{৩},\; দ = \sqrt[৩]{ঘ},\; এবং\; প = ৬ \times দ^{২}।$$

উদাহরণ ১। একটী কাঠের গুঁড়ি যাহার সকল পৃষ্ঠই সমচতুরস্র যদি ২৪ ইঞ্চ দীর্ঘ, ২৪ ইঞ্চ বিস্তৃত, এবং ২৪ ইঞ্চ উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত হইবে?

এখানে, ২৪ দৈর্ঘ্য
২৪ বিস্তার

ঘনফল = ১৩৮২৪ ইঞ্চ

২। যে সমবাহুক ও সমকোণিক নিটল বস্তুর পার্শ্বের দৈর্ঘ্য ২২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৩৯৪ ঘন গজ ১০ ফুট।

৩। যদি সমবাহুক ও সমকোণিক ঘন বস্তুর পার্শ্বের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার পরিমাণ কত ফুট হইবে? উঃ। ৩$\frac{3}{8}$।

৪। একটী চতুষ্কোণাকার গুঁড়ির প্রত্যেক দিকের পরিমাণ ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ হইলে, উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে স্থির কর। উঃ। ২৯৬ ঘন ফুট ৩′ ৬″ ৮‴।

৫। যে চতুষ্কোণ বাক্সের পরিমাণফল ৩৪৩ ঘন ফুট তাহার পার্শ্বের দৈর্ঘ্যপরিমাণ কত?

২ য় সূত্রানুসারে $দ = \sqrt[৩]{ঘ} = \sqrt[৩]{৩৪৩} = ৭$ ফুট।

৬। যদি প্রত্যেক দিকে ৩ ফুট পরিমাণ এমন একটী সেগুণ কাঠের চতুষ্কোণ বাক্স (ডালা সমেত) নির্ম্মাণ করিতে হয়, তাহা হইলে কত বর্গফুট সেগুণ কাঠ উক্ত বাক্সতে লাগিবে?

শেষ সূত্রানুসারে $প = ৬ \times দ^২ = ৬ \times ৩^২ = ৫৪$ বর্গফুট।

৭। দৈর্ঘ্যে ৫ হাত, প্রস্থে ৩॥০ হাত, এবং উচ্চে ৪ হাত একটী মশারি প্রস্তুত করিতে হইলে, ২ হাত বহরের কত কাপড় লাগিবে? উঃ। ৫২৮ হাত।

৮। কোন সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর এক দিকের পরিমাণ ২ ফুট ৬ ইঞ্চ হইলে, উহার ঘনফল কত হইবে? উঃ। ১৫.৬২৫ ঘনফুট।

৯। যে ঘনপ্রস্তরের পার্শ্ব ৪ হাত তাহার মূল্য অপেক্ষা, যাহার পার্শ্ব ৮ হাত, তাহার মূল্য কত অধিক যদি প্রতি ঘনহস্তের মূল্য আট আনা করিয়া হয়।

উঃ। ২২৪ টাকা।

---

২ য় সম্পাদ্য।

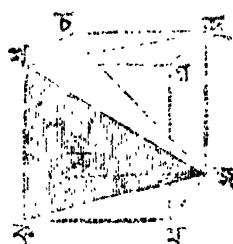
আয়ত আকার ঘন বস্তুর কালি করিতে হইবে।

নিয়ম। দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা বা গভীরতার ধারাবাহিক গুণফল স্থির করিলেই কালি বা ঘনফল স্থির হয়।

ভূমি মাপে যেরূপ করা যায়, এই প্রক্রিয়াতে প্রথমতঃ সেইরূপ করা গিয়াছে। তাহার পরে উচ্চতা ও দৈর্ঘ্যের পরিমাণের গুণফলকে, বিস্তারের পরিমাণ দিয়া গুণ করাতে ঘনফল স্থির হইয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ হাত বিস্তার হইলে, ১ বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ২ হাত দৈর্ঘ্য ১ হাত বিস্তারে ২ বর্গ হস্ত ধরা গিয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ অঙ্গুলি বিস্তারে ১ বর্গ হস্তের ১/২৪ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত বিস্তার ও ২ অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ২ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। অঙ্গুলি শব্দে এখানে হাতের ২৪ ভাগের ১ ভাগ। আর ২ অঙ্গুলি দীর্ঘ ১৬ অঙ্গুলি বিস্তৃত হইলে ৩২ বর্গ অঙ্গুলি হয়, এবং ২৪ × ২৪ বর্গ অঙ্গুলে এক বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ২৪ অঙ্গুলের হাতে উহাতে ৩২/২৪ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। এইরূপ করিয়া যে বর্গফল স্থির হইয়াছে, তাহাকে আবার বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া ঘনফল স্থির করা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ হাত দিয়া গুণ করিলে ১ ঘনহস্ত হয়, এই নিমিত্তে ৩ হাতে ও ১ হাতে ৩ হাত ধরা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে ১ ঘন হস্তের ১/২৪ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত ও ১১১/৩ অঙ্গুলে ১১১/৩ অঙ্গুলি এবং ৩ হাত ও ৬ অঙ্গুলে ১৮ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। আর এক বর্গহস্তের ১/২৪ কে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে, ১ হস্তের ২৪ ভাগের ১ ভাগ হয়, এই নিমিত্তে ১১১/৩ অঙ্গুলি ও ৬ অঙ্গুলে, ২৪ অঙ্গুলের হাতের ৬৮/২৪ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে।

২। একটী চতুষ্কোণ কাষ্ঠের গুঁড়ির দৈর্ঘ্য কখ ৬ ফুট,

। পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ। বিস্তার কগ ২ ½ ফুট, এবং উচ্চতা ৬ ঘ১ ¾ ফুট, তাহার পরিমাণ কত?

খঘ = ১.৭৫
কখ = ৬
―――――
১০.৫০
কগ = ২.৫
―――――
৫২৫০
২১০০
―――――
২৬.২৫০ = কালি

৩। একটী চতুষ্কোণ থাম ৩.৪ উচ্চ, ১০.৫ দীর্ঘ, ও ৪.২ বিস্তৃত, তাহার কালি কত? উঃ। ১৪৯.৯৪।

৪। যদি একটী চতুষ্কোণ প্রস্তর খণ্ডের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট, ২ ইঞ্চ, বিস্তার ২ ফুট ৮ ইঞ্চ ও উচ্চতা ২ ফুট ৬ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে?

উঃ। ২১ $\frac{১}{৯}$।

১১। একটী বর্গ পুষ্করিণীর এক বাহু ১২ গজ, উহা খনন করিতে ৩৩৬ ঘন গজ মৃত্তিকা উঠাইতে হইয়াছিল। উহার গভীরতা কত? উঃ। ৭ রৈখিক ফুট।

১২। যে চেয়ো ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ গভীর, এবং ১০ ফুট ৮ ইঞ্চ চৌড়া, তাহা দৈর্ঘ্যে কত হইলে তাহার কালি ৭০৪০ ঘন ফুট হইবে? উঃ। ১২০ রৈখিক ফুট

১৩। একটী কাটা খাল ৭ ফুঃ ৩ ইঃ গভীর, ২০ ফুঃ

৪ ইঃ চৌড়া এবং ১০ মাইল লম্বা, তাহাতে কত ঘ. ফুট জল আছে? উঃ। ৭৭৮৩৬০০ ঘনফুট।

১৪। ছয় ফুট উচ্চ, এবং ৪ ফুট চৌড়া, একটী দ্বা. রাখিয়া দৈর্ঘ্য ১৫ গজ, উচ্চতা ৭ ফুট এবং বেধ ১৩ ইঞ্চ এমন একটী প্রাচীর প্রস্তুত করিতে হইলে যে ইটে. এক এক খানির আয়তন ১০৮ ঘন ইঞ্চ, তাহার কতগুলি লাগিবে? উঃ। ৫০৪৪ খানা ইট

১৫। প্রতি ঘন ফুটের মূল্য ২ সিলিং ৪ পেন্স হইলে, যে কড়িকাষ্ঠ ১৮ ফুট লম্বা, ১ ফুট ৮ ইঞ্চ প্রস্থ, এবং যাহার দল ১ ফুট ৬ইঞ্চ তাহার মূল্য কত? উঃ। ৫ পাউণ্ড ৫ সিলিং।

১৬। যদি এক বর্গ গজ মাটি কাটিতে ৮ পেন্স মজুরি পড়ে, ৬০ ফুট লম্বা, ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ চৌড়া এবং ১০ ফুট ৪ ইঞ্চ গভীর একটী খাল খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে? উঃ। ৪ পাউণ্ড ৪ সিলিং ২ $\frac{২}{৪}$ পেন্স

১৭। ক ঘ ছ খ সমকোণিক ও সমবাহুক নিটন বস্তুর ক. খ জ ৩ হাত (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ,) উহার ঘনফল কত?

এখানে, ক ঘ জ ও জ ক খ দুইটী ত্রিভুজ সমকোণিক, সুতরাং, কজ^২ = ২ কঘ^২, এবং খজ^২ = কখ^২ + কজ^২

$$= কখ^২ \times ২ কঘ^২ = ৩ কঘ^২;$$

$$\therefore ৩ কঘ^২ = ৩^২, এবং কঘ = \sqrt{৩},$$

$$\therefore কঘ^৩, কিম্বা ঘনক্ষেত্রের কালি = ৩\sqrt{৩}$$

১৮। একটী চৌবাচ্চা ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ লম্বা, ১ ফুট ৯ ইঞ্চ চৌড়া এবং ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ গভীর; ইহাতে কত খাবী জল আছে? উঃ। ০৮ ... ৭৭

১৯। দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক দিক ১৬ হাত একটী গর্ত্ত আছে এবং দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক দিক ৪ হাত আর একটী গর্ত্ত আছে, শেষোক্ত গর্ত্তটী পূর্ব্বোক্ত গর্ত্তের অপেক্ষা কত ক্ষুদ্র? উঃ। ৬৪।

২০। এক রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়াছিল যে হন্দর হাত অর্থাৎ ১০০ ঘন হাত (১ হাত ওসার ১ হাত উচ্চ ও ১০০ হাত লম্বা) গাঁথনি হইলে ১ টাকা পাইবে। এখন ৪০ হাত দীর্ঘ, ১৩হাত প্রস্থ, ভিত ১॥ হাত, উচ্চ ১০ হাত, একটী ঘর প্রস্তুত হইয়াছে। তাহার মধ্যে ৭ হাত উচ্চ, ২ হাত ওসার ১০ টা দ্বার আছে। রাজমিস্ত্রী কত টাকা পাইবে? উঃ। ১৩॥ টাকা।

২১। কোন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও বেধ প্রত্যেকেই ৯ ফুট তাহার সমুদায় পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৪৮৬ বর্গফুট।

২২। যদি এক কিউবিটের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে ৬৪ ঘন কিউবিটের মধ্যে কত ঘন ফুট থাকিবে?

উঃ। ২১৬ ঘন ফুট।

২৩। কতকগুলি মজুরের সহিত এই চুক্তি হইয়াছিল যে, তাহারা ১৬ কিউবিট লম্বা ১৬ কিউবিট চৌড়া ও ১৬ কিউবিট গভীর এরূপ চারিটী চৌবাচ্চা নীল দিয়া পরিপূর্ণ করিবে; কিন্তু তাহা না করিয়া তাহারা ৪ ঘন কিউবিট ৮ টী চৌবাচ্চা পরিপূর্ণ করিয়াছে। তাহারা কি চুক্তির সমুদায় কার্য্য সম্পন্ন করিয়াছিল? যদি না করিয়া থাকে তবে কত কর্ম্ম বাকি ছিল? উঃ। $\frac{1}{8}$।

২৪। ভূমি ১ কাঠা দীর্ঘ ও এক কাঠা প্রস্থ হইলে

এক বর্গ কাঠা হয়, কিন্তু ২০ কাঠা দীর্ঘ ২০ কাঠা বিস্তৃত হইলে কেন ২০ বর্গ কাঠা কালি না হয় তাহা প্রমাণ কর

২৫। যে লৌহ চতুষ্কোণ থামের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট, বিস্তার ১৪ ফুট এবং বেধ ১২ ফুট তাহার পরিমাণ কত ঘন ফুট; এবং প্রত্যেক ঘনফুটের ওজন ১৮০ পাউণ্ড হইলে সমুদায় থামের ওজন কত হইবে?

উঃ। ৬০৪৮ ঘন ফুট, এবং ওজনে ৮৯১ টন

২৬। দৈর্ঘ্যে ৩২ ফুট, বিস্তারে ১২ ফুট এমত এক আয়তাকার চৌবাচ্চা কত ফুট গভীর হইলে ১৯২০ ঘনফুট জল ধরিতে পারে?

৩য় সূত্রানুসারে গভীরতা $= \frac{ঘ}{দ \times ব} = \frac{১৯২০}{৩২ \times ১২} = ৫$ ফুট

২৭। যে সিন্দুক ৩½ দীর্ঘ, ২ ফুট বিস্তৃত এবং ১½ ফুট গভীর, তাহাতে কত বর্গ ফুট সেগুণ কাষ্ঠ লাগিয়াছে?

শেষ সূত্রানুসারে পৃষ্ঠ (প)

$= ২ \{ ৩\frac{১}{২} (২ \times ১\frac{১}{২}) + ২ \times ১\frac{১}{২} \} = ৩০\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট

২৮। যে প্রাচীরের দৈর্ঘ্য ১৫২ হাত, বিস্তার ১ হাত ১৮ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ১০ হাত ৮ অঙ্গুলি তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২৭৭৪৮ ঘনহস্ত।

২৯। হন্দর ফুট অর্থাৎ ১০০ ঘনফুট গাঁথনী হইলে ১৸০ বেতন দিতে হইবে যদি এই রূপ নিয়ম থাকে; তাহা হইলে, ২৫২ ফুট দীর্ঘ, ২ ফুট ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত ও ১৮ ফুট উচ্চ প্রাচীর গাঁথনির কত বেতন দিতে হইবে?

উঃ। ১৭১৸৶১৬ দ্বি।

৩০। ১২.৫ ফুট দীর্ঘ, ৩ ফুট বিস্তৃত, ৯ ফুট ১০ ইঞ্চ উচ্চ প্রাচীরের মধ্যে যদি ৫॥ ফুট উচ্চ ৩॥ ফুট ওসার ২টা জানালা থাকে, তাহা হইলে কত ফুট গাঁথনি হইয়াছে? উঃ। ৩২২.৫ ঘনফুট

৩য় সম্পাদ্য।

পহল বা স্তম্ভের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। পহল বা স্তম্ভের ঘনফল স্থির করিতে হইলে, তাহার নিম্নস্থ বা পার্শ্বস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া উচ্চতা বা দৈর্ঘ্যের পরিমাণ দিয়া গুণ করিতে হয়।

স্তম্ভের বেষ্টনের বর্গের চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ অথবা অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হইলে ২২/৭ দিয়া ভাগ করিলে যাহা হয়, তাহাকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ করিলেও হয়।

পহল বা স্তম্ভের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। পহল বা স্তম্ভের ভূমি বা পার্শ্বের বেষ্টনের পরিমাণকে দৈর্ঘ্য বা উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে উহার পৃষ্ঠদেশের কালি স্থির হয়।

যদি স্তম্ভের উভয় প্রান্ত ও পৃষ্ঠের ফল স্থির করিবার আবশ্যকতা হয়, তাহা হইলে পূর্ব্ব নিয়মানুসারে যে পৃষ্ঠফল স্থির হইবে তাহাতে দুই প্রান্তের পরিমাণ যোগ করিতে হইবে।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা দৈর্ঘ্য, খ অক্ষর দ্বারা ক্ষেত্র-

ফল, ব অক্ষর দ্বারা বেষ্টন, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল ও প অক্ষর দ্বারা পৃষ্ঠ নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ঘ = খ \times দ = \frac{ব^2 \times দ}{8 \times ত}, দ = \frac{ঘ}{খ} \text{ এবং } প = ব \times দ +$$

২ খ = পহলের পৃষ্ঠ মায় দুই পার্শ্ব ; আর প = ত × (২ ভূমির ব্যাসার্দ্ধ) × দ = স্তম্ভের ছাদ্যাকৃতি পৃষ্ঠ—দুই পার্শ্ব।

আয়ত ক্ষেত্রের কালি আর স্তম্ভের পৃষ্ঠফল স্থির কর, উভয়ই সমান, কারণ একটী নলকে চিরিয়া সমধরাতল করিলে সেই সমধরাতল একটী আয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে। অতএব আয়তক্ষেত্রের দুই পার্শ্বস্থ বাহু স্তম্ভের উর্দ্ধপরিমাণ ও ভূমির পরিধির সমান হইবে।

উদাহরণ ১। কখগ ত্রিপহল বস্তুর কগ দৈর্ঘ্যের পরিমাণ ১২ ফুট এবং সমবাহুক ভূমির প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ২১ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত?

১ ম সূত্রানুসারে,

(১৯০ পৃষ্ঠার তালিকানুসারে সমবাহু

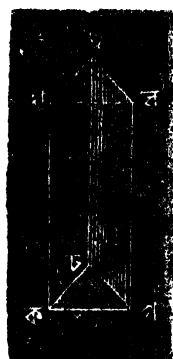
.৪৩৩০ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।)

২১ = (২১)

২ ৫৯৮০
.১০৮২৫

খ = ২.৭০৬২৫ পার্শ্বের কালি

দ = ১২ দৈর্ঘ্য

উঃ। ৩২.৪৭৫ ঘনফুট।

২। পহলের তলস্থক্ষেত্র ৫, ৪ ও ৩ ফুট ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং উচ্চতা ১০ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৬০ ঘনফুট

৩। যে পহলের তলস্থক্ষেত্র ১ ফুট ৬ ইঞ্চ ভুজ বিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৬.৭৬৬ ঘন ফুট।

৪। যে গোল থামের বেষ্টন ৫½ ফুট ও উচ্চতা ২০ ফুট, তাহার ঘনফল কত? দ্বিতীয় সূত্রানুসারে.

$$ঘ = \frac{প^2 \times দ}{৪ \times π} = (৫½)^2 \times ২০ \times .০৭৯৫৮ = ৪৮.১৪৬$$

ঘন ফুট।

৫। যে পাতকুয়ায় নিম্নস্থ বৃত্তের ব্যাস ২ হাত, ও গভীরতা ৮ হাত, তাহার ঘনফল কত? এখানে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $(১^2) \times ৩.১৪১৬ = ৩.১৪১৬$ বর্গহস্ত; সুতরাং কূপের ঘনফল = $৩.১৪১৬ \times ৮ = ২৫.১৩২৮$ ঘনহস্ত।

৬। এক জন রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়াছিল, যে ইট, সুর্কি, চুণ সে দিবে, এবং ১০০ ঘন ফুট গাঁথনি হইলে ১৩॥ টাকা পাইবে। ৫০০ ফুট দীর্ঘ, ॥ ফুট বিস্তৃত, ১৪॥ ফুট উচ্চ প্রাচীর গাঁথনি হইয়াছে। তাহার মধ্যে, ৫ ফুট উচ্চ, ৩ ফুট ওসার ২২ টা জানলা এবং ৬॥ ফুট উচ্চ, ৪ ফুট ওসার ১০টা দরজা। অপর গোল থাম ২৫ টাও গাঁথনি হইয়াছে, এক একটীর বেষ্টন ৬ ফুট ও উচ্চতা ১২ ফুট। রাজমিস্ত্রী কত টাকা পাইবে?

উঃ। ২৭২০৸৶১৫ $\frac{৭}{১১}$ গা।

৭। ১৫ হাত উচ্চ ৩ হাত বেষ্টন একটা গোল থাম মুড়িতে ২ হাত ৩ অঙ্গুলি ওসারের কত কাপড় লাগিবে?

উঃ। ২১$\frac{৩}{১৭}$ হাত।

৮। যে গোল থামের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ২ ফুট ৩ ইঞ্চ ও উচ্চতা ১৬ ফুট, তাহার স্তম্ভাকৃতি গাত্রের ঘনফল কত?

এখানে, শেষ সূত্রানুসারে প = ত × অ × দ = ৩.১৪১৬ × ২$\frac{১}{৪}$ × ১৬ = ১১৩.০৯৭৬ বর্গ ফুট।

৯। যে ত্রিপহলের তলস্থ ক্ষেত্র ৫ হাত ভুজ বিশিষ্ট সমবাহুক ত্রিভুজ, এবং সমুদায় পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ১৪৩ বর্গ ফুট, তাহার দৈর্ঘ্য কত? এখানে ৩ য় সূত্র পরিবর্ত্তন দ্বারা,

$$দ = \frac{প - ২ খ}{ব} = প্রায় ৮·০৯ ফুট।$$

১০। প্রতি ঘনফুটের মজুরি ৩ শিলিং ৭$\frac{১}{২}$পেন্স হইলে, যে কূপের ব্যাস ৩.৭৫ ফুট এবং গভীরতা ২২.৫ ফুট তাহা খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে?

উঃ। ১ পাউণ্ড ১৩ শিলিং ৪$\frac{১}{২}$পেন্স।

১১। যে কূপের পরিধি ৫২ হাত, গভীরতা ২০ হাত, তাহাতে কত খারী জল আছে? উঃ। ৪৮$\frac{১}{২}$ খারী

২। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ১৮, ২৪ ও ৩০ হাত ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং উচ্চতা ৩৬ হাত তাহার ঘনফল কত?

এখানে, তলস্থ সরল রৈখিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$$\left\{\frac{১৮+২৪+৩০}{২} \times \left\{\frac{১৮+২৪+৩০}{২} - ১৮\right\} \times \left\{\frac{১৮+২৪+৩০}{২} - ২৪\right\} \times \left\{\frac{১৮+২৪+৩০}{২} - ৩০\right\}\right\}^{\frac{১}{২}} =$$

$\sqrt{৩৬ \times ১৮ \times ১২ \times ৬}$ বর্গহস্ত = $\sqrt{৩৬ \times ৩৬ \times ৩৬}$ বর্গহস্ত = ৬ × ৬ × ৬ = ২১৬ বর্গহস্ত;

অতএব, প্রশ্নোল্লিখিত সকোণসূচীর ঘনফল = ২১৬ × $\frac{\text{উচ্চতার পরিমাণ}}{৩}$ = ২১৬ × $\frac{৩৬}{৩}$ = ২১৬ × ১২ = ২৫৯২ ঘন হস্ত।

৩। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ২ ফুট ভুজবিশিষ্ট পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, ও উচ্চতা ১২ ফুট, তাহার ঘন ফল কত?

তালিকানুসারে পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

		১.৭২০৫
বাহুর বর্গ	=	৪
তলস্থ ক্ষেত্রের কালি	=	৬.৮৮২
ও থ উচ্চতার তৃতীয়াংশ	=	৪
সকোণসূচীর ঘনফল	=	২৭.৫২৮

৪। যদি সূচীর তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট ও উচ্চতা ১০·৫ ফুট হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত নির্ণয় কর। উঃ। ২২·৫৬১ ঘন ফুট।

৫। একটী সূচীর উচ্চতা ১৪ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং তলস্থ ক্ষেত্র ৫, ৬, ৭ ফীত ভুজ বিশিষ্ট ত্রিভুজ, উহার ঘনফল কত হইবে? উঃ। ৭১·০৩৫১ ঘন ফুট।

৬। যে কোন সূচীর ভূমি ৩ ইঞ্চ [illegible] ষড়ভুজ ক্ষেত্র, ও উচ্চতা [illegible], উহার ঘনফল কত?

উঃ। ১·০৯ ঘনফুট।

৭। যে সূচীর তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৫ ফুট, এবং তাহার চতুর্দিকের দৈর্ঘ্য বা পার্শ্বকোণ হইতে পৃষ্ঠদেশ ক্রমে ভূমির দূরত্ব ১৮ ফুট, উহার পৃষ্ঠফল কত?

৩·১৪১৬
৫ ব্যাস
―――――
১৫·৭০৮০ পরিধি
১৮
―――――
১২৫৬৬৪
১৫৭০৮
―――――
২) ২৮২·৭৪৪ (১৪১·৩৭২ বর্গ ফুট = পৃষ্ঠফল।

৮। যে সূচীর অগ্রভাগ হইতে তল পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ২০ ফুট, এবং তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৯০ বর্গ ফুট।

৯। একটী সূচীর অগ্রভাগ হইতে তল পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ৫০ ফুট, ও তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট

৬ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৬৬৭.৫৯ বর্গ ফুট।

১০। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৫ ফুট ভুজ-বিশিষ্ট সমবাহুক ত্রিভুজ, ও ঘনফল ৬২ই ঘন ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। প্রায় ১৭ ফুট ৪ ইঞ্চ।

১১। যে সূচীর ঘনফল ৮ ঘনফুট, এবং উচ্চতা ২ ফুট, তাহার তলস্থ বৃত্তের পরিধি কত? উঃ। প্রায় ১২.২৮ ফুট।

১২। যদি প্রত্যেক ঘনফুটের ওজন ১৭০ পাউণ্ড হয়, তাহা হইলে যে প্রস্তরনির্ম্মিত সূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ১ ফুট ৩ ইঞ্চ ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, ও তাহার উচ্চতা ১০ ফুট, তাহার ওজন কত হইবে? উঃ। ১ টন ১৮২ পাউণ্ড

৫ম সম্পাদ্য

সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর উপরিভাগে কতকটা না থাকিলে, অর্থাৎ তাহার উপরিভাগ হইতে ভূমির সমান্তরাল করিয়া কিয়দংশ কাটিয়া ফেলিলে যে খণ্ড অবশিষ্ট থাকে, তাহার নাম প্রকাণ্ড অথবা মস্তক শূন্য সূচী বা সকোণসূচী।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টিতে ঐ দুইটী ক্ষেত্রফলের গুণফলের বর্গ মূল যোগ কর, এবং যোগফলকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ

করিয়া তাহার তৃতীয়াংশ লও। গৃহীত তৃতীয়াংশ প্রকাণ্ডের অর্থাৎ মস্তক শূন্য সূচীর বা সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে ঐ দুই ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের গুণফল যোগ কর, এবং যোগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া যাহা হইবে তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল হইবে।

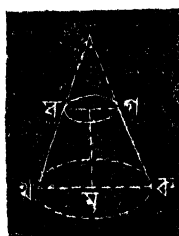
সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র সমবাহুক বহুভুজ ক্ষেত্র হইলে, তাহার প্রকাণ্ডের ঘনফল নিম্ন লিখিত নিয়মটীর দ্বারাও স্থির হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে উহাদের গুণফল যোগ কর, এবং যোগফলকে বহুভুজসংক্রান্ত তালিকায় লিখিত বহুসংখ্যক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে, অগ্রভাগ হইতে তল পর্য্যন্ত পার্শ্ব দেশের যে পরিমাণ, তদর্দ্ধ দ্বারা তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বেষ্টনের সমষ্টিকে গুণ করিলেই হয়।

উদাহরণ ১। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের

ব্যাস ২৮ ইঞ্চ, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ২০ ইঞ্চ এ… উচ্চতা ২০ ইঞ্চ, তাহার ঘন ফল কত ?

```
  ২৮        ২৮       ২…
  ২৮        ২০       ২…
 ----      ----     ----
 ২২৪       ৫৬০      ৪০…
 ৫৬        ৭৮৪
 ----
 ৭৮৪       ৪০০
          ----
          ১৭৪৪
          .২৬১৮  = ১/১২ ৩.১৪১৬
        ------
          ১৩৯৫২
          ১৭৪৪
        ১০৪৬৪
        ৩৪৮৮
        ----------
        ৪৫৬.৫৭৯২
             ২০  = উচ্চতা
        ----------
```

ফলফল = ৯১৩১.৫৮৪০ ঘন ইঞ্চ

প্রকারান্তর। ১৪ (ব্যাসার্দ্ধ) × ১৪ = ১৯… ১৪ × ১০ = ১৪০, ১০ (ব্যাসার্দ্ধ) × ১০ = ১০০… ১৪০+১৯৬+১০০= ৪৩৬; ৪৩৬×৩.১৪১৬=১৩৬… ৭৩৭৬; ১৩৬৯.৭৩৭৬×২০÷৩=৯১৩১.৫৮৪০ ঘনইঞ্চ

২। যে সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের নিম্নস্থ ও উপরিস্থ… ভাগটী সমবাহুক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; উপরিস্থ ক্ষেত্রের বাহু…

৩। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৮ বর্গহাত, উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ২ বর্গ হাত এবং উচ্চতা ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৮ বর্গহস্ত,

উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ২ বর্গহস্ত,

উহাদের গুণফলের বর্গমূল = $\sqrt{৮ \times ২}$ = ৪ বর্গ হস্ত

$$\text{অতএব, ঘনফল} = \frac{(৮ + ২ + ৪) \times ৬}{৩} = \frac{৮৪}{৩}$$

ঘন হস্ত = ২৮ ঘনহস্ত।

৪। যে পুষ্করিণীর উপরি ভাগটী সমচতুষ্কোণ, এবং তলাটীও সমচতুষ্কোণ, সকল দিক ঢাল, উপরের ক্ষেত্রফল ৯০ বর্গ হস্ত, তলার ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গ হস্ত এবং গভীরতা ১২ হাত, তাহার কালি কত ?

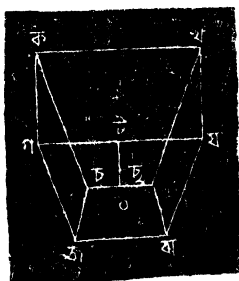
উঃ। ৭৬০ ঘন হস্ত

সকোণ সূচীর উপরি ভাগ কতকটা বাদ গেলে যেরূপ হয়, যে সকল পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল তাহারও আকার ঐরূপ ; কেবল উপরিভাগ নীচে ও তলা উপরে, এই প্রভেদ। অতএব, ঐরূপ পুষ্করিণীর কালি করিতে হইলে সকোণসূচীর কালির মত করিলেই হয়।

৫। যে পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল ; উপরি ভাগ ও তলা সমচতুষ্কোণ, উপরি ভাগের একদিকের পরিমাণ ২ হাত এবং গভীরতা ১৫ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ৫৭৮৭১.১৫ ঘন হস্ত

পুষ্করিণীর কালির অপর একটী নিয়ম আছে তাহা এই, উপরিস্থ ও তলস্থ ভাগের দৈর্ঘ্যের যোগফলকে তত্তৎভাগের বিস্তারের যোগফল দ্বারা গুণ কর, পরে উপরের ও তলার ধরাতলিক ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া তাহার যোগ সমষ্টিতে পূর্ব্বোক্ত গুণফল যোগ কর, এই যোগফল ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া গভীরতা দ্বারা গুণ করিলে পুষ্করিণীর কালি হয়।

৬। যে পুষ্করিণীর উপরিভাগের দৈর্ঘ্য কখ ১২ হাত, ও প্রস্থ কগ ১০ হাত, তলাটীর দৈর্ঘ্য চছ ৬ হাত, ও প্রস্থ চজ ৫ হাত এবং গভীরতা টঠ ৭ হাত, তাহার কালি কত?

১২+৬=১৮, ১০+৫=১৫, ১৮×১৫=২৭০, ১২×১০=১২০, ৬×৫=৩০, এখন ২৭০+১২০+৩০=৪২০, ৪২০÷৬=৭০, ৭০×৭=৪৯০ ঘনহাত।

ইটের পাজার ইট নির্ণয় করিবার জন্য পূর্ব্বোক্ত নিয়ম দ্বারা পাজার কালি করিয়া এক খানি ইটের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাকে পরস্পর গুণ করিয়া যে ফল হইবে, তদ্দারা পাজার কালিকে ভাগ করিলে যে ফল হইবে তাহাই ইটের সংখ্যা।

৭। যদি ইটের দৈর্ঘ্য ১৮ অঙ্গুলি প্রস্থ ১১ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ৩ অঙ্গুলি হয়, তাহা হইলে যে পাজার উচ্চতা ১০ হাত, তলার দৈর্ঘ্য ৮ হাত ও প্রস্থ ৫ হাত, আর

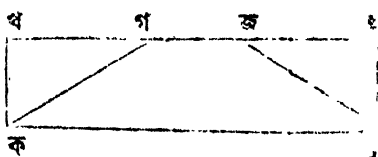
উপরের দৈর্ঘ্য ৬ হাত ও প্রস্থ ৪ হাত, তাহাতে উক্ত প্রকার কত গুলি ইট আছে। উঃ। ৬৮২৬⅔ খান

বাঁধ মাপিতে হইলে নিম্নলিখিত নিয়মও ব্যবহৃত হইয়া থাকে।

বাঁধের তলা ও উপরের ওসার বা বিস্তারের সমষ্টিকে দুই দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগফল হইবে, তাহা আর বাঁধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার ধারাবাহিক গুণফল নির্ণয় করিলে যে ফল স্থির হইবে তাহাই বাঁধের কালি।

৮। যে বাঁধের দৈর্ঘ্য ৩০০ হাত, তলার বিস্তার ১২ হাত, উপরের বিস্তার ৪ হাত, এবং উচ্চতা ১০ হাত তাহার কালি কত? উঃ। ২৪০০০ হাত

অনেক স্থলে পুষ্করিণী, রাস্তা নদীতীরস্থ বাঁধের ধারে যে নিয়মে ঢাল হইয়া আইসে তাহা এক প্রকার অনুপাত দ্বারা প্রকাশিত হয়।

মনে কর গ জ বাঁধ, গ ক ও জ চ ক্রমে ঢাল হইয়া ক ও চ বিন্দুতে ভূমি সংলগ্ন হইয়াছে। বাঁধের ভূমির ক ও চ বিন্দু হইতে ক খ বা চ ছ বাঁধের উচ্চতার সমান দুই লম্ব উত্তোলন কর। এইক্ষণে গখ ও কখ এই দুইটির অনুপাত লইয়া গক ঢাল প্রকাশিত হইয়া থাকে। ক চ ভূমি যদি সমতল হয়, তাহা হইলে গ ক ও জ চ ঢাল সমান হইবে, কারণ বাঁধের দুই পার্শ্বই এক প্রকার পদার্থ দ্বারা নির্ম্মিত

হইয়াছে। পরীক্ষাদ্বারা দেখা গিয়াছে যে, যদি কোন বাঁধ অথবা রাস্তা খোয়া দ্বারা প্রস্তুত হয়, তাহা হইলে গ ক চ কোণ = ৪০° হইবে।

যদি বালি দ্বারা প্রস্তুত হয় তাহা হইলে ∠গ ক চ = ২২° ,,
মাটি ...... ,, ... ঐ = ২৮° ,,
কর্দ্দম ...... ,, ... ঐ = ১৬° ,,
প্রস্তর ...... ,, ... ঐ = ৪৫° ,,

কিন্তু ∠গ ক চ = ∠ক গ খ, ∴ ক গ খ কোণ খ ক গ কোণ অপেক্ষা প্রায়ই লঘু, কখন কখন সমান হয়; সুতরাং খ গ, ক খ অপেক্ষা প্রায়ই বড়, কচিৎ সমান হয়।

যদি গখ=কখ, তাহা হইলে ঢালের অনুপাত ১:১ হইবে
২ গখ=কখ, ,, ,, ২ : ১ ,,।
৩ গখ=কখ, ,, ,, ১½ : ১ ,,

কচ = গজ + খগ + জছ = ২ ঢালের অনুপাত × খক + গজ।

৯। যে বাঁধের দুই দিকই ঢাল, তলার বিস্তার ১৬ হাত, উপরের বিস্তার ৩ হাত, উচ্চতা ১২ হাত এবং দৈর্ঘ্য ৫১২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৫৮৩৬৮ ঘনহস্ত।

দুই দিকেই ঢাল, এমন বাঁধের কালি স্থির করিতে হইলে, তলা ও উপরের বিস্তারের সমষ্টির অর্দ্ধাংশকে উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে দৈর্ঘ্যের দ্বারা গুণ করিতে হয়।

১০। যে বাঁধের তলার বিস্তার ২৫ হাত, উপরের

বিস্তার ৫ হাত, উচ্চতা ২০ হাত, ও দৈর্ঘ্য ৫৯৫৬ হাত, তাহা প্রস্তুত করিতে যদি ৫০০০ টাকা লাগিয়া থাকে, তাহা হইলে, ২১৯২ হাত দীর্ঘ, ১৬ হাত উচ্চ, ১৫ হাত তলা ও উপরে ৩ হাত বিস্তৃত এমন বাঁধ প্রস্তুত করিতে সেই হারে কত লাগিবে? উঃ। ৮৮৩৵১৯৷৷

১১। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের পরিধি ২০ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের পরিধি ১০ ফুট, ও উচ্চতা ২৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৪৬৪.২১৬ ঘনফুট

১২। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট, ও উচ্চতা ১৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ৫২৭.৭৮৮৮ ঘনফুট

১৩। যে গোল পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল, ও যাহার উপরের পরিধি ৫০০ হাত, ও নীচের পরিধি ৩০০ হাত, এবং গভীরতা ১৮ হাত, তাহার কালি কত ঘনহস্ত?

উঃ। ২৪৭৬৫০ ঘন হস্ত।

১৪। ১০ হাত উচ্চ ১৪ হাত প্রস্থ ও ১ মাইল দীর্ঘ একটী বাঁধ প্রস্তুত হইল; যদি ইহার দুই দিকের ঢালের অনুপাত ১২ : ১ হয়, তাহা হইলে এই বাঁধ প্রস্তুত করিবার নিমিত্ত কত বিঘা জমি ক্রয় করিতে হইয়াছিল?

বাঁধের ভূমি সংলগ্ন প্রস্থ $= ১৪ + ২ \times ১\frac{১}{২} \times ১০$
$= ৪৪$ হাত।

$\therefore ৪৪ \times ৩৫২০$ বর্গহস্ত জমি ক্রয় করিতে হইবে,

$$\text{জমিরপরিমাণ} = \frac{৪৪ \times ৩৫২০}{৬৪০০} \text{ বিঘা} = ২৪.২ \text{ বিঘা} = ২৪/৪$$

পড়ে, তাহা হইলে উক্ত কীর্ত্তিস্তম্ভ রঙ্গ করিতে কত ব্যয় হইবে ?

উঃ। ২২২০ বর্গফুট, এবং ১৫ পাউণ্ড ৮ শিলিং ৪ পেন্স।

৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

কাজ্লার ঘনপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

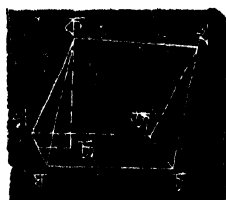
নিয়ম। ঢাল দিকের বিস্তার ও পৃষ্ঠ দেশের দ্বিগুণ পরিমাণ একত্র যোগ করিয়া স্বতন্ত্র রাখ, তাহার পরে কাজলার উচ্চতাকে ভূমির বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে উপরিউক্ত যোগফল দ্বারা গুণ করিলে গুণফলের ষড়াংশ কাজলার ঘনফল হইবে।

উদাহরণ ১। যে কাজলার উন্নতি ক ছ ১৪ ইঞ্চ, পার্শ্ব ক খ ২১ ইঞ্চ, ও ভূমির দৈর্ঘ্য ঘ চ ৩২ ইঞ্চ, ও বিস্তার গ ঘ ৪½ ইঞ্চ, তাহার ঘন পরিমাণ কত ঘনফুট

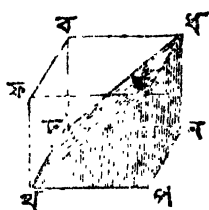
২১ ১৪
৩২ ৪½
৩২
---
৮৫ ৫৬
৭

৬৩
৮৫

৩১৫
৫০৪
---
৬ | ৫৩৫৫

১৭২৮ { ১২ | ৮৯২.৫ ঘন ইঞ্চ উঃ।
১২ | ৭৪.৩৭৫
১২ | ৬.১৯৭৯১৬
.৫১৬৪৯৩ ঘন ফুট উঃ।

২। যে কাজলার মুখের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার প্রত্যেকে ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪ ঘনফুট।

৩। খ প ধ দ আয়তাকার কাজ্লার ভূমির দৈর্ঘ্য খ প ১০ হাত, বিস্তার প ন বা ত ধ ৭ হাত, ও উচ্চতা প ত বা খ ফ ৮ হাত, উহার ঘনফল কত?

এই প্রশ্নে, খ প ধ দ কাজলা একটি পতল হইবে ও খ প ন ব ফ চতুষ্কোণাকার ঘন বস্তুর অর্দ্ধেক হইবে; সুতরাং, খ প ন ব ফ ঘনবস্তুর ঘনফল= ১০×৭×৮ = ৫৬০; ∴ খ প ধ দ কাজলার ঘনফল= ½ ৫৬০ = ২৮০ হাত।

৭ম সম্পাদ্য।

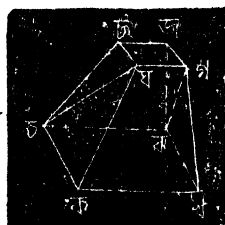
কাজ্লার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

কাজলার উপরিভাগে কতকটা না থাকিলে অর্থাৎ উপরিভাগ হইতে একটা কাজলা বাদ গেলে যেরূপ আকারটী হয়, তাহার ঘনফল স্থির করিবার নিয়ম এই।—

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ধরাতলিক ক্ষেত্রফলের সমষ্টিতে তদুভয়ের মধ্যস্থ সমান্তরাল ছেদকের ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ যোগ কর, এবং যোগফলের ষড়ংশকে উচ্চতা দিয়া গুণ করিলে কাজলার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির হইবে।

উদাহরণ। যে প্রস্তরের উপরিভাগটী ১৪ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ১২ ইঞ্চ বিস্তৃত একটী আয়ত ক্ষেত্র, ও তলাটী ৬ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত একটী আয়তক্ষেত্র, এবং যাহার উচ্চতা ৩০৳ ফুট, ও মধ্যস্থ সমান্তরাল ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চ ও বিস্তার ৮ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফলক কত?

```
 ১৪        ১০        ৬
 ১২         ৮        ৪
----      ----     ----
১৬৮        ৮০       ২৪
            ৪
          ----
           ৩২০
           ১৬৮
            ২৪
          -----
       ৬ ) ৫১২
          -----
          ৮৫৳ ইঞ্চ=গড়ক্ষেত্রফল
          ৩০৳ উচ্চতা
          ------
          ২৫৬০
            ৪২৳
          ------
১৪৪ { ১২ |  ২৬০২.৬
    { ১২ |   ২১৬.৮
```

উত্তর। ১৮.০৭৪

উদাহরণ ২। ক খ গ জ চ আয়তাকার কাজলার প্রকাণ্ডের ভূমির দৈর্ঘ্য ক খ বা চ ঝ ১২ হাত, এবং বিস্তার

ক চ বা খ ঝ ৭ হাত, আর উপরিস্থ ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ছ জ বা ঘ গ ৮ হাত, ও বিস্তার গ জ বা ঘ ছ ৪ হাত, এবং উচ্চতা ঝ জ ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত?

ক খ গ চ কাজ্লার ঘনফল $= \frac{১}{৬} \times ৭ \times ৬ (৮ + ২ \times ১২) = ২২৪$; ছ জ গ চ কাজ্লার ঘনফল $= \frac{১}{৬} \times ৪ \times ৬ (১২ + ২ \times ৮) = ১১২$; ∴ ক খ গ জ চ কাজ্লার প্রকাণ্ডের ঘনফল $= ২২৪ + ১১২ = ৩৩৬$ ঘনহাত।

৩। ক খ গ জ চ সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ক গ ৪ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস চ জ ২ ফুট, এবং উন্নতি ন ম ১৮ ফুট, ইহার ঘনফল কত?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের কালি $= ৪^২ \times .৭৮৫৪$,

উপরিস্থ বৃত্তের কালি $= ২^২ \times .৭৮৫৪$,

দুই পার্শ্বের মধ্যস্থ ছেদকের কালি $= ৩^২ \times .৭৮৫৪$;

∴ সূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল $= \frac{১}{৬} \times ১৮ (৪^২ + ২^২ + ৪ \times ৩^২) \times .৭৮৫৪ = ১৩১.৯৪৭$ ঘন ফুট।

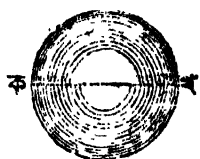
৮ম সম্পাদ্য।

বর্ত্তুলের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের ব্যাসের ঘনপরিমাণকে .৫২৩৬ দিয়া গুণ করিতে হয়; অথবা উহার ব্যাসার্দ্ধের ঘনকে ৪.১৮৮৮ দিয়া গুণ করিতে হয়। গণনার সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হইলে $\frac{১১}{২১}$ দিয়া গুণ করিলেই হয়।

নিয়মান্তর। বর্ত্তুলের ব্যাসের ঘন পরিমাণের ষষ্ঠাংশকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল ঐ পদার্থের ঘনফল হইবে। এই নিয়ম হইতে প্রতীত হইতেছে যে ব্যাসার্দ্ধের ঘনকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের $\frac{8}{3}$ লইলে ঘনফল নির্দ্ধারিত হইবে।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ১২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

$১২^৩ \times ·৫২৩৬ = ৯০৪·৭৮০৮$ ঘনফুট।

২। যদি ভূমণ্ডলের পরিধি ২৫০০০ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার ঘন পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২৬৩৮৫৫১৬৪৯৬৭ ঘন মাইল।

৩। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ৪ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৩.৫২ ঘনহস্ত।

৪। ১০ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট ৫০০ কামানের গোলা প্রস্তুত করিতে হইবে, এক্ষণে ২৪ ফুট ২ ইঞ্চ দীর্ঘ ৩ ফুট ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত ও ২ ফুট ৬ ইঞ্চ উচ্চ একটা লোহার চাপ গলাইলে, উক্তসংখ্যক গোলা প্রস্তুত করিতে লোহার অকুলান পড়িবে কি কিছু অবশিষ্ট থাকিবে। যদি অবশিষ্ট থাকে তাহা হইলে ইহার দ্বারা দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধ তিনেই ২ ইঞ্চ এমন কয়টা লৌহ খণ্ড প্রস্তুত হইতে পারিবে?

উঃ। ৫০০ টা গোলা প্রস্তুত হইয়া প্রস্তাবিত রূপ ১০৭৭৫টা লৌহখণ্ড হইবে ও যৎকিঞ্চিৎ অবশিষ্ট থাকিবে।

৫। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ৫০ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ৬৫৪৫০ ঘন ইঞ্চ।

যে ফাঁপা গোলকের বহিঃস্থ ব্যাস ৯ ফুট ও যাহার দল ২ ইঞ্চ, তাহার ঘন পরিমাণ কত ?

এখানে অন্তর্ব্যাস $= ৯ - \frac{১}{৩} = \frac{২৬}{৩}$ ফুট। বহিস্থ বর্ত্তুলের ঘনফল $= ৯^{৩} \times {·}৫২৩৬$, অন্তরস্থ বর্ত্তুলের ঘনফল $= (\frac{২৬}{৩})^{৩} \times {·}৫২৩৬$, অতএব ফাঁপা গোলকের ঘনফল $=$

$$\left\{ ৯^{৩} - (\frac{২৬}{৩})^{৩} \right\} {·}৫২২৬ = ৪০{·}৮৬ \text{ ঘনফুট।}$$

৬। ৩, ৪ ও ৫ অঙ্গুলি ব্যাস বিশিষ্ট তিনটী লৌহ বর্ত্তুল গলাইয়া একটী বর্ত্তুল প্রস্তুত হইল, ইহার ব্যাস কত ?

উঃ। ৬ অঙ্গুলি।

৭। ৩ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট একটী সীসের গোলা গলাইয়া $\frac{১}{৪}$ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট কয়টী ছিটা গুলি প্রস্তুত হইতে পারে ?

উঃ। ১৭২৮।

৮। একটী বর্ত্তুল বেষ্টন করিয়া স্তম্ভ নির্ম্মাণ করিলে বর্ত্তুলটীর ঘনফল যে স্তম্ভের তৃতীয়াংশ হয় তাহা প্রমাণ কর ?

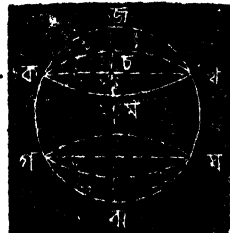
৯ম সম্পাদ্য।

বর্ত্তুলখণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে তিনগুণ করিয়া তাহাতে উচ্চতার বর্গ যোগ কর, পরে যোগফলকে উচ্চার পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ·৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

নিয়মান্তর। বর্ত্তুলের ব্যাসের তিন গুণ হইতে বর্ত্তুলখণ্ডের উন্নতির দ্বিগুণ অন্তর কর, পরে অবশিষ্টকে উন্নতির বর্গ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ·৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট, এবং উচ্চতা ৪ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

৮	৪	·৫২৩৬
৮	৪	৮৩২
৬৪	১৬	১০৪৭২
৩	১৯২	১৫৭০৮
১৯২	২০৮	৪১৮৮৮
	৪	৪৩৫·৬৩৫২ = উত্তর।
	৮৩২	

২। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাস ২০ ফুট, ও উচ্চতা ৯ ফুট, তাহার ঘনফল কত স্থির কর?

উঃ। ১৭৯৫·৪২৪৪ ঘনফুট

৩। বর্ত্তুলের ব্যাস ১২ ফুট হইলে উহার যে খণ্ডের উন্নতি ৩ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪১·৩৭২ ঘনফুট।

৪। যে বর্ত্তুলখণ্ডের ভূমির ব্যাস ৮·৬১৬৮৪ ও উচ্চতা ২½ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭১·৫৬৯৫ ঘনফুট।

৫। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ৪ হাত হয়, তাহা হইলে উহার যে খণ্ডের উন্নতি ৫ হাত তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ১৪৩৯·৯ হাত।

১০ম সম্পাদ্য।

বর্ত্তুল-মণ্ডলের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের বর্গ ও উচ্চতার তৃতীয়াংশ একত্রে সমষ্টি করিয়া উচ্চতা-পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে ঐ গুণফলকে পুনশ্চ ১·৫৭০৮ দিয়া গুণ করিলে বর্ত্তুলমণ্ডলের ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১২ ইঞ্চ, ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ১০ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত ?

$$৬^২ = ৩৬$$
$$৪^২ = ১৬$$
$$\frac{১}{৩} \times ১০^২ = ৩৩\frac{১}{৩}$$
$$৮৫\frac{১}{৩}$$

বর্ত্তুলমণ্ডলের ঘনফল $= ৮৫\frac{১}{৩} \times ১০ \times ১·৫৭০৮ =$ ১৩৪০·৪১৬ ঘনইঞ্চ।

২। যে বর্ত্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ১০ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৯৫·৮২৬৪ ঘনফুট।

৩। যে পিণ্ডের আকার বর্ত্তুলের মধ্যমণ্ডলের ন্যায়,

যদি তাহার ঊর্দ্ধ ও অধস্থ ব্যাসদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ ৫ ফুট ৮ ইঞ্চ, এবং যাহার গভীরতা ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ পিপেতে কত গেলন জল ধরিতে পারে?

উঃ। ১১৯৩ গেলন।

১১শ সম্পাদ্য।

বর্ত্তুল ও বর্ত্তুল খণ্ডের ন্যুব্জ পৃষ্ঠফল* স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে ব্যাসের বর্গকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিতে হয়। সর্ব্বাধিক পরিধিকে ব্যাসের দ্বারা গুণ করিলেও হয়।

নিয়ম। বর্ত্তুলখণ্ডের বা বর্ত্তুলমণ্ডলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে সর্ব্বাধিক পরিধিকে বর্ত্তুলখণ্ড বা বর্ত্তুলমণ্ডলের উচ্চতা দ্বারা গুণ করিতে হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্ত্তুলের ব্যাস ২ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

পৃষ্ঠফল $=$ ২^{২} $\times$ ৩·১৪১৬ $=$ ১২·৫৬৬৪ বর্গফুট।

২। যে গোলকের ব্যাস ২ ফুট ১০ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ২৫.২২ বর্গফুট।

৩। যে গোল প্রস্তরপিণ্ডের পরিধি ৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

---

* শরা অধোমুখ হইয়া থাকিলে ন্যুব্জ পৃষ্ঠ হয়; ঊর্দ্ধ ভাগে দৃষ্টি করিলে আকাশকে কুব্জ দেখায়।

এখানে, পৃষ্ঠফল = ৪² × ৩.১৪১৬ = ৫০.২৬৫৬ বর্গফুট।

৪। যদি ভূমণ্ডলের মেরুদণ্ড বা ব্যাস ৭৯৫৭¾ মাইল ও পরিধি ২৫০০০ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার পৃষ্ঠফল কত হইবে? উঃ। ১৯৮৯৪৩৭৫০ বর্গ মাইল।

৫। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ৪২ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে যে খণ্ডের উচ্চতা ৯ ইঞ্চ তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ১১৮৭.৫২৪৮ বর্গইঞ্চ।

৬। যদি বর্ত্তুলের ব্যাস ১২½ ফুট হয়, তাহা হইলে যে মণ্ডলের বিস্তার ২ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গফুট।

১২শ সম্পাদ্য।

গোলাকার টক্রুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। টক্রুর দৈর্ঘ্য ক খ-কে ত্রিঘাত করিয়া তাহার ষড়াংশ লও, পরে ক গ খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ও টক্রুরকেন্দ্র হইতে বৃত্তের কেন্দ্রের দূরত্ব পরিমাণ গুণ করিয়া অন্তর কর, অনন্তর বিয়োগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গোলাকার টক্রুর ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে গোলাকার টক্রুর দৈর্ঘ্য ক খ ২৪ ফুট ও মধ্যস্থ ব্যাস গ ঘ ১৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

$$\text{ছ জ ব্যাস} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{গ চ}} + \text{গ চ} = \frac{}{৯} + ৯ = ২৫ \text{ ফুট।}$$

পরে, ৩য় ভাগের ১০ম সম্পাদ্যের দ্বারা, শর ব উচ্চতা = ৯÷২৫ = ·৩৬; ইহার সবর্গীয় খণ্ডের ক্ষেত্রফল ·২৫৪৫৫, ·২৫৪৫৬ × ছ জ^2 (=২৫^2)= ১৫৯.০৯৩৭৫ = ক গ খ খণ্ডের ক্ষেত্রফল।

এইক্ষণে চ প = গ প — গ চ = $\frac{২৫}{২}$ — ৯ = ৩.৫ অথবা ২ চ প = ৭

অতএব ঘনফল = ($\frac{১}{৬}$ক খ^৩ — ২ চ প × ক গ খ খণ্ডের ক্ষেত্রফল) ত = ($\frac{১}{৬}$২৪^৩ — ৭ × ১৫৯.০৯৩৭৫ × ৩.১৪১৬ = ৩৭৩৯$\frac{১}{২}$ ঘনফুট।

২। যে চক্রাকার টক্রুর দৈর্ঘ্য ৬ ফুট, এবং মধ্যস্থ ব্যাস ২$\frac{১}{২}$ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। প্রায় ১৬$\frac{১}{২}$ ঘনফুট

১৩শ সম্পাদ্য।

কুলালচক্রাকার বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। কুলাল চক্রের বেধ ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসের সমষ্টিকে বেধের বর্গের দ্বারা গুণ করিয়া, গুণ ফলকে পুনশ্চ ২·৪৬৭৪, অথবা ৩·১৪১৬ এর বর্গের চতুর্থাংশ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে চাকের বেধ ২ ইঞ্চ, ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১২ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

এখানে ঘনফল = (১২ + ২) × ২² × ২·৪৬৭৪ = ৩৮·১৭৪৪ বর্গ ইঞ্চ।

২। যে অঙ্গুরীয়ের বেধ ৪ ফুট, ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১৬ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭৮৯·৫৬৮ বর্গ ফুট।

১৪শ সম্পাদ্য।

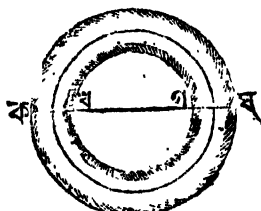
কুলালচক্রাকার বস্তুর পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটার সমষ্টিকে তাহাদের অন্তর অথবা অঙ্গুরীয়কের বেধ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ৯·৮৬৯৬ অর্থাৎ ৩·১৪১৬ এর বর্গ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে কুলালচক্রের অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে ৬ ও ৮ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

এখানে পৃষ্ঠফল = (৮ + ৬) (৮ — ৬) × ৯·৮৬৯৬ = ২৭৬·৩৪৮৮ বর্গ ইঞ্চ।

২। যে অঙ্গুরীয়ের বেধ ৪ ইঞ্চ, ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ১৬ ইঞ্চ, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭৮৯·৫৬৮ বর্গ ইঞ্চ।

১৫শ সম্পাদ্য।

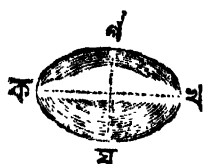
বর্ত্তুলাভাসের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

অর্দ্ধবৃত্তাভাসকে ব্যাসের উপর রাখিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আনিলে যে আকারটী হয় তাহার নাম বর্ত্তুলাভাস *। ডিম্বের আকার বর্ত্তুলাভাস।

নিয়ম। অর্দ্ধবৃত্তাভাস যে ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আইসে তাহাকে বর্গ করিয়া অপর ব্যাস দ্বারা গুণ কর, পরে গুণফলকে ·৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

১ উদাহরণ। যে অর্দ্ধবৃত্তাভাস আপন লঘিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকলদিকে ঘুরিয়া আসিলে একটী বর্ত্তুলাভাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ হাত ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৩০ হাত হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত?

৩০	·৫২৩৬
৩০	৪৫০০০
৯০০	২৬১৮০০০০
৫০	২০৯৪৪
৪৫০০০	২৩৫৬২·০০০০ উত্তর।

গ ক খ ঘ

* বর্ত্তুলাভাস দুই প্রকার।—বৃত্তাভাস আপন গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহাকে অবলেট বর্ত্তুলাভাস কহে, বৃত্তাভাস আপন লঘিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহাকে প্রোলেট বর্ত্তুলাভাস কহে।

২। যে অর্দ্ধ বৃত্তাভাস গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে একটী বর্ত্তুলাভাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ইঞ্চ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ১০ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২২·৭২৫৭ ঘন ফুট।

১৬শ সম্পাদ্য।

ক্ষেপণীস্তম্ভের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

ক্ষেপণী ক্ষেত্র আপন মেরুদণ্ডের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী উৎপন্ন হয় তাহাকে ক্ষেপণী স্তম্ভ কহে।

নিয়ম। তলস্থ বৃত্তের ব্যাসের বর্গকে সর্ব্বাধিক বিস্তার বা মেরুদণ্ড দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ·৩৯২৭ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ। যে ক্ষেপণীস্তম্ভের নিম্নস্থ বৃত্তের ব্যাস ২৪ হাত, ও সর্ব্বাধিক বিস্তার ৪২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৯৫০০·১৯৮৪।

১৭শ সম্পাদ্য।

কোন গুম্বুজের উচ্চতা এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে তাহার পৃষ্ঠফল ও ঘনফল নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির পরিমাণফলকে দ্বিগুণ করিলে পৃষ্ঠফল নিরূপিত হয়, এবং তাহাকে উচ্চতার দুইতৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল নিরূপিত হয়।

উদাহরণ। যে গম্বুজের ভূমির ব্যাস ৬০ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল ও ঘনফল কত?

উঃ। পৃষ্ঠফল ৬২৮·৩২ বর্গ গজ। ঘনফল ২০৯৪·৪ ঘনগজ।

বৃত্তাকার, গথিক, অথবা বৃত্তাভাসাকার খিলান ছাদের কুব্জ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠফল নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে খিলানের পৃষ্ঠফল নির্ণয় হয়।

উদাহরণ। যে বৃত্তাকার সেতুর দৈর্ঘ্য ১৪০, উচ্চতা ৩৫ ও বিস্তার ১২ ফুট তাহার কুব্জ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠফল কত হইবে?

উঃ। ১৯৪৪·৪ বর্গ ফুট।

১৮শ সম্পাদ্য।

জাহাজের বোঝাই নিরূপণ করিতে হইবে।

নিয়ম। জাহাজের মেরুদণ্ড অর্থাৎ দৈর্ঘ্যপরিমাণ যত ফুট হইবে, তাহাকে আড়কাঠ অর্থাৎ প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ আড়কাঠের অর্দ্ধ-পরিমাণ দ্বারা পূরণ করিয়া ৯৪ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তত টন বোঝাই জানিবে।

উদাহরণ ১। কোন অর্ণবপোতের মেরুদণ্ড ৭২ ফুট ও আড়কাঠ ২৪ ফুট, ঐ পোতের বোঝাই কত?

উঃ। ২২০$\frac{২৮}{৪৭}$ টন।

২। যদি কোন জাহাজের মেরুদণ্ড ৬০ ফুট ও আড়কাঠ ২০ ফুট হয়, তবে উহাতে কত টন বোঝাই ধরিতে পারে?

উঃ। ১২৭$\frac{২১}{৪৭}$ টন।

নৌকা মাপ কালী।

"দৈর্ঘে নৌকা যত হাত, প্রস্থ দিয়া পূর তত।
তাহা দ্বিগুণ করিয়া একুন, হাত প্রতি মন পরিমাণ।"

১৯শ সম্পাদ্য।

রজ্জুর ওজন নিরূপণ করিবার নিয়ম।

নিয়ম। রজ্জুর বেড়ের বর্গ দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ৪৮০ দিয়া ভাগ করিলে যত হয় তত হন্দর রজ্জুর ওজন জানিবে। রজ্জু পরিমাণ তাহার বেড়ের দ্বারা নির্দ্দেশিত হয়, যথা দুই ইঞ্চের রজ্জু বলিলে রজ্জুর বেড় দুই ইঞ্চ জানিবে।

উদাহরণ ১। এক শত ফেথম লম্বা, তিন ইঞ্চ বেড়, এরূপ রজ্জুর ওজন কত?

উঃ। $৩^২ = ৯ \times ১০০ = ৯০০ \div ৪৮০ = ১$ হন্দর, ৩ কোয়াটর ১৪ পৌণ্ড।

২। ১২০ ফেথম লম্বা, ৬ ইঞ্চ বেড়ের রজ্জুর ওজন কত? উঃ। ৯ হন্দর।

২০তি সম্পাদ্য।

ধান্য রাশির মাপ করিবার নিয়ম।

নিয়ম। ধান্য রাশির পরিধির পরিমাণকে ৯ দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্য রাশির মধ্যের উচ্চতা; পুনর্ব্বার পরিধিকে ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া,

ভাগ ফলের বর্গ উচ্চতাপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্যের * খারী।

উদাহরণ। এক ধান্য রাশির পরিধি ৫৪ হাত, ইহাতে কত খারী ধান্য আছে?

উঃ। ৫৪ ÷ ৯ = ৬ হাত উচ্চ। পুনর্ব্বার ৫৪ ÷ ৬ = ৯। ধান্য রাশি = ৯ × ৯ = ৮১ × ৬ = ৪৮৬ হাত।

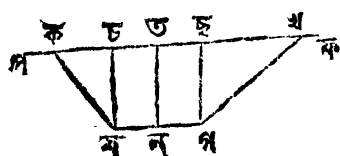
২১তি সম্পাদ্য।

অসরল নিটন বস্তুর ঘনফল নির্ণয় করিবার নিয়ম।

অসরল ঘন বস্তুকে সমান্তরাল খণ্ড দ্বারা কতিপয় অংশে বিভাগ করিয়া নিম্ন লিখিত প্রণালীতে প্রক্রিয়া করিলে ঘনফল স্থির হয়।

শেষের খণ্ডদ্বয়ের সমষ্টিতে, মাঝের খণ্ডগুলির সমষ্টির দ্বিগুণ যোগ কর, এবং ঐ যোগফলে শেষ ও মাঝের খণ্ড সমূহের মধ্যখণ্ডগুলির সমষ্টির চতুর্গুণ যোগ কর, পুনশ্চ এই যোগ ফলকে, কোন খণ্ড ও তাহার অব্যবহিত পরের মধ্যখণ্ডের সাধারণ দূরত্বের তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে খাতের ৩০ হাত অন্তর তিনটী ভিন্ন ভিন্ন স্থানের পরিমাণ যথাক্রমে ৪,৩ ও ৫ হাত, এবং ঐ তিন স্থানের গভীরতা যথাক্রমে ৩, ২ ও ৪ হাত, আর ঐ তিনখণ্ডের তলস্থ বিস্তার ২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

* খারীর দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর সকল দিকেই এক হাত থাকে।

এই প্রশ্নে, প্রত্যেক খণ্ডগুলি ট্রাপিজোইড হওয়াতে;

১ম খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৪ + ২) \times ৩ = ৯$,

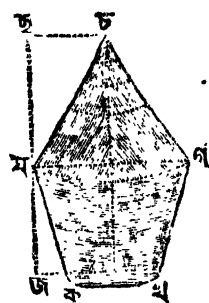
২য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৩ + ২) \times ২ = ৫$,

৩য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(৫ + ২) \times ৪ = ১৪$,

১ম মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}\left(\frac{৪ + ৩}{২} + ২\right) \times \frac{৩ + ২}{২} = ৬\frac{৭}{৮}$,

২য় মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}\left(\frac{৩ + ৫}{২} + ২\right) \times \frac{২ + ৪}{২} = ৯$;

আর সাধারণ দূরত্ব $= ৩০ \div ২ = ১৫$ হাত;

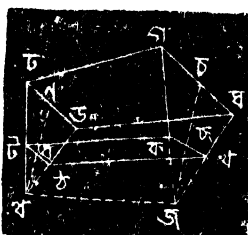
$\therefore$ সমুদায় খাতের ঘনফল $= \frac{৩০}{৬}\left\{৯ + ১৪ + ৪\left(৬\frac{৭}{৮} + ৯\right) + ২ \times ৫\right\} = ৪৮২.৫$ ঘনহাত।

উদাহরণ ঃ ক খ গ চ ঘ একটা ঘাসের গাদা, উহার তলস্থ বৃত্ত ক খ-র পরিধি ৪০ হাত, গ ঘ ছাইচের নিকটের পরিধি ৬০ হাত, তলা হইতে ছাইচ পর্য্যন্ত ও ছাইচ হইতে চূড়াগ্র পর্য্যন্ত উভয়ের পরিমাণ প্রত্যেকে ১৫ হাত, এইক্ষণে ঐ গাদার ঘনফল কত?

এই প্রশ্নে, ৩য় ভাগের ৭ম সম্পাদ্যের নিয়মানুসারে ক খ খণ্ডের পরিমাণফল প্রায় ১২৮ হাত; ঘ গ খণ্ডের পরিমাণফল প্রায় ২৮৮ হাত; এবং চ চিহ্নিত খণ্ডের ক্ষেত্র-

ফল শূন্য। ক খ ও গ ঘ খণ্ডদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী খণ্ডের পরিধি = ½ (৪০+৬০) = ৫০, এবং ঘ গ ও চ-র মধ্যবর্ত্তী খণ্ডের পরিধি = ½ (৬০ + ০) = ৩০; এই হেতু ক খ গ ঘ-র ঘনফল = প্রায় ২০০ হাত, ও ঘ গ চ-র ঘনফল = প্রায় ৭২ হাত।

∴ ঘাসের গাদার ঘনফল =

$\frac{৭\frac{১}{২}}{৩}\{১২৮ + ০ + ৪(২০০ + ৭২) + ২ \times ২৮৮\}$

= ৪৪৮০ ঘন হাত।

৩। মনেকর, ক খ গ ড ট ঠ লৌহবর্ত্মের এক খণ্ড, ইহার ভূমি গ ঘ ড ঢ, ক খ ঠ ট লৌহবর্ত্মের ধরাতলের সমান্তরাল। লৌহবর্ত্মের বিস্তার ক খ বা ট ঠ ৩ ফুট, দৈর্ঘ্য খ ঠ ১ চেইন বা ৬৬ ফুট, মস্তকের উন্নতি চ ছ ও প ব যথাক্রমে ৮ ও ৬ ফুট, আর ঢাল ১½ ফুটঃ ১ ফুট। এইক্ষণে এই লৌহবর্ত্ম খণ্ডের ঘনফল কত?

এই প্রশ্নে, গ ঘ = ৩০ + ১½ × ৮ × ২ = ৫৪, অতএব ক খ ঘ গ এর ক্ষেত্রফল = ½ (৩০+৫৪) ৮ = ৩৩৬। এইরূপে ট ঠ ড ঢ-র ক্ষেত্রফল = ২৩৪। এইক্ষণে মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, গড় উচ্চতা = ½ (৮ + ৬) = ৭, ও মস্তকের গড় বিস্তার = ৩০ + ১½ × ৭ × ২ = ৫১, ∴ মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ½ (৩০+

১২ × ৭ = ২৮ ৩.৫। অতএব ৪র্থ ভাগের ৭ম সম্পাদ্য দ্বারা সমুদায় লৌহবর্ত্ম খণ্ডের ক্ষেত্রফল =
২০ { ৩৩৬ + ২৭৪ + ৪ + ২৮৩.৫ } = ১৮৭৪৩ ঘনফুট।

৪। যে লৌহবর্ত্ম খণ্ডের উচ্চতা ২ চেইন অন্তর লইলে, ০, ১০, ৩০, ৪০, ও ০ ফুট, বর্ত্মের বিস্তার ৩০ ফুট, এবং ঢাল ৪ ফুটে ১ ফুট হয়, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪৯৬০০০ ঘনফুট

---

২৩ তি সম্পাদ্য।

যাহার পরমাণু সমস্তের সন্নিবেশ নিবিড় সেই দ্রব্য অধিক ঘন। কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমিত স্থানের মধ্যে কোন কোন দ্রব্যের অধিক পরমাণু থাকিতে পারে, কাহারো বা অপেক্ষাকৃত কম থাকে। একটা বোতলের মধ্যে যত পারা থাকে, সেই বোতলের মধ্যে তত জল থাকিতে পারে না; আর জল যত থাকিতে পারে তৈল তাহা অপেক্ষাও অল্প থাকে। অতএব, ইহা অনায়াসেই সিদ্ধান্ত করা যাইতে পারে যে, ঐ তিন দ্রব্যের মধ্যে পারা সর্ব্বাপেক্ষা অধিক সান্দ্র, তাহার নীচে জল, তাহার নীচে তৈল। এক ঘন ইঞ্চ প্রমাণ স্বর্ণ যত ভারী, সেই প্রমাণ তাম্র তত ভারী নয়, এবং লৌহ তাম্র অপেক্ষাও অল্প ভারী। অতএব স্বর্ণে পরমাণু সমস্ত যত নিবিড় তাম্রে তেমন নয়, এবং লৌহে তাহা অপেক্ষাও অল্প। সুতরাং ঐ তিন ধাতুর মধ্যে, স্বর্ণ সর্ব্বাপেক্ষা অধিক সান্দ্র, তাম্র সান্দ্রতায় দ্বিতীয়, এবং লৌহ তৃতীয়। কোন্ বস্তু অপেক্ষা কোন্ বস্তু ভারী, তাহা অবগত হইবার নিমিত্ত এক

সুন্দর নিয়ম নির্দ্ধারিত হইয়াছে। ৪০ তাপাংশ প্রমাণ নির্ম্মল জলের প্রত্যেক ঘনফুট ওজন করিলে ডাক্তারি মাপের ১০০০ আউন্স হয়, সুতরাং অন্য বস্তুর প্রত্যেক ঘনফুট ১০০০ আউন্স অপেক্ষা যত গুণ ভারী হয়, তাহা তত হাজার অঙ্ক দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়। নিম্নে ৪০ তাপাংশ প্রমাণ নির্ম্মল জলের এক ঘনফুট ১০০০ অঙ্কদ্বারা নির্দ্দেশ করিয়া, অন্যান্য দ্রব্যকে তাহাদের গুরুত্ব ও লঘুত্বের ন্যূনাধিক্য অনুসারে তদনুরূপ অঙ্ক দ্বারা নির্দ্দেশ করা গিয়াছে।

প্লাটিনম	২১৪৭০	খড়ি	২২৫২। ২৬৫৭
স্বর্ণ	১৯২৬০	বেলে মৃত্তিকা	১৯৮৯
পারদ	১৩৬০০	গজদন্ত	১৮২৬
সীসক	১১৩৫২	বারুদ	১৭৪৫
রৌপ্য	১০৪৭০	বালি	১৫২০
তাম্র	৯০০০	পাথুরেকয়লা	১০২৩।১৩০০
ঢালাপিতল	৮৪০০	তার	১১৫০
ইস্পাত	৭৮৫০	বুককাষ্ঠ	১০৩০
লৌহ	৭৭০০	সমুদ্রের জল	১০৩০
ঢালালৌহ	৭০৬৫	নির্ম্মলজল	১০০০
টিন	৭৩২০	মেহগ্নি কাষ্ঠ	১০৬৩
গ্রানাইট প্রস্তর	৩৯৫০	ওক ঐ	৯৩৩
কাচ	৩০০০	বিচ ঐ	৬৯০
শ্বেত প্রস্তর	২৭০০	ফার ঐ	৫৫৩
মৃত্তিকা	২১৬০	ছিপি	২৪০
ইষ্টক	২০০০	বায়ু	১.২

১। এক খণ্ড শ্বেত প্রস্তর ১২ ফিট দীর্ঘে, ৩ ফিট প্রস্থে, এবং ১ ফুট উচ্চে, উহা ওজনে কত?

এখানে প্রস্তরের ঘনফল = ১২ × ৩ × ১½ = ৫৪ ঘনফুট। প্রস্তরের প্রতি ঘনফুট ওজনে ২৭০০ আউন্স হইলে সমুদায় প্রস্তরের ওজন = ৫৪ ঘনফুট = ৫৪ × ২৭০০ আউন্স = ৯১১২.৫ পাউণ্ড।

২। এক খানি ফার কাষ্ঠের কড়ির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ যথাক্রমে ২০ ফুট, ৩ ইঞ্চ, ও ৯ ইঞ্চ, তাহা ওজনে কত?

উঃ। ১২৯.৬ পাউণ্ড।

৩। যে সীসকের নল ¼ ইঞ্চ পুরু, ও যাহার ভিতরের ছিদ্রের ব্যাস ২ ইঞ্চ, তাহার এক ফুট ওজনে কত হইবে?

উঃ। ৮.৭ পাউণ্ড

৪। যে ঢালা লৌহ ১ ইঞ্চ পুরু, ও যাহার ভিতরের ছিদ্রের ব্যাস ৬ ইঞ্চ, তাহার এক ফুটের ওজন কত?

উঃ। ৬৭.৪৫ পাউণ্ড।

৫। এক খণ্ড বিচ কাষ্ঠ ওজনে ৩০০ পাউণ্ড হইলে তাহার ঘনফল কত হইবে?

এক ঘনফুট বিচ কাষ্ঠের ওজন = ৬৯০ আউন্স।

∴ উক্ত কাষ্ঠখণ্ডের ঘনফুটের সংখ্যা = ৩০০ × ১৬ ÷ ৬৯০ = প্রায় ৭ ঘনফুট।

৬। যে লৌহ খণ্ডের ওজন ১ টন, তাহাতে কত ঘনফুট লৌহ আছে।

উঃ। ৪.৬৫৫।

৭। যে পয়নালার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ যথাক্রমে ৯০, ৩, ও ২ ফুট, তাহা খনন করিতে কত গাড়ী মৃত্তিক

উঠিয়াছে? মনেকর প্রত্যেক গাড়ীতে ১¾ টন মৃত্তিকা ধরিতে পারে। উঃ। ২৬.০৩।

৮। যে ঘোঁড়া ১½ টন বোঝাই লইয়া যাইতে পারে, সে কত ঘনফুট ওক কাষ্ঠ লইয়া যাইতে পারিবে?

উঃ। ৫৭.৫৫।

নানাবিষয়িণী উদাহরণমালা।

১। প্রতি ফুটের মূল্য ১½ পেন্স হইলে, যে তক্তার* দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ৬ ইঞ্চ, ও গড় বিস্তার ১১ ইঞ্চ, তাহার দাম কত? উঃ। ১ সিলিং ৫ পেন্স।

২। প্রতি ফুটের মূল্য ২½ পেন্স হইলে, যে তক্তার দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ৯ ইঞ্চ, এবং প্রস্থ ১ ফুট ৩ ইঞ্চ, তাহার মূল্য কত? উঃ। ৩ সিলিং ৩¾ পেন্স।

তক্তা অসরল হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে, গড় বিস্তার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে কালি স্থির হয়।

৩। যে কড়ি কাষ্ঠের* দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চ, মোটা ও সরু দিকের বিস্তার যথাক্রমে ১ ফুঃ ৬ ইঃ ও ১ ফুঃ ৩ ইঃ, তাহার ঘনফল কত? উঃ। ২৮.৬১৭১৮৭৫ ফুট।

৪। যে কড়ি কাষ্ঠের দৈর্ঘ্য ২৪½ ফুট, এবং গড় বিস্তার ও বেধ প্রত্যেক ১.০৪ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২৬½ ফুট।

---

* কড়ি কাঠের প্রস্থ ও বেধ অসরল হইলে, গড় বিস্তার, গড় বেধ পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণকরিলে ঘনফল স্থির হয়।

৯। প্রতি বর্গ গজে যদি ১০/ মজুরি লয়, তবে যে দেওয়ালের পরিমাণ ১৮½ × ১২¼ ফুট, তাহা রঙ্গ করিতে কত ব্যয় হইবে? উঃ। ২৮।/৫।

১০। একটী তিনতলা বাটীর এক দিকে প্রতিতলে তিনটী করিয়া জানালা আছে, ইহাদের বিস্তার ৩ ফুট ১১ ইঞ্চ, প্রথম তলের জানালার দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ১০ ইঞ্চ, দ্বিতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ, ও তৃতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৫ ফুট ৪ ইঞ্চ। এইক্ষণে যদি প্রতি বর্গফুট কাচ বসাইতে ১৪ পেন্স খরচ হয়, তাহা হইলে ঐকয়েকটী জানালায় কাচ বসাইতে কত ব্যয় হইবে?

উঃ। ১৩ পাউণ্ড ১১ শিলিং ১০½ পেন্স।

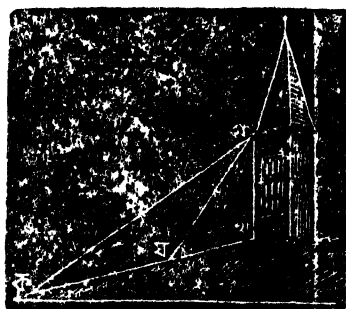
কাচ বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব ফুট, ইঞ্চ বা সংখ্যার হিসাবে ধরা হইয়া থাকে।

১১। প্রত্যেক বর্গ গজে ৸০ আনা খরচ হইলে, ২৫ ফুট ৬ ইঞ্চ দীর্ঘে, ও ১২ ফুট প্রস্থে, একটী ঘরের মেজেতে পাথর বসাইতে কত খরচ পড়িবে?

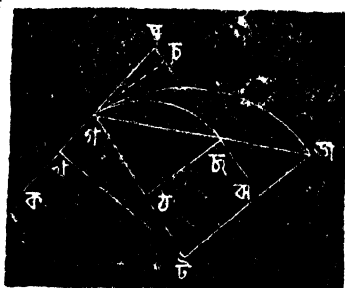
উঃ। ২৫।০ টাকা

১২। প্রতি বর্গ গজে ৪।০ টাকা মজুরি হইলে, যে ঘরের দৈর্ঘ্য ২৩½ ফুট, ও প্রস্থ ২০ ফুট, তাহাতে পাথর বসাইতে কত ব্যয় হইবে? উঃ। ২২৫ টাকা।

পাথর বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব বর্গগজে ধরা হইয়া থাকে

১৩। যদি প্রতি বর্গ গজে ।৶ আনা ব্যয় হয়, তবে ½ মাইল দীর্ঘ, ও ৪৭ ফুট প্রস্থ, একটী রাস্তায় খোয়াদিতে কত খরচ পড়িবে? উঃ। ৫১৭০ টাকা।

১৪। খগ একটী পর্ব্বতোপরি এক কীর্ত্তিস্তম্ভ, উহার উচ্চতা নিরূপণ করিতে হইবে। জরীপ আমিন, মনে কর, খ হইতে গ পর্য্যন্ত ৫০ ফুট পরিমাণ করিয়াছে, এবং গ হইতে ক ৭৫ ফুট পরিমাণ করিয়াছে, এবং কোণমাণ যন্ত্র দ্বারা গ খ খ কোণ ও গ ক খ কোণ যথাক্রমে ৪১° ও ২৪° পরিমাণ করিয়াছে। এইক্ষণে ঐ কীর্ত্তিস্তম্ভের উচ্চতা কত?

উঃ। ৭৬ ফুট।

১৫। কগ ও ঝছ দুই দিক দিয়া লৌহ-বর্ত্ম গিয়াছে, এইক্ষণে ঐ দুইটী দিক অনবচ্ছিন্ন কুটিল রেখার দ্বারা সংযুক্ত করিতে হইবে।

১৬। তিনটী বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ যথাক্রমে ৬, ৮, ও ২৩ ফুট, ইহাদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তুল্য ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২৬ ফুট।

১৭। যে বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭২ বর্গ ফুট, তাহার কর্ণ রেখার পরিমাণ কত?

উঃ। ১২ ফুট।

১৮। "আট হস্ত বর্গ" ও "৮ বর্গ হস্ত" ইহাদের অন্তর কত? উঃ। ৫৬ বর্গ হাত।

১৯। ১২ হাত উচ্চ দেওয়ালের নীচে এক নর্দ্দমা আছে, উহার বিস্তৃতি ৯ হাত, নর্দ্দমা ছাড়িয়া কত হাত দূরে মই ফেলিলে উহার ঠিক মাথার উপরে পড়িবে? উঃ। ১৫ হাত।

২০। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট, ও প্রস্থ ২৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট যে বর্গ ক্ষেত্র তাহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ৩০ ফুট।

২১। একটী সমচতুষ্কোণ বাক্সের পৃষ্ঠফল ৯৬ বর্গ ফুট হইলে, উহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ৪ ফুট।

২২। যে চাকা ৫ মাইল পথ যাইতে ২০০০ বার আবর্ত্তন করে, তাহার ব্যাস কত? উঃ। ৪.২০১ ফুট।

২৩। একটী ১০ অঙ্গুলি পরিমিত কাটি ভূমিতে ঠিক সোজা ভাবে প্রোথিত করা গেল, উহার ৬ অঙ্গুলি মৃত্তিকার মধ্যে থাকিল, বেলা একটার সময় উহার অর্দ্ধ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল, এইক্ষণে যে ইষ্টকালয়ের ছায়া ঐ সময়ে ৫ হাত হইয়াছিল তাহার উচ্চতা কত?

উঃ। ৪০ হাত।

২৪। একটী চোঙ্গের ব্যাস ৫ ফুট, এই চোঙ্গটী কত গভীর হইলে ৮০ গেলন জল ধরিতে পারে? মনে কর প্রতি গেলনে ২৭৭.২৭৪ ঘন ইঞ্চ জল ধরে। উঃ। ৭.৮৩৫ ইঞ্চ।

২৫। যে ষড়ভুজের কালি ১৪ বর্গ ফুট, তাহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ২.৩২১২ ফুট।

২৬। যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৩৯.২৭ বর্গ ফুট, তাহার বাহিরে এবং ভিতরে অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অন্তর কত? উঃ। ২৫ বর্গ ফুট।

২৭। যে বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট, তাহার ভিতরে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। ৩.৪৬৪ ফুট।

২৮। একটী ট্রাপিজয়েড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ ফুট, এবং তাহার দুইটী সমান্তরাল বাহুর পরিমাণ যথাক্রমে ৫ ও ৮ ফুট, এই দুইটী বাহুর অন্তর কত? উঃ। ৪ ফুট।

২৯। যদি পৃথিবীর ব্যাস ৮০০০ মাইল হয়, এবং ইহার অভ্যন্তরে ৫ মাইলের পর সমুদায় পদার্থ তরল হয়, তাহা হইলে পৃথিবীর কত অংশ দৃঢ় পদার্থে পূর্ণ আছে?

উঃ। প্রায় $\frac{1}{267}$।

৩০। এক ঘন হস্ত পরিমিত স্থানে যদি ১$\frac{1}{2}$ মণ জল ধরে, তবে যে ঘন পাত্রের অভ্যন্তরের এক পার্শ্বের পরিমাণ ১ হঃ ৬ অং, তাহাতে কত জল ধরিবে?

উঃ। মণ ১৮/৯।

৩১। এক বৃত্তাকার দুর্গের চতুষ্পার্শ্বে ১৩ গজ বিস্তৃত একটী খাত আছে, এখন দুর্গের পরিধিপরিমাণ ৭০৪ গজ হইলে, ঐ খাতের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। প্রায় ২ একর।

৩২। যে ক্ষেত্রের বর্গফল ১৪ বর্গ হস্ত ৩৬ বর্গ অঙ্গুলি, তাহার ঘনফল ১০ ঘন হস্ত ৭৫৬০ ঘন অঙ্গুলি হইলে, উচ্চতার পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৮ অঙ্গুলি।

৩৩। যে গোল টেবিলের ব্যাস ৫৯ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। প্রায় ১৯ বর্গ ফুট।

৩৪। ৩ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট একটী সীসের গোলা হইতে $\frac{1}{8}$ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট কয়টা ছিটা প্রস্তুত হইতে পারে?

উঃ। ১৭২৮।

৩৫। যে ঘরের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও উচ্চতা যথাক্রমে ৩৬ ফুঃ, ২৪ ফুঃ, ও ২০ ফুঃ, সেই ঘর মুড়িতে কত বর্গ গজ মখমল লাগিবে? ঘরের মধ্যে একটী জানালা আছে, তাহার দৈর্ঘ্য ৬ ফুঃ ও বিস্তার ৫$\frac{1}{2}$ ফুঃ, ও দুইটী দ্বার আছে তাহাদের উভয়ের পরিমাণ (৭$\frac{1}{2}$ × ৩$\frac{3}{4}$) ফুট।

উঃ। ২৫৬$\frac{5}{8}$ বর্গ গজ।

৩৬। যে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ৫ ফুট ১০ ইঞ্চ, এবং প্রত্যেক বাহু ৮$\frac{1}{2}$ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৩ বর্গ ফুট ৪১$\frac{1}{2}$ ইঞ্চ

৩৭। ইঞ্চ = ১ মাইল স্কেলে ৪ বর্গ ফুট ৪ বর্গ ইঞ্চ এক খানি কাগজে কোন গ্রামের মানচিত্র অঙ্কিত হইল। ঐ গ্রামের বর্গ পরিমাণ কত বিঘা?

উঃ। ১১২২৮৮০/০ বিঘা।

৩৮। যে প্রাচীরের দৈর্ঘ্য ২০ গজ, প্রস্থ ৭$\frac{1}{2}$ ফুট, ও ভত বা বেধ ১৪ ইঞ্চ, সেই প্রাচীর গাঁথিতে ৯ ইঞ্চ দীর্ঘ ৩$\frac{1}{2}$ ইঞ্চ প্রস্থ, ও ২$\frac{1}{2}$ ইঞ্চ বেধের কত ইষ্টক লাগিবে?

উঃ। ১১৫২০।

৩৯। ৪০ হাত ব্যাস বিশিষ্ট একটী গোলাকার দুর্গের চতুর্দ্দিকে, ১০ হাত প্রস্থ ২ হাত গভীর, একটী গড়খাই

খনন করা হইল। যদি ঐ গড় খাইয়ের দুইদিকের ঢালের অনুপাত ১২ : ১ হয়, তাহা হইলে ঐ গড়ের চতুর্দ্দিকে কত ঘন হাত মৃত্তিকা খনন করা হইল?

উঃ। ২১৯৯.১২ ঘন হাত

৪০। যে চৌবাচ্চা দৈর্ঘ্যে ২৪ ফুট ৮ ইঞ্চ, প্রস্থে ১০ ফুট ৩ ইঞ্চ, তাহা হইতে কত ঘন ফুট জল বাহির করিয়া দিলে সমস্ত চৌবাচ্চায় ১ ফুট জল কমিয়া যাইবে?

উঃ। ৩১২ঃ ঘন ফুট।

৪১। একটী বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ ৫০ গজ, অন্তর্গত অষ্ট ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ২০৭১ বর্গ গজ।

৪২। যে চতুষ্কোণ গর্ত্ত দীর্ঘে ১০ঃ হাত, প্রস্থে ৩ হাত ১৮ অঙ্গুলি, ও গভীরে ৩ঃ হাত, তাহাতে যত জল ধরে, আর একটী গর্ত্তেও তত জল ধরে, শেষোক্ত গর্ত্তটী দৈর্ঘ্যে ১১ঃ হাত প্রস্থে ৪ঃ হাত, স্থির কর উহার গভীরতা কত?

উঃ। ২ঃ হাত

৪৩। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ১৮ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১১৩.০৯৭৬ বর্গ ফুট।

৪৪। যে চতুষ্কোণ গর্ত্তে ১৭২৮ ঘন ফুট জল, তাহাতে কত ফুট দড়া নামাইলে মাটী পাওয়া যাইবে? উঃ। ১২ ফুট।

৪৫। যে বর্গ ক্ষেত্র এবং ষড় ভুজের প্রত্যেকের পরিমিতি ৮০ হাত, তাহাদের ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৪০০ এবং ৪৬১.৮৮।

৪৬। যে বৃত্ত এবং বর্গ ক্ষেত্রের পরিমিতি প্রত্যেকে ২০ হাত, তাহাদের ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩১.৮৩ এবং ২৫।

৪৭। যে চৌপহলের উচ্চতা ৪১ ফুট, এবং ভূমির এক পার্শ্বের পরিমাণ ১.২৫ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৬৮.০৬২ ঘন ফুট।

৪৮। যে স্তম্ভের উচ্চতা ২ ফুট ৬ ইঞ্চ, ও ব্যাস ৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৩১.৪১ ঘনফুট।

৪৯। যে সূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৪ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্ত, এবং উচ্চতা ৯ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৩৭.৬৯৯ ঘন ফুট।

৫০। যে আয়তাকার কাজলার ভূমির পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ ১০ ও ২ হাত, এবং উচ্চতা ৮ হাত, তাহার পৃষ্ঠ ফল কত? উঃ। ২০০ বর্গ হাত।

৫১। প্রমাণ কর যে, কোন বর্ত্তুলের ঘন পরিমাণ তাহার বহির্বেষ্টিত স্তম্ভের দুই তৃতীয়াংশ।

৫২। এক ভূমির উপর সমান উচ্চ করিয়া একটী স্তম্ভ, সূচী ও বর্ত্তুলার্দ্ধ অঙ্কিত হইল। সূচী ও বর্ত্তুলার্দ্ধের সমষ্টি ও স্তম্ভে কত অন্তর? উঃ। ০

৫৩। চন্দ্রের ব্যাস ২১৮০ মাইল হইলে তাহার ঘনফল কত হইবে? উঃ। ৫৪২৪৬১৭৪৭৫ ঘন মাইল।

৫৪। যে গোলার পরিধি ১৫.৭০৮ ইঞ্চ, তাহার পৃষ্ঠফল কত হইবে? উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গ ইঞ্চ

তৃতীয় ভাগ।

ভুমি পরিমাণ।

ভুমি মাপিবার ধারা।

৫৭৬ বর্গ অঙ্গুলিতে	..	১ হাত
৫ বর্গ হাতে	..	১ কাঁচ্চা
২০ বর্গ হাতে বা ৪ কাঁচ্চায়	...	১ ছটাক /০
৪ ছটাকে, ৮০ বর্গ হাতে বা ৫ বর্গ কাঠায়	..	১ পোয়া ।০
৪ পোয়াতে, ১৬ ছটাকে অথবা ৩২০ হাতে	..	১ কাঠা /১
২০ বর্গ কাঠায় অথবা ৬৪০০ বর্গ হাতে	..	১ বিঘা ১/০
৩২৪ ইঞ্চতে	..	১ বর্গ হাত
১৪৪ বর্গ ইঞ্চে	..	১ বর্গ ফুট
৯ বর্গ ফুটে	...	১ বর্গ গজ
৪৮৪০ বর্গ গজে	..	১ একর
৬৪০ একরে	..	১ বর্গ মাইল
১৪৪০০ বর্গ ফুটে	...	১ একবিঘা

১৬০০ বর্গ গজ বা ১৪৪০০ বর্গ ফুট } = ৬৪০০ বর্গহস্ত = ১/ বিঘা

৭২০ বর্গফুট = ৩২০ বর্গহস্ত = ‍/১ কাঠা
৪৫ ঐ = ২০ ঐ = ‍/০ ছটাক

বর্গ গজের নিয়ম এই যে, তিন ফুটে চলিত যে গজ তাহার বর্গ হইলে অর্থাৎ দীর্ঘ প্রস্থে পূরণ করিলে (৩×৩= ৯ ফুট) এক বর্গ গজ = ৪ বর্গ হস্ত।

অতএব ১৬০০ বর্গ গজ × ৯ = ১৪৪০০ বর্গফুট। আর ফি বিঘাতে ৮০ হস্ত × ৮০ হস্ত = ৬৪০০ বর্গ হস্ত।

ফি হস্তে ১॥০ দেড় ফুট, এই জন্য ৮০ হস্ত × ১॥০ ফুট = ১২০ ফুট। আর ১২০ × ১২০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুটে ৬৪০০ বর্গ হস্ত হইল।

২।০ সওয়া দুই বর্গ ফুটে এক বর্গ হস্ত হয়, কারণ ১॥০ × ১॥০ = ২।০ সওয়া দুই। বর্গ ফুটকে বর্গ হস্ত করিতে হইলে যত ফুট থাকিবে তাহাকে চতুর্গুণ করিয়া ৯ দিয়া ভাগ করিতে হয়; এবং বর্গ হস্তকে ২।০ সওয়া দুই গুণ করিলে বর্গ ফুট নির্ণয় হয়। যেমন, ১ বিঘা অথবা ৬৪০০ বর্গ হস্ত × ২।০=১৪৪০০ বর্গ ফুট। এবং ১৪৪০০ বর্গ ফুট × ৪ = ৫৭৬০০, ৫৭৬০০ ÷ ৯ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১/০ বিঘা।

১ উদাহরণ। ইংরাজী ১ একর ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

১ একর = ৪৩৫৬০ বর্গ ফুট; ইহাকে ১৪৪০০ ভাগ করিলে = ৩ $\frac{৩৬০}{১৪৪০০}$ হয়। ৩৬০ বর্গফুট = অর্দ্ধ কাঠা। ∴ এক একর = ৩/০ বিঘা ॥০ কাঠা।

২। ইংরাজী ১ এক রূড ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

এক রূড = ১০৮৯০ বর্গ ফুট, ১০৮৯০ × ৪ ÷ ৯ = ৪৮৪০ বর্গ হস্ত। ৪৮৪০ ÷ ৩২০ = ১৫ কাঠা + ৪০ অবশিষ্ট। ৪০ বর্গ হস্ত = ৵০ ছটাক।

∴ এক রূড = ৸০ কাঠা ৵০ ছটাক।

৩। ইংরাজী ১ পোল ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্ত্তিত কর।

এক পোল = ২৭২$\frac{১}{৪}$ বর্গ ফুট, ২৭২$\frac{১}{৪}$ × ৪ ÷ ৯ = ১২১ বর্গ হস্ত। ১২১ ÷ ২০ = ।৵০ ছটাক ১ বর্গ হস্ত।

৪। ইংরাজী ১২৩ একর, ২ রূড ৩৭ পোল ৩ গজে বঙ্গদেশীয় কত ভূমি হইবে?

উঃ। ৩৭৪ বিঘা ।০ কাঠা ৸০ ছটাক ৯ হস্ত।

৫। বঙ্গদেশীয় ১/০ বিঘা ভূমি ইংরাজী একরে পরিবর্ত্তিত করিলে কত ভূমি হইবে?

১ বিঘা = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১৪৪০০ বর্গ ফুট। অতএব ঐ ১৪৪০০ বর্গ ফুট ইংরাজী বর্গ পরিমাণের মাপের হিসাবে = ১ রূড ১২ পোল ২৭ গজ।

৬। বঙ্গদেশীয় ১৭ বিঘা ।৪ কাঠা ।/০ ছটাকে ইংরাজী কত ভূমি হইবে!

উঃ। ৫ একর ৩ রূড ৩ পোল ২৪ গজ ২$\frac{১}{৪}$ ফুট।

গণ্টরের চেনের দ্বারা ভূমির মাপ হয়। ঐ চেন ৪ পোল, কিম্বা ২২ গজ, অথবা ৬৬ ফুট দীর্ঘ; এবং ১০০ অংশে বিভাজিত হওয়াতে প্রতি লিঙ্কের পরিমাণ

৭ [illegible] ইঞ্চ। ১ বর্গ চেইন প্রতি ৪৮৪ বর্গ গজ অথবা এক একরের দশাংশের একাংশ থাকে। এই মতে দশ বর্গ চেনের কাত ৪৮৪০ বর্গ গজে এক একর হয়।

বঙ্গদেশীয় মাপ ইংরাজী মাপে পরিবর্ত্তিত								
বিঘা	কাঠা		একর	রূড	পোল	গজ	ফুট	বর্গ ইঞ্চ
,,	/১কাঠা	=			২	১৯	৪	৭২
,,	/২ ঐ	=			৫	৮	৬	১০৮
,,	/৩ ঐ	=			৭	২৮	২	৩৬
,,	/৪ ঐ	=			১০	১৭	৪	৭২
,,	।০ ঐ	=			১৩	৬	৬	১০৮
,,	॥০ ঐ	=			২৬	১৩	৪	৭২
১	বিঘা	=		১	১২	২৭	,,	,,
২	ঐ	=		২	২৫	২৩	৬	১০৮
৩	ঐ	=		৩	৩৮	২০	৪	৭২
৪	ঐ	=	১	১	১১	১৭	২	৩৬
৫	ঐ	=	১	২	২৪	১৪	,,	,,
১০	ঐ	=	৩	১	৮	২৮	,,	,,
২০	ঐ	=	৬	২	১৭	২৫	৬	১০৮
৩০	ঐ	=	৯	৩	২৬	২৩	৪	৭২
৪০	ঐ	=	১৩	,,	৩৫	২১	২	৩৬
৫০	ঐ	=	১৬	২	৪	১৯	,,	,,
১০০	ঐ	=	৩৩	,,	৯	৭	৬	১০৮

১ম সম্পাদ্য।

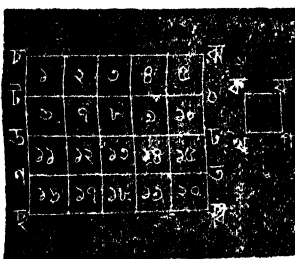
সমচতুর্ভুজ, আয়ত, রম্বস ও রম্বেড্ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিবার নিয়ম।

১ম নিয়ম। ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ হইলে তাহার বাহুর পরিমাণকে বর্গ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

২য়। ক্ষেত্র রম্বস হইলে ভুজ পরিমাণকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৩য়। ক্ষেত্র আয়ত হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থ-পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৪র্থ। ক্ষেত্র রম্বেড হইলে তাহার দীর্ঘ ভুজের সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপরি লম্বপাত করিয়া, সেই ভুজ ও লম্বের পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

যে ক্ষেত্র বা ভূমির দৈর্ঘ্য ১ হস্ত ও বিস্তার ১ হস্ত তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গহস্ত, অথবা তাহার কালি ১ হাত কহা যায়। ঐরূপ, যে ক্ষেত্র বা ভূমির দৈর্ঘ্য ১ অঙ্গুলি ও বিস্তার ১ অঙ্গুলি হইবে তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি হয়। যদি ক খ ও ক ঘ উভয় রেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুলি করিয়া হয় তাহা হইলে ক খ গ ঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি হইবে; চ ছ জ ঝ চিহ্নিত

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ অঙ্গুলি ও বিস্তার ৪ অঙ্গুলি হইলে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, উহার ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ অঙ্গুলি হইবে; কারণ উহাকে ক খ গ ঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রের সমান ২০টী ক্ষেত্রে বিভাগ করা যাইতে পারে। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, সমচতুর্ভুজ বা আয়ত ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিতে হয়।

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও ক্ষেত্রফল দ, ব ও ফ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে সূত্রত্রয় এই রূপে লেখা যাইতে পারে। যথা,

$$ফ = দ \times ব, \quad দ = \frac{ফ}{ব}, \text{ এবং } ব = \frac{ফ}{দ}।$$

উদাহরণ ১। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ও বিস্তার ৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

প্রথম সূত্রানুসারে ৭×৪=২৮ বর্গ ফুট=ক্ষেত্রফল

২। যে সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ভুজ ১৮ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

```
        ১৮
        ১৮
     ┌────
  ১২ │২৩৪
১৪৪{ ├────
  ১২ │ ২৭
     └────
```

ক্ষেত্রফল = ২¼ বর্গফুট।

৩। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ৮ ইঞ্চ ও বিস্তার ৩ ফুট ১০ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৭ ফুট ৮ ইঞ্চ
৩ ১০
---
২৩ ০
৬ ৪ ৮ অংশ
---
২৯ ৪ ৮

কোন ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মিশ্ররাশির দ্বারা প্রকাশিত হইলে, সেই রাশিদ্বয়কে রৈখিক হাতে আনিয়া পরস্পর গুণ কর, গুণফল যত বর্গ হাত হইবে তত গণ্ডা ধরিয়া পরিবর্ত্তিত কর, করিলে যত পণ তত ছটাক, যত চোক তত পোয়া, যত কাহন তত কাঠা কালি হইবে; পরে কাঠাকে বিঘায় আনিলেই হইবে। যদি দৈর্ঘ্যে বা প্রস্থে বা উভয়েতেই ছটাক থাকে তাহা হইলে উভয়কেই ছটাকে আনিয়া গুণ কর, গুণফল যত বর্গ ছটাক হইবে তত কাক কালি ধরিয়া কড়ায় পরে গণ্ডায় আন, তৎপরে গণ্ডার সংখ্যাকে পূর্ব্ববৎ পরিবর্ত্তিত কর।

৪। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১।৷২ ও বিস্তার ১৷৷০, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল = ১৷৷২ × ১৷৷০ = ১২৮ হাত × ১২০ = ১৫৩৬০ বর্গ হস্ত = ৪৮ কাহন = ৪৮ কাঠা = ২।৩; কিম্বা ১৫৩৬০ বর্গহাত = ১৫৩৬০ গণ্ডা কালি; এখন ১৫৩৬০ গণ্ডাকে পণ, চোক, কাহনে আনিলেই হইবে। অথবা, ৬৪০০ বর্গ হাতে ১ বিঘা, ৩২০ বর্গ

হাতে ১ কাঠা, ৮০ বর্গ হাতে ১ পোয়া, এবং ২০ বর্গ হাতে ১ ছটাক ; অতএব ১৫৩৬০ কে ৬৪০০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল বিঘা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে, পরে ভাগশেষকে ৩২০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল কাঠা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে, ইত্যাদি। যথা—

২০) ১৫৩৬০ গণ্ডা

---

৪) ৭৬৮ পণ .. ০ গঃ

---

৪) ১৯২ চোক ... ০ পঃ

---

২০) ৪৮ কাহন .. ০ চোঃ

---

২ বিঘা .. ৮ কাহঃ

অথবা ৬৪০০) ১৫৩৬০ (২ বিঘা

১২৮০০

---

৩২০) ২৫৬০) ৮ কাঠা

২৫৬০

অতএব উত্তর বিঃ ২। ৩ অর্থাৎ ২ বিঘা ৮ কাঠা।

ভূমির এত হাত দৈর্ঘ্য এত হাত বিস্তার কত কালি হইবে প্রশ্ন হইলে, যে কেবল বর্গহস্ত দ্বারা কালি নির্দ্দেশ করিতে হয় এমত নহে বিঘা, কাঠা, ছটাক দ্বারা কালি নির্দ্দেশ করাই রীতি। এখন এক বর্গ বিঘাতে ৬৪০০ বর্গ হাত। যদি এক বর্গ হস্তকে ১ গণ্ডা ধরা যায়, তাহাহইলে ১ বিঘায় ৬৪০০ গণ্ডা হইবেক। কিন্তু ৬৪০০ গণ্ডায় ২০ কাহন। সুতরাং ১ বিঘায় ২০ কাহন হইবেক। তাহা হইলেই, ঐরূপ এক কাহনকে ১ কাঠা ও ১ পণকে ১ ছটাক ধরা যাইতে পারে। বর্গহস্ত ধরিয়া কালি করিবার সময় যদি দৈর্ঘ্য ও

বিস্তার বিঘা ও কাঠায় লিখিত থাকে এবং কালি বর্গহস্ত দ্বারা নির্দ্দেশ করিতে হয় তাহা হইলে প্রথমতঃ বিঘাও কাঠা প্রভৃতিকে রৈখিক হাতে পরিবর্ত্তিত করিতে হয়।

আর্য্যাতেই লিখিত হইয়াছে যে, ভূমি ৮০ হাত লম্বা হইলেই তাহাকে রৈখিক এক বিঘা কহে। যে ভূমির ৮০ হাত দৈর্ঘ্য ও ৮০ হাত বিস্তার, তাহার কালি এক বিঘা কহিয়া থাকে; সুতরাং ৮০ × ৮০ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত হইলে এক বিঘা কালি অর্থাৎ এক বর্গ বিঘা হয়। পুনশ্চ ৪ হাত লম্বা হইলেই এক কাঠা কহে; এবং এক বিঘা দৈর্ঘ্য ও এক বিঘা বিস্তার হইলে যেরূপ এক বিঘা কালি কহিয়া থাকে; এক কাঠা দৈর্ঘ্য ও এক কাঠা বিস্তার হইলে সেই রূপে ৪০০ বর্গ কাঠায় এক বর্গ বিঘা হইত; কারণ ২০ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ২০ কাঠা বিস্তার হইলে এক বর্গ বিঘা অথবা এক বিঘা কালি হয়। কিন্তু রৈখিক ২০ কাঠায় যেমন রৈখিক ১ বিঘা ধরা যায়, তেমনি ২০ কাঠা কালিতেও ১ বিঘা কালি ধরা রীতি। সুতরাং ১ কাঠা কালির পরিমাণ $\frac{৬৪০০}{২০}$ = ৩২০ বর্গ হস্ত হইল। তাহা হইলেই যে ভূমির ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার তাহার কালি ১ কাঠা কহা যাইতে পারে; কারণ ৮০ × ৪ = ৩২০।

ক্ষেত্রফল স্থির করিবার সঙ্কেত শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির আর্য্যাতে পরিষ্কার রূপে নির্দ্দিষ্ট আছে। শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির সঙ্কেত এই;—

কাঠাকালি। কাঠায় কাঠায় ধুলপরিমাণ।
বিংশতি * গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ॥

বিঘাকালি। কুড়ো† বা কুড়োবা কুড়োবা লীজ্যে।
কাঠায় কুড়োবায় কাঠা লীজ্যে॥
কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ।
বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ॥

নিয়ম ১ম। গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশি দ্বারা গুণ্যের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিকে গুণ কর, এবং ঐ রাশি-দ্বয়ের একটী অথবা উভয়টীই বিঘা হইলে ২য় নিয়মানুসারে গুণফল নির্ণয় করিয়া বামে লিখ, অন্যথা ৩য় নিয়মানুসারে গুণফল নির্ণয় করিয়া ডাইনে লিখ।

২য়। বিঘায় বিঘায় গুণ করিয়া বিঘা, বিঘায় কাঠায় গুণ করিয়া কাঠা, বিঘায় পোয়ায় পোয়া, বিঘায় ছটাকে ছটাক ইত্যাদি ধর।

৩য়। কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া যত তত গণ্ডা, কাঠায় পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক্, পোয়ায় পোয়ায় যত তত কাক্, পোয়ায় ছটাকে যত তত সিকি কাক্ বা ৫ তিল, ছটাকে ছটাকে যত তত সওয়া তিল।

৪র্থ। পোয়ায় পোয়ায় অথবা পোয়ায় ছটাকে গুণ না

* এই সঙ্কেত অবলম্বন করিয়া এপ্রদেশে জমির কালি স্থির হইয়া থাকে। পূর্ব্বে "দশ বিশ গণ্ডায়" বলা রীতি ছিল; এইক্ষণে শুভঙ্কর ব্যবসায়ী গুরুমহাশয়েরা প্রায় সকলেই বিশ গণ্ডায় বলিয়া থাকেন।

† কোন কোন অঞ্চলে বিঘাকে কুড়ো কহে।

করিয়া, পোয়া ও ছটাককে ছটাকে আনিয়া একবারে ছটাকে ছটাকে গুণ করা সুবিধা, এবং গুণফল যত হইবে তত বার সওয়া তিল ধরিয়া ডাইনে না লিখিয়া তত কাক কালি ধরিয়া একবারে বামে লেখা সুবিধা; পরে তৃতীয় নিয়মানুসারে যে সকল গুণফল উৎপন্ন হইয়াছে সেই সকলকে একত্র যোগ করিয়া যাহা হইবে তাহার পণ প্রতি কাঠা, বুড়ি প্রতি পোয়া, গণ্ডা প্রতি ১৬ গণ্ডা, কড়া প্রতি ৪ গণ্ডা, কাক প্রতি গণ্ডা, প্রতি ৫ তিলে কড়া ধরিয়া বামের গুণফল সমূহে যোগ করিলেই যোগফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ ৫ম। যে সমচতুষ্কোণ ভূমির দৈর্ঘ্য বিঘা ১১ ৷৴১ ।৶ এবং প্রস্থ বিঘা ২/৩ ৸/ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

```
১১ ৷ ১ ।৶
 ২ /৩ ৸/          /১৩
২২ /              ১ ।/
 ১ /২             ৮৸৶
   ৸৵             ৵ ৩ ।
 ১ ॥ ৩
   । ৩৸৶
        ৫॥৶
   /২ ৵১২
২৫ । ১৸৶১৭॥৶
```

১১ বিঃ × ২ বিঃ = ২২ বিঃ, ২ বিঘা × ১১ কাঠা = ২২ কাঠা = ১ বি ২ কা, ২ বি × ৭ ছ = ১৪ ছ, বামে লিখ। পরে ৩ কাঠা × ১১ বি = ৩৩ কাঠা = ১ বি ১৩ কা বামে লিখ। পরে ৩ কা × ১১ কা = ৩৩ গণ্ডা = ১ পণ ১৩ গণ্ডা ডাইনে লিখ। পরে ৩ কা × ৭ ছ = ২১ কাক

= ১ গণ্ডা ৫ কাক ডাইনে লিখ। পরে ১৩ ছ × ১১ বি = ১৪ ৩ ছ (১৪ ৩ পণ = ৮ কাহন ১৫ পণ সুতরাং) ১৪ ৩ ছ = ৮ কা ১৫ ছ বামে লিখ। পরে ১৩ ছ × ১১ কাঠা = ১৪ ৩ কাক (১০০ পণে ৬ কাহন ৪ পণ, আর ৪৩ পণে ২ কাহন ১১ পণ, ৮ কাহন ১৫ পণ, সুতরাং ১৪৩ কাক) = ৮ গণ্ডা ১৫ কাক ডাইনে লিখ। অবশেষে ১৩ ছ × ৭ ছ = ৯১ বর্গ ছটাক = ৯১ কাক কালি (৯১ পণ ৫ কাহন ১১ পণ সুতরাং) ৯১ কাক = ৫ গণ্ডা ১১ কাক একবারে বামে লিখ। ডানি দেকের গুণফল গুলি যোগ করায় ৵৩। হইল, যাহার ২ পণে ২ কাঠ ৩ গণ্ডায় ৪৮ গণ্ডা ৵০ পণ ৮ গণ্ডা, ১ কড়ার ১ × ৪ = ৪ গণ্ডা ধরিলে ২ কাঠা আধ পোয়া ১২ গণ্ডা হয়, যাহাকে বামের গুণফল সমূহে যোগ কর।

উক্ত প্রক্রিয়া এরূপে আরও সংক্ষেপ করা যায়।

১১॥ ১।৶০	প্রথমে ২ বিঘা × ৭ ছ = ১৪ ছ, ১৪ ছ নামে হাতে
২ /৩.৸৶০	শূন্য ; পরে ২ বি × ১১
২৩ /২ ৸৵০	কা = ২২ কা, ১ বি ২ কা,
২ /১ ৸৶০	২ কাঠা নামে, হাতে ১
৫॥৶০	বি ; ২ বি × ১১ বি =
/২ ৵১২	২২ বি আর ১ বি = ২৩
২৫। ১ ৸৶১৭॥৶০	বি। তৎপরে ঐরূপে ১১
	বি × ১৩ ছ, এবং ১১ বি

× ৩ কাঠা গুণ করিলে বি ২/১৮৶০ হয়। (১১ বি × ১ বি আর ধরা হইবে না, কারণ একবার ধরা হইয়াছে)। অবশিষ্ট প্রক্রিয়া পূর্ব্বের মত তাহা দৃষ্ট হইতেছে।

যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্যে ১১ বিঘা ও প্রস্থে ২ বিঘা তাহার কালি ২২ বর্গ বিঘা; যাহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা কিন্তু প্রস্থ ২ কাঠা তাহার কালি বর্গ বিঘা না হইয়া ২২ কাঠা হইবে। ইহার যুক্তি ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলেই প্রতীত হইবে। ক খ গ ঘ একটী আয়ত ক্ষেত্র, ইহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা, প্রস্থ ২ কাঠা। ইহার দৈর্ঘ্যকে ১১ ভাগ কর, তাহা হইলে প্রত্যেক খণ্ড দৈর্ঘ্যে ১ বিঘা ও প্রস্থে ২ কাঠা হইবে। এইরূপে ১ বিঘার রৈখিক পরিমাণ ৮০ হাঁত ও দুই কাঠার রৈখিক পরিমাণ ৪ হাত করিয়া ৮ হাত; অনন্তর প্রতি খণ্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিমাণ গুণ করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, প্রত্যেকের কালি ২ কাঠা করিয়া সমুদায় ক্ষেত্রের কালি ২২ কাঠা হইবে; যথা ৮০×৮=৬৪০=২ বর্গ কাঠা, যেহেতু ৩২০ বর্গ হাতে এক কাঠা হয়। এক খণ্ডে দুই কাঠা হইলে ১১ খণ্ডে কাজে কাজেই ২২ কাঠা হইবে। এরূপে যে সমচতুষ্কোণের দৈর্ঘ্য ৬ বিঘা এবং প্রস্থ ৫ ছটাক তন্মধ্যে ৬×৫ = ৩০ টী বর্গ ছটাক হইবে, সুতরাং তাহার কালি ৩০ ছটাক ইত্যাদি। এই নিমিত্ত "কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লিজ্যে, কাঠায় কুড়োবায়, কাঠা লীজ্যে" অর্থাৎ বিঘায় বিঘায় বিঘা, বিঘায় কাঠায় কাঠা ইত্যাদি ধরিতে হয়।

অপর যেহেতু ২০ গণ্ডায় ১ পণ, এবং ২০ ধুলে অর্থাৎ

২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি, এই নিমিত্ত যত বর্গ কাঠা হয় শুভঙ্কর ব্যবসায়ীরা লঘূকরণ সহজ হইবে বলিয়া তত গণ্ডা ধরিয়া পণে পরিবর্ত্তিত করেন, পরে যত পণ হয় তত কাঠা কালি ধরেণ। যথা ৪ কাঠা × ১০ কাঠা কত কালি? ৪ × ১০ = ৪০ বর্গ কাঠা (বা ধূল) ৪০ গণ্ডায় ২ পণ, সুতরাং ২ কাঠা উত্তর। এই নিমিত্ত "কাঠায় কাঠায় ধূল পরিমাণ, বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ" অথবা "কাঠায় কাঠায় যত তত গণ্ডা" এবং তত গণ্ডার "পণ প্রতি কাঠা" ধরিতে হয়। অপর যেহেতু ২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি অতএব ৫ বর্গ কাঠায় ১ পোয়া কালি, এই নিমিত্ত উল্লিখিত রূপ ৫ গণ্ডায় ১ পোয়া, বা "বুড়ি প্রতি পোয়া" ধরিতে হয়। ১ বর্গ কাঠায় ১৬ বর্গ হাত = ১৬ গণ্ডা কালি, এই নিমিত্ত "গণ্ডাপ্রতি ১৬ গণ্ডা" (বা গণ্ডা প্রতি ১৬ তিল) হয়।

পূর্ব্ববৎ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে ৫ কাঠা × ৪ পোয়া = ২০ বর্গ পোয়া, ৩ কাঠা × ৭ ছ = ২১ বর্গ ছটাক, ইত্যাদি, এখন যে কারণে এক এক বর্গ কাঠাকে এক এক গণ্ডা ধরা যায় সেই কারণেই এক এক বর্গ পোয়াকে এক এক কড়া ধরিতে হয়, কেননা ৪ বর্গ পোয়ায় ১ বর্গ কাঠা হয় এবং ৪ কড়ায় ১ গণ্ডা হয়; এবং ঐ হিসাবে এক এক বর্গ ছটাকে এক এক কাক ধরিতে হয়, কেন না ৪ কাকে ১ কড়া, এবং ৪ টী বর্গ ছটাকেও ১ টী বর্গ পোয়া হয়, এই নিমিত্ত "কাঠায় পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক" ইত্যাদি।

অপর যে হেতু ১ বর্গ পোয়া = ৪ বর্গ হাত = ৪ গণ্ডা কালি, এবং যত বর্গ পোয়া হয় তত কড়া ধরাযায়, এই নিমিত্ত "কড়া প্রতি ৪ গণ্ডা" ধরিতে হয়, এবং ঐ হিসাবে "কাক প্রতি গণ্ডা" ধরিতে হয় ইত্যাদি।

ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখ যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্যে ৮ বিঘা ৬ কাঠা ৭ ছটাক, এবং প্রস্থে ৪ বিঘা তাহার মধ্যে এই রূপ তিনটী সমচতুষ্কোণ হয়;—একটীর কালি ৪ বিঘা × ৮ বিঘা, আর একটীর কালি ৪ বি × ৬ কা, আর একটীর কালি ৪ বি × ৭ ছ। যদি প্রথমোক্ত সমচতুষ্কোণের প্রস্থ আর ৩ কাঠা বৃদ্ধি করা যায়, তাহা হইলে দৃষ্ট হইবে যে সমুদায় বর্দ্ধিত সমচতুষ্কোণের মধ্যে ঐ তিনটী সমচতুষ্কোণ হইয়া আরও এই রূপ তিনটী সমচতুষ্কোণ হয়; একটীর কালি ৩ কা × ৮ বি, আর একটীর কালি ৩ কা × ৬ কাঠা আর একটীর কালি ৩ কা × ৭ ছ। অতএব বর্দ্ধিত সমচতুষ্কোণ ঐ ছয়টী সমচতুষ্কোণের সমষ্টি। কিনিমিত্ত গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিদ্বারা গুণ্যের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিকে গুণ করিতে হয় তাহার যুক্তি এখন স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে। ঐরূপ গুণ করিলে বস্তুতঃ কোন প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণকে কতকগুলি সমচতুষ্কোণে বিভাগ পূর্ব্বক প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পৃথক পৃথক করিয়া নির্ণয় করা হয়; পরে সেই ফলগুলির সমষ্টি লইলেই প্রস্তাবিত ক্ষেত্রের কালি লব্ধ হয়।

৬। যে জমির দৈর্ঘ্য ৫ হাত ২ অঙ্গুলি, বিস্তার ৪ হাত ৪ অঙ্গুলি, তাহার পরিমাণ কত বর্গ হস্ত ?

৫ হাত, ২ অঙ্গুলি = ১২২ অঙ্গুলি,

৪ ঐ ৪ ঐ = ১০০ ঐ

সুতরাং, জমির পরিমাণ = ১২২ × ১০০ = ১২২০০ বর্গ অঙ্গুলি = $\frac{১২২০০}{৫৭৬}$ * বর্গহস্ত = ২১ $\frac{১০৪}{৫৭৬}$ বর্গহস্ত = ২১ $\frac{১৩}{৭২}$ বর্গহস্ত।

এই প্রশ্নটীর আর এক প্রকারে সমাধান করা যাইতে পারে। যথা,

হঃ—অঃ

৫ — ২

৪ — ৪

---

২০ — ৮

২০ $\frac{৮}{২৪}$

---

২১ — ৪ $\frac{১}{৩}$

---

* সমচতুষ্কোণ ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করা যেমন, কাপড় ইত্যাদি অন্য অন্য সমচতুষ্কোণ সামগ্রীর পরিমাণ স্থির করাও সেই রূপ। এত হাত এত অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এত হাত এত অঙ্গুলি বিস্তার এরূপ লিখিত থাকিলে অথবা উক্ত হইলে, প্রথমতঃ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়কেই এক পরিমাণে আনিতে হয় অর্থাৎ অঙ্গুলে পরিবর্ত্তিত করিতে হয়; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণ করিলেই বর্গাঙ্গুলি ফল স্থির হয়। ঐ ফলকে, ২৪×২৪ = ৫৭৬ দিয়া ভাগ করিলেই কত বর্গহস্ত তাহা স্থির হয়।

৭। একটী ঘরের মেজে ১৫ ফুট ১০ ইঞ্চ লম্বা ও ৮ ফুট ৪ ইঞ্চ প্রস্থ ; ঐ ঘরের মেজে কত ফুট কালি ?

ফুঃ ইঃ
১৫ — ১০
৮ — ৪
১২০ — ০
৬ — ৮
৫ — ৩ ⅓
১৩১ — ১১ ⅓

সপকালি করিবার সময় ১৩ হাত লম্বা ও ১ হাত প্রস্থ হইলে ১ হাত ধরে।

"দীর্ঘে সপ যত হাত, প্রস্থ দিয়া পুর তাত ॥
তেরোদিয়া হরে আন, সপকালি তবে জান" ॥

৮। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গহস্ত, তাহার বাহুর পরিমাণ কত ?

এখানে, বর্গক্ষেত্রের বাহু $= \sqrt{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{বিস্তার}}$,
অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের বাহু $= \sqrt{৫০০} =$ ২২.৩৬০৭ ফুট
প্রায় ২২ ফুট ৪ ⅓ ইঞ্চ।

৯। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একর তাহার বাহুর পরিমাণ কত ? উঃ। প্রায় ৬৯,৬ গজ।

১০। বর্গক্ষেত্রের পার্শ্ব সকল কত পরিমাণের হইলে, তাহার ক্ষেত্রফল, ২।২ দীর্ঘ ও ১৬৩ বিস্তৃত সমআয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে ? উঃ। ১৬৯.০৪৪ হাত।

১১। এক ব্যক্তির ২৫০ হাত দীর্ঘ ৭২ হাত বিস্তৃত এক খণ্ড ভূমি ছিল, সে ৩০০ হাত দীর্ঘ এক খণ্ড সমান দরের ভূমির সহিত ঐ ভূমি বিনিময় করিল, তাহার নূতন ভূমির বিস্তার কত? উঃ। ৬০ হাত।

১২। যে উঠানের দৈর্ঘ্য ২৩ ফুট ও বিস্তার ১৪½ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৩৭১/১৮ বর্গ গজ।

১৩। সকোণসূচীর ভূমি সমচতুরস্র হইলে যদি তাহার পার্শ্বের পরিমাণ ৬৯৩ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ সকোণসূচী যে ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে তাহা ক্ষেত্রফল কত একর? উঃ। ১১ একার ৪ পোল

১৪। যে দীর্ঘিকা ৬¼ একর ভূমি ব্যাপ্ত তাহার এক দিকের পরিমাণ কত? উঃ। ১৭৩.৯২ গজ

১৫। যদি কোন মেজেতে প্রস্তর বসাইবার খরচ প্রত্যেক বর্গ গজে ৪ সিলিং ১০ পেন্স পড়ে, তাহা হইলে যে ঘরের দৈর্ঘ্য ৪২ ফুট এবং প্রস্থ ২৩ ফুট ১০½ ইঞ্চ তাহাতে প্রস্তর বসাইতে কত ব্যয় হইবেক?

উঃ। ২৬ পাউণ্ড ১৮ সিলিং ৬¾ পেন্স

* ১৬। যে আয়ত ক্ষেত্রের পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রম ৩০০ হাত ও ২৭ হাত; তাহার সমান বর্গ ক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ কত? উঃ। ৯০ হাত।

১৭। ৩০২৫ হাত বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব কত?

উঃ। ৫৫ হাত।

১৮। একটী চতুরস্র প্রাঙ্গনের পরিসর যদি ২৬ গজ ৫ ইঞ্চ হয়, এবং উহার ক্ষেত্রফল ৬৮৩ বর্গ গজ ২ ফুট ২৫

ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে প্রাঙ্গনটী যে সমচতুরস্রাকার তাহা প্রমাণ কর? উঃ। উহার দৈর্ঘ্য ২৬ গ. ৫ ই.।

১৯। এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ২৪ হাত ও প্রস্থ ২/৫ হাত; অপর এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ৮ হাত, এখন ইহার প্রস্থ কত হাত হইলে পূর্ব্বোক্ত গালিচার সমান হইবে।

উঃ। ১ ১/৫ হাত।

২০। একটী কুঠরির পরিমাণ ২৬ ফুট × ৩৫ ফুট; ২ ফুট ৪ ইঞ্চ. চৌড়া বহরের গালিচা কত গজ হইলে তাহাকে ঢাকিতে পারা যাইবে? উঃ। ১৩০ গজ।

২১। একটী সমচতুরস্র ঘরের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৯ ইঞ্চ, যে মাদুর ২ ফুট ৩ ইঞ্চ চৌড়া তাহার কত গজ হইলে উহা আচ্ছাদিত হইবে? উঃ। ৫২ গজ ৩ ইঞ্চ।

২২। যদি উক্ত ঘর ১৩ফুঃ ৪ইঃ উচ্চ হয়, আর উহার দেওয়াল কাগজে মুড়িতে হয়, তাহা হইলে যে কাগজ ১ফুঃ ৪ ইঃ চৌড়া তাহার কত গজ আবশ্যক হইবে? উঃ। ২৫০গজ।

২৩। যদি দরওয়াজা প্রস্তুত করিবার মজুরি প্রতি বর্গ ফুটে ২ সিলিং ৩ পেন্‌স করিয়া পড়ে, তবে যে দ্বার ৭ ফুট ৩ ইঞ্চ লম্বা ও ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ চৌড়া তাহার মজুরি কত হইবে? আর ঐ দরওয়াজার গননের কালি কত?

উঃ। { মজুরি ২ পাউণ্ড ১৭ সিলিং ১ পেন্‌স।
কালি ২৫ ৩/৮ বর্গ ফুট। }

২৪। যে সমচতুষ্কোণ ভূমির কালি এক বিঘা ১৬ কাঠা ১৩ ছটাক এবং প্রস্থ ৯ কাঠা ৮ ছটাক; তাহার দৈর্ঘ্য কত? ৩ গণ্ডা ২ কড়া কালিকে বর্গ ফুট কর।

উঃ। ৩ বিঘা ১৭ কাঠা ৮ ছটাক। ৭ বর্গ ফুট ১২৬ ইঞ্চ।

২৫। ৩ বিঘা ১২ কাঠা দীর্ঘ এমন এক সমচতুষ্কোণ ভূমির মধ্যস্থলে একটী সমচতুরস্র পুষ্করিণী আছে এবং ঐ পুষ্করিণীর প্রত্যেক পাড়ে যে জমি আছে তাহার প্রস্থ ।২ ৷৴০ সাত কাঠা তিন পুয়া; ঐ পুষ্করিণীর জলকর কত এবং পাড় কত। উঃ। ৭ ৷৴৪ ॥৴১৬; ৪ ৷৴৪ ॥৴ ৮

২৬। "চারি হাত বর্গ" ও "৪ বর্গ হাত" ইহাদের অন্তর কত? উঃ। ১২ বর্গ হস্ত।

২৭। এক খণ্ড আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৩৭৫ লিঙ্ক প্রস্থ ৯ লিঙ্ক, উহাতে কত একর ভূমি আছে?

উঃ। ১ একর ১ রুড ৯ পোল।

২৮। যদি প্রতি বর্গ ফুটের মূল্য ৩ সিলিং ৬ পেন্স হয়, তবে যে ভূমির দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট ৩ ইঞ্চ ও বিস্তার ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ তাহার দাম কত? উঃ। ৩১ পাঃ ১৬ সিঃ ৬$\frac{3}{4}$পেঃ।

বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণ ব্যক্ত থাকিলে তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। কর্ণপরিমাণকে বর্গ করিয়া তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

যদি কোন বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের দুইটী কর্ণ নির্দ্দিষ্ট থাকে তাহা হইলে ঐ বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের ক্ষেত্রফল এই রূপে নির্ণীত হইবে।

নিয়ম। কর্ণ দ্বয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

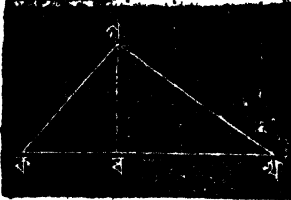
---

২ য় সম্পাদ্য।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, উহার যে দিক হয় এক দিক মাপ কর এবং ঐ দিকের সম্মুখীন কোণ হইতে উহার উপর একটী লম্ব টানিয়া তাহার পরিমাণ স্থির কর; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণ-ফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ হইলে ভুজ পরিমাণকে কোটি পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয় তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। যথা ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজের (১৮১ পৃষ্ঠার প্রতিকৃত দেখ) খ গ কোটি দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ না হইয়া অন্য কোন আকারের হইলে লম্বাধার ভুজের পরিমাণকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয় তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। যথা, ক খ গ সূক্ষ্মকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের লম্ব গ ঘ দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ লইলে কালি হয়।

২য় নিময়। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটী দিকের পরিমাণ জানা থাকিলেও ক্ষেত্রফল স্থির হইতে পারে। তিনদিকের পরিমাণ একত্রে যোগ করিয়া তাহার অর্দ্ধেক যাহা হইবে, তাহা স্বতন্ত্র করিয়া রাখ। তাহার পরে, ঐ অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিলে যে তিনটী রাশি হইবে, সেই রাশিত্রয় ও ঐ অর্দ্ধেককে

পরস্পর ধারাবাহিক গুণ করিয়া গুণফলের বর্গমূল স্থির কর। ঐ বর্গমূল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহর ১। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৪২ ফুট এবং লম্ব গ ঘ ৩৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

প্রথম নিয়মানুসারে ৪২ × ৩৩ ÷ ২ = ৬৯৩, এবং ৬৯৩ ÷ ৯ = ৭৭ বর্গগজ।

২। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ যথাক্রমে ১৩, ১৪ এবং ১৫ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে

গ, ক, ঘ, খ

```
  ১৩                                   ২১
  ১৪                                    ৬
  ১৫                                  ----
 ----                                 ১২৬
২) ৪২        ৭০৫৬ (৮৪ বর্গফুট          ৭
  ----       ৬৪                       ----
   ২১       ----                      ৮৮২
       ১৬৪ ) ৬৫৬                        ৮
             ৬৫৬                      ----
                                      ৭০৫৬
```

ভুজ পরিমাণের সমষ্টির অর্দ্ধেক ২১ ২১ ২১
১৩ ১৪ ১৫

অবশিষ্ট ৮ ৭ ৬

অতএব, ক্ষেত্রফল = ৮৪ বর্গ ফুট ÷ ৯ = ৯⅓ বর্গগজ।

৩। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ, ৩০, ৪০ ও ৫০ হস্ত; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এই উদাহরণে, ভুজ পরিমাণের সমষ্টির অর্দ্ধেক = $\frac{৩০+৪০+৫০}{২}$ = ৬০ হস্ত;

৬০—৩০=৩০ ; ৬০—৪০=২০ ; ৬০—৫০=১০ ;

অতএব, ক্ষেত্রফল= $\sqrt{৬০ \times ৩০ \times ২০ \times ১০}$ বর্গহস্ত= $\sqrt{৩৬০০০০}$ বর্গহস্ত = ৬০০ বর্গহস্ত।

৪। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ৪০ ফুট, এবং কোটিপরিমাণ ৩০ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ৬৬⅔ বর্গ গজ।

৫। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ২০, ৩০ এবং ৪০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ৩২.২৭ বর্গ গজ।

৬। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের এক ভুজ ২৫৪ ও শীর্ষ কোণ হইতে তদুপরি লম্বপরিমাণ ১১০, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর? উঃ। বিঘা ১৫১৬৵০।

৭। ৩২, ৪৮, ৬৪ হাত পরিমিত তিন ভুজ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা, ১৫০ হাত দীর্ঘ ও ৪৫ হাত বিস্তৃত আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুরু বা লঘু?

উঃ। ৬০০৩.৪ ইঞ্চ বর্গহস্ত গুরু।

৮। যে সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ১০২½ ফুট, ও ভূমিপরিমাণ ১০০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১২৫ বর্গ গজ।

৯। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ১২১গজ এবং কালি ১ একর তাহার কোটিপরিমাণ কত? উঃ। ৮০ গজ।

১০। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৯৪৫ লিঙ্ক, এবং লম্ব গ ঘ ৪৮০ লিঙ্ক, উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২ একর ১ রুড ২ পোল।

১১। যদি এক একর ভূমির দাম ৩৭০ পাউণ্ড হয়, তাহা হইলে যে ত্রিকোণাকার ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১৪৬.৫, ১১৯.৫, এবং ৯২.৫ গজ তাহার মূল্য কত?

উঃ। ৪২১পাঃ ১৩শিঃ ১০পেঃ।

১২। যে বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৮ বর্গ ফুট।

১৩। যে আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ, ১০ ফুট এবং একটী বাহুর পরিমাণ ৮ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৪৮ বর্গ ফুট।

৩য় সম্পাদ্য।

ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের কালি করিবার নিয়ম।

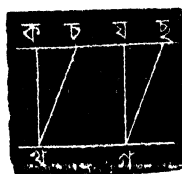
নিয়ম। ট্রাপিজৈডের যে দুই বাহু সমান্তরাল সেই বাহুদ্বয়ের সমষ্টিকে তাহাদিগের অন্তর্গত লম্ব রেখার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যাহা হয়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

সমান্তরাল ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীর প্রান্ত হইতে অপরটীর উপর লম্বপাত করিয়া সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধেককে লম্বদ্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ ১। ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈড্; খ গ ও ক ঘ দুইটী সমান্তরাল ভুজ পরস্পর ৭.৫ এবং ১২.২৫ ফুট, আর খ গ ও ক ঘ রেখাদ্বয়ের অন্তর গ ঘ ১৫.৪ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

১২.২৫
৭.৫

১৯.৭৫
১৫.৪

৭৯০০
৯৮৭৫
১৯৭৫

ক্ষেত্রফল =

২) ৩০৪.১৫০ (১৫২.০৭৫ বর্গ ফুট।

২। যে ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ক্রমশঃ ২১ ফুট ৩ ইঞ্চ ও ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চ আর উহাদের অন্তর ৮ ফুট ৫ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্র ফল কত ?

উঃ। ১৬৭ বর্গ ফুট, ৩´ ৪´´ ৬´´।

৩। ক খ গ ছ ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রে খ গ ও ক ছ দুইটী সমান্তরাল ভুজ যথাক্রমে ৪.৬ চেইন ও ৩ চেইন এবং গ ঘ ৬.০৩৭ চেইন ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

উঃ। ২ একার ১ রূড ০ পোল্।

৪। যে ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৮০ এবং ৬০ লিঙ্ক এবং অন্তর ৮৪০ লিঙ্ক তাহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ২ রূড ১৪ পোল।

৪র্থ সম্পাদ্য।

ট্রাপিজিয়ম অর্থাৎ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কালি।

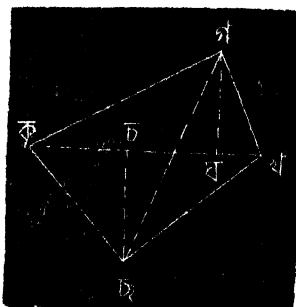
প্রথমতঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রকে কর্ণ রেখা দ্বারা ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভাগ করিয়া, ঐ ত্রিভুজ ক্ষেত্রদিগের ক্ষেত্রফল, পূর্ব্বলিখিত দুই নিয়মের যে কোন নিয়মের দ্বারা

স্থির করিয়া সমষ্টি করিলেই, ঐ ক্ষেত্রের বা ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

কিম্বা, কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটী সম্মুখীন কোণ হইতে দুইটী লম্ব টানিয়া, ঐ দুই লম্বের সমষ্টিকে কর্ণ রেখা দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

দ্বিতীয়তঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের সম্মুখীন দুইটী কোণ যদি পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ হয় অর্থাৎ উভয়ের যোগে যদি দুই সমকোণ তুল্য হয়, তাহা হইলে উহার চারিটী বাহুর পরিমাণ যোগ করিয়া তার অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিয়া যে চারিটী রাশি হইবেক, তাহাদের ধারাবাহিক গুণফলের বর্গ মূল স্থির কর। ঐ বর্গ মূল ট্রাপিজিয়মের ক্ষেত্রফল হইবেক।

উদাহরণ ১। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণরেখা ক খ ৪২ হস্ত এবং গঘ ও চ ছ দুইটী লম্ব যথাক্রমে ১৮ ও ১৬ হস্ত। উহার ক্ষেত্রফল কত।

১৮
১৬
———
৩৪ সমষ্টি
৪২
———
৬৮
১৩৬
——— ক্ষেত্রফল =
২ (১৪২৮ (৭১৪ বর্গহস্ত।

উদাহরণ ২। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক গ, গ খ, খ ছ ও ছ ক যথাক্রমে ১৫, ১৩, ১৪ এবং ১২ হাত, এবং কর্ণরেখা ক খ ১৬ হাত। উহার ক্ষেত্র-ফল কত?

ক খ ১৬	ক খ ১৬
ক গ ১৫	খ ছ ১৪
গ খ ১৩	ছ ক ১২
২) ৪৪ সমষ্টি	২) ৪২ সমষ্টি
২২ ২২ ২২ অর্দ্ধেক	২১ ২১ ২১ অর্দ্ধেক
১৬ ১৫ ১৩	১৬ ১৪ ১২
৬ ৭ ৯	৫ ৭ ৯
৭	৭
৪২	৩৫
৯	৯
৩৭৮	৩১৫
২২	২১
৭৫৬	৩১৫
৭৫৬	৬৩০

$\sqrt{}$ ৮৩১৬=৯১·১৯২১। $\sqrt{}$ ৬৬১৫ = ৮১·৩৩২৬

ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৯১·১৯২১

ক ছ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮১·৩৩২৬

অতএব, ক গ খ ছ বিষম

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = ১৭২·৫২৪৭ বর্গহস্ত।

৩। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটী বাহু যথাক্রমে ২৪, ২৬, ২৮ ও ৩০ হস্ত এবং সম্মুখীন দুইটী কোণ পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মানুসারে ৭২৩.৯৮৯ হস্ত।

৪। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের দক্ষিণ দিকের পরিমাণ ২৭.৪০ চেইন, পূর্ব্ব দিকের পরিমাণ ৩৫.৭৫ চেন, উত্তর দিকের পরিমাণ ৩৭.৫৫ চেইন, পশ্চিম দিকের পরিমাণ ৪১.০৫ চেইন, এবং দক্ষিণ-পশ্চিম কোণ হইতে উত্তর-পূর্ব্ব কোণ পর্য্যন্ত অঙ্কিত কর্ণ রেখার পরিমাণ ৪৮.৩৫ চেইন, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর?

উঃ। ১২৩ একর ১১.৮৬৫৬ পোল।

৫। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১০৮$\frac{১}{২}$ ফুট, এবং কর্ণের উপর পতিত দুইটী লম্বের পরিমাণ ৬৫$\frac{১}{৪}$ ও ৬০$\frac{৩}{৪}$ ফুট, তাহার ক্ষেত্র ফল কত?

উঃ। ৭৫৯$\frac{১}{২}$ বর্গ গজ।

৬। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটী ভুজ-পরিমাণ ১২, ১৩, ১৪ ও ১৫ হস্ত এবং সম্মুখীন কোণ-দ্বয় পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ। উহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৮০.৯৯৭ হস্ত।

৭। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক গ-র পরিমাণ = ৩১৪ ফুট, গ খ-র পরিমাণ = ২৩২ ফুট, খ ছ-র পরিমাণ ২২৮$\frac{১}{২}$ ফুট, ছ ক-র পরিমাণ = ২৬৬$\frac{১}{২}$ ফুট এবং ক খ কর্ণের পরিমাণ = ৪১৭$\frac{১}{২}$ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৭০৭২$\frac{৫}{৬}$ বর্গ গজ।

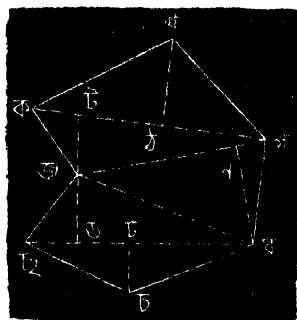
৮। ক গ খ ছ ট্রপিজিয়ম ক্ষেত্রের কর্ণ ক খ = ২০ গজ, এবং ছ চ ও গ ঘ লম্ব দুইটী যথাক্রমে ৪.২ গজ ও ৩.৮ গজ; এইক্ষণে ঐ ক্ষেত্রটীতে পাথর বসাইতে হইলে কত বর্গ গজ পাথর লাগিবে? উঃ। ৮০ বর্গ গজ।

৫ম সম্পাদ্য।

বিষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ চতুর্ভুজাদি ক্ষেত্রে বিভক্ত করিয়া তত্তৎ ক্ষেত্রের ফলজ্ঞাপক সূত্র দ্বারা প্রত্যেকের ফল নির্ণয় পূর্ব্বক সমষ্টি করিলে কালি হইবে।

উদাহরণ ১ম। ক খ গ ঘ চ ছ জ বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের নিম্ন লিখিত কর্ণ ও লম্বের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল কত?

ক গ = ৫.৫
ছ ঘ = ৫.২
জ গ = ৪.৪
জ ট = ১.৩
খ ঠ = ১.৮
জ ড = ১.২
চ ঢ = ০.৮
ঘ ণ = ২.৩

১ মতঃ,	২ য়তঃ,	৩ য়তঃ,
কখগজ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।	জঘচছ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।	জগঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমাধান কর।
১.৩	১.২	৪.৪
১.৮	০.৮	২.৩
৩.১	২.০	১৩২
৫.৫	৫.২	৮৮
১.৫৫	১০.৪	১০.১২
১৫.৫		

১৭.০৫ = ২ কখগজ ক্ষেত্রের কালি

১০.৪০ = ২ জঘচছ ঐ

১০.১২ = ২ গজঘ ত্রিভুজের কালি

২) ৩৭.৫৭ = ২ কখগঘছজক বিষম বহুভুজের কালি

১৮.৭৮৫ = কখগঘচছজ বিষম বহুভুজের কালি।

২। কখগঘজ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের যদি কগ কর্ণের পরিমাণ ৪০ হাত এবং উহার উপর পতিত খঠ ও জট দুইটী লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৮ ও ৯ হাত, আর জগ কর্ণ ও তদুপরি পতিত ঘম লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৩৮ ও ৬ হাত হয়; তাহা হইলে ঐ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের কালি কর? উঃ। ৪৫৪ হাত।

৩। কোন একটী বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের প্রথম ভুজের পরিমাণ ৪০ হাত, দ্বিতীয় ভুজ ১৩০ হাত, তৃতীয় ভুজ ৬০ হাত, চতুর্থ ভুজ ৭০ হাত, ও পঞ্চম ভুজ ৮০ হাত, এবং তাহার প্রথম ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ হইতে, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১৫০ হাত ; ও শেষোক্ত কোণ হইতে চতুর্থ ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১২০ হাত। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত স্থির কর। উঃ। ৭৬৬২.১ বর্গহস্ত।

৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

সমবাহুক এবং সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। বহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদায় দিকের পরিমাণ একত্রে যোগ করিয়া সেই যোগফলকে বহুভুজের কেন্দ্র হইতে তাহার কোন বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণের অর্দ্ধেকের দ্বারা গুণ কর, ঐ গুণফল সমবাহুক ও ও সমকোণিক বহুভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ২য় ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের নিম্নে বৃত্তান্তর্গত বহুভুজের ক্ষেত্রফলের যে তালিকা দেওয়া গিয়াছে, সেই তালিকা হইতে উল্লিখিত ক্ষেত্রফল লইয়া সমকোণিক ও সমবাহুক ক্ষেত্রের বাহুপরিমাণ দ্বারা তাহাকে গুণ কর, এই গুণফল সমকোণিক ও সমবাহুক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

সূত্র। যদি ব অক্ষর দ্বারা বহুভুজের এক বাহু, যথা ছ ঝ, নির্দ্দেশ করা যায়, বহুভুজের কেন্দ্র ম হইতে ছ ঝ বাহুতে পতিত ম ক লম্ব ল অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, স অক্ষর দ্বারা বহুভুজের বাহু সংখ্যা নির্দ্দেশ করা যায়, এবং অ অক্ষর দ্বারা বহুভুজ যত সংখ্যক হইবেক সেই সংখ্যার (২ ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের তালিকায় লিখিত) ক্ষেত্রফল ব্যক্ত করা যায়; তাহা হইলে,

ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ স$\times$ল$\times$ব, এবং ক্ষেত্রফল $=$ অ$\times$ব^{২}।

$$\text{আর ব} = \sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{অ}}} = \frac{\text{২ ক্ষেত্রফল}}{\text{স}\times\text{ল}}, \quad \text{এবং}$$

$$\text{ল} = \frac{\text{২ ক্ষেত্রফল}}{\text{স}\times\text{ব}}$$

বহুভুজের ক্ষেত্রফল, তাহার পরিমিতির আয়ত অথবা বাহু সকলের সমষ্টি ও বহুভুজের ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কর্কটের অর্দ্ধেকের গুণফল তুল্য।

ম ক যদি অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ হয়, তাহা হইলে ম ছ ঝ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=$ ছ ঝ $\times \frac{১}{২}$ ম ক।

এইক্ষণে বহুভুজ ক্ষেত্রের ম বিন্দু হইতে তাহার প্রত্যেক কোণে রেখা টানিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক্ষেত্রে যত বাহু আছে ততগুলি ত্রিভুজ ও তাহারা প্রত্যেকে ম ছ ঝ ত্রিভুজের সদৃশ হইবে; অতএব বহুভুজের ক্ষেত্রফল $=$ বাহুসংখ্যা $\times$ ছ ঝ $\times \frac{১}{২}$ ম ক; কিম্বা বাহুসংখ্যা ছ ঝ $=$ পরিমিতি।

$\therefore$ বহুভুজের ক্ষেত্রফল $=$ পরিমিতি $\times \frac{১}{২}$ ম ক।

উদাহরণ ১। যে সমবাহুক ও সমকোণিক পঞ্চভুজের

ছ ঝ বাহুর পরিমাণ ২৫ ফুট ও তদুপরিস্থ ম ক লম্বের পরিমাণ ১৭.২০৫, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১ম নিয়মানুসারে।

১৭.২০৫

২৫ × ৫ = ১২৫ = সমুদায় বাহুর সমষ্টি

৮৬০২৫
৩৪৪১০
১৭২০৫

২) ২১৫০.৬২৫

ক্ষেত্রফল = ১০৭৫.৩১২৫ বর্গ ফুট।

২য় নিয়মানুসারে।

তালিকা অনুসারে পঞ্চ ভুজের

ক্ষেত্রফল = ১.৭২০৫

৬২৫ = ২৫²

৮৬০২৫
৩৪৪১০
১০৩২৩০

ক্ষেত্রফল = ১০৭৫.৩১২৫ বর্গ ফুট।

২। যে ষড়্ভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১০৩৯.২৪ বর্গ ফুট।

৩। যে সমবাহুক ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭৩.২০ বর্গ ফুট।

৪। এক সমবাহুক অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৯৩১.৩৬ বর্গ ফুট।

৫। যে অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ৪.৯৭০৫ ও তদুপরি পতিত লম্বের পরিমাণ ৬, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১১৯.২৯২।

৬। যে অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চ ও তদুপরি পতিত লম্বের পরিমাণ ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১০২.৫ বর্গ ফুট।

৭। যে সমত্রিভুজের ভুজ এবং কোটি ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। ২ হাত।

৮। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ ৩০ হাত তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত? উঃ। ৬ হাত।

৯। যে তুল্যকোণিক ও সমবাহুক দশভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩০৭৭.৬৮ বর্গ ফুট

১০। যে সমবাহুক ও তুল্যকোণিক দশভুজের ক্ষেত্রফল ১৬ বর্গ ফুট তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

তৃতীয় সূত্রানুসারে, বাহু বা ব $= \sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{অ}}}$, অর্থাৎ,

$\sqrt{\frac{১৬}{৭.৬৯৪২}} = ১.৪৪২$ ফুট $=$ ১ ফুট ৫.৩ ইঞ্চ।

১১। ফি ফুট বেড়া দিতে ফুট করা ৪ সিলিং ৮ পেন্স

খরচে যে সমবাহুক অষ্টভুজাকৃতি বাগানের বেড়া দিতে ৮৪০ পাউণ্ড পড়িয়াছে, তাহার অন্তর্গত ভূমিতে কঙ্কর দিতে কত ব্যয় হইবে, যদি খোয়া দিবার খরচ প্রতি বর্গ গজ পিছু ১০½ পেন্স হয়।

উঃ। ৩৭৫২ পাউণ্ড ১৭ সিলিং ১½ পেন্স।

৭। সম্পাদ্য।

বৃত্তক্ষেত্রের কালি।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস বা ব্যাসার্দ্ধ জানা আছে; উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসকে বর্গ করিয়া তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফলের চতুর্থাংশ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মান্তর। ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে উহা বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে। যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে, ঐ বর্গকে ২২ দিয়া গুণ করিয়া ৭ দিয়া ভাগ করিলে কালিস্থির হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি পরিজ্ঞাত আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

২য় নিয়ম। পরিধির বর্গকে .০৭৯৫৮ দিয়া গুণ করিলে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে। কিম্বা পরিধিকে বর্গ করিয়া তাহার চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মান্তর। পরিধি যত হইবেক, তাহার অর্দ্ধেকের বর্গ করিয়া, তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে। যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে, ঐ বর্গকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া ২২ দিয়া ভাগ করিলেই পর্য্যাপ্ত হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ও ব্যাস জানা আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

৩য় নিয়ম। পরিধিকে ব্যাস দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের চতুর্থাংশ লও; উহা বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি অ ও প অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর। আর ব্যাসের ৩.১৪১৬ গুণ পরিধি ত অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর, তাহা হইলে এই সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। যথা—

$$\text{ফ বা ক্ষেত্রফল} = \text{ত} \times \text{অ}^২, \text{ এবং } \text{অ} = \sqrt{\frac{\text{ফ}}{\text{ত}}}$$

$$\text{আর ফ} = \frac{\text{প}^২}{৪ \times \text{ত}} = \tfrac{১}{২}\,\text{অ} \times \text{প}, \text{ এবং } \text{প} = \sqrt{৪\ \text{ফ} \times \text{ত}},$$

উদাহরণ ১ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১ম নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল $= ৩.১৪১৬ \times ৫^২ = ৩.১৪১৬ \times ২৫ = ৭৮.৫৪$ বর্গ ফুট।

২য়। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১৩২ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

সূক্ষ্মগণনা করিতে হইলে, ২য় নিয়মানুসারে,

ক্ষেত্রফল $\left\{\frac{১৩২}{২}\right\}^২ \div ৩.১৪১৬ = \frac{৬৬^২}{৩.১৪১৬} =$

$\frac{৪৩৫৬}{৩.১৪১৬} = ১৩৮৬.৫৫$ বর্গহস্ত।

স্থূল গণনা করিলে, ক্ষেত্রফল $= \left\{\frac{১৩২}{২}\right\}^২ \times \frac{৭}{২২} =$

$৬৬^২ \times \frac{৭}{২২} = ৪৩৫৬ \times \frac{৭}{২২} = \frac{৩০৪৯২}{২২} = ১৩৮৬$ বর্গহস্ত।

অতএব, স্থূল গণনা ও সূক্ষ্ম গণনায় বিস্তর প্রভেদ নাই।

৩য়। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৮০ হাত ও ব্যাস ২৫.৪৬৪ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল $= \frac{\text{পরিধি} \times \text{ব্যাস}}{৪} = \frac{৮০ \times ২৫.৪৬৪}{৪}$

$= ২০ \times ২৫.৪৬৪ = ৫০৯.২৮$ বর্গ হস্ত।

৪র্থ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১০.৯৯৫৬ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত বর্গ ফুট। উঃ। ৮৬.৫৯৩৩।

৫ম। ৩৬, ৪৮ ও ৬০ হাত ভুজ পরিমিত একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র, ৩০ হাত দীর্ঘ ও ২৮ হাত বিস্তৃত একটী বর্গ ক্ষেত্র, এবং ৩০ হাত ব্যাস বিশিষ্ট একটী বৃত্তক্ষেত্র, এই তিনটীর মধ্যে কোন্‌টীর ক্ষেত্রফল গুরু? উঃ। প্রথমটীর।

৬ষ্ঠ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৪৭.২৪ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭৬.৭১৫ বর্গহস্ত।

৭ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস ২৮ হাত এবং পরিধি ৮৮ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৬১৬ বর্গ হস্ত।

৮ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একর* তাহার পরিধি কত? উঃ। ২৪৬ গজ ১ ফুট ১০$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ।

৯ম। যে সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ হাত তদ্বহিস্থ বৃত্তের ব্যাস কত হইবে? উঃ। ৬ হাত।

ক ম খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ক খ চাপ × ½ ম ক;
∴ ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে × ম ক খ-র ক্ষেত্রফল = ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে × ক খ × ½ ম ক, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ½ ম ক।

অনুমান। যে বৃত্তের ব্যাস এক একক যদি তাহার পরিধি ত অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৮ তি প্রতিজ্ঞানুসারে,

ত : ক খ গ পরিধি :: ১ : ২ ম ক; ∴ ক খ গ পরিধি = ২ ত × ম ক; এবং পূর্ব্বোক্ত প্রক্রিয়া দ্বারা ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ½ ম ক = ২ ত × ম ক × ½ ম ক = ত × ম ক^2।

৮ম সম্পাদ্য।

দুই ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বহির্বেষ্টন ও অন্তর্বেষ্টনের সমষ্টিকে বিস্তারের অর্দ্ধেক দ্বারা গুণ কর।

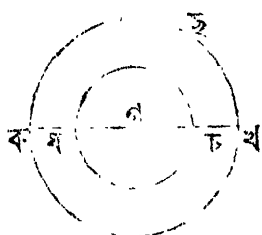
২য় নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস দুইটীর সমষ্টিকে তাহাদের বিয়োগফল দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে .৭৮৫৪ দিয়া গুণ কর।

৩য় নিয়ম। বহির্বেষ্টন ও বিস্তারের গুণফল হইতে, ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল বিয়োগ কর।

৪র্থ নিয়ম। অন্তর্বেষ্টন ও বিস্তারের গুণফলে ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল যোগ কর।

৫ম নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস দুইটীর বর্গের বিয়োগফলের চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর।

৬ষ্ঠ নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটীর বর্গের অন্তরকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর। কিম্বা বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল বিয়োগ কর।

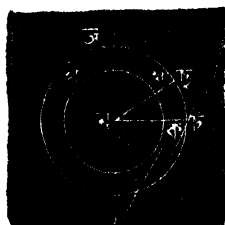
৭ম নিয়ম। বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটীর সমষ্টিকে তাহাদের বিয়োগফল দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ৩.১৪১৬ গুণ করিলে অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

উদাহরণ ১। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের কখ ও ঘচ ব্যাসদ্বয় ২০ ও ১২ ফুট, ঐ দুই বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল কত?

কগ =	১০	৩.১৪১৬
ঘগ =	৬	৬৪
যোগফল	১৬	১২.৫৬৬৪
বিয়োগফল	৪	১৮৮.৪৯৬
গুণফল	৬৪	২০১.০৬২৪ = ক্ষেত্রফল।

২। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসদ্বয় যথাক্রমে ২০ ও ১০ হস্ত, ঐ দুইটী বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির কালি কত?

উঃ। ২৩৫.৬২ বর্গ হস্ত।

৩। যে অঙ্গুরীর আকারের ভূমির বহির্বেষ্টনের ব্যাস ৬ ফুট ও অন্তর্বেষ্টনের ব্যাস ৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৫.৭০৮।

উদাহরণ ৪। যদি চ ছ জ ও ক খ গ দুই সমকেন্দ্রিক বৃত্তের বহির্বেষ্টন জ ছ চ ৬৬ হাত, অন্তর্বেষ্টন ক খ গ ৪৪ হাত এবং বিস্তার ক চ ৩½ হাত হয়, তবে ঐ বেষ্টনদ্বয়ের অন্তর্গত ভূমির কালি কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল $=$ (বহির্বেষ্টন $+$ অন্তর্বেষ্টন) $\times \frac{\text{বিস্তার}}{২}$

$= (৬৬ + ৪৪) \times \frac{৭}{৪} = ১১০ \times \frac{৭}{৪} = \frac{৭৭০}{৪} = ১৯২\frac{১}{২}$ বর্গ হস্ত।

৫। একটী অঙ্গুরীয় আকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৮৮ হাত, অন্তর্বেষ্টন ৪৪ হাত এবং বিস্তার ৭ হাত। উহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। ৪৬২ বর্গ হস্ত।

৬। একটী বাষ্পীয় যন্ত্রের পিষ্টন প্রস্তুত করিতে হইবে যাহার ফাঁড়ের ক্ষেত্রফল ১১৯২ বর্গ গজ হইবে। এখন যদি ঐ পিষ্টনের ধাতু ·১ ইঞ্চ পুরু হয় তবে

উহার অন্তর্ব্যাস ও বহির্বেষ্টনের পরিমাণ কত স্থির কর।

উঃ। { অন্তর্ব্যাস প্রায় ৩৯ ইঞ্চ। বহির্বেষ্টন ১০ ফুট ৮$\frac{2}{3}$ ইঞ্চ।

৭। একটী গোলাকার মন্দিরের ভিত্তির চৌড়া ১ ফুট ও আভ্যন্তরীণ মেজের পরিসর ৪৮ ফুট, উহার ভিত্তির কালি কত? উঃ। ১৫৩.৯৩৮৪ বর্গ ফুট।

৯ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধকে বৃত্তচ্ছেদকের চাপের অর্দ্ধেক দিয়া গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। কিম্বা ব্যাসকে বৃত্তচ্ছেদকের পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণ ফলের চতুর্থাংশ লও; উহা বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ৩৬০ অংশের সহিত বৃত্তচ্ছেদকের চাপের পরিমাণগত অংশে যাদৃশ অনুপাত; বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সহিত বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফলের তাদৃশ অনুপাত।

সূত্র। ক্ষ অর্থাৎ ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ অ × চাপ, এবং অ = $\frac{২ ক্ষ}{চাপ}$।

উদাহরণ ১। গ ক ঘ খ বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ১০ হস্ত ও জ্যা ক খ ১৬ হস্ত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

১০০ = কগ²

৬৪ = কচ²

———

৩৬ (৬ = গচ

১০ = গঘ

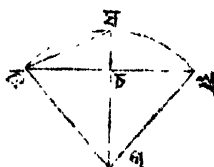
———

৪ = চঘ

———

১৬ = চঘ²

৬৪ = কচ²

———

৮০ (৮.৯৪৪২৭১৯ = কঘ

৮

———

৭১.৫৫৪১৭৫২

১৬

———

৩) ৫৫.৫৫৪১৭৫২

২) ১৮.৫১৮০৫৮৪ কঘখ চাপ

৯.২৫৯০২৯৭ = চাপার্দ্ধ

১০ = ব্যাসার্দ্ধ

———

অতএব গকঘখ বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল = ৯২.৫৯০২৯৭ বর্গ হস্ত

২। কোন বৃত্তচ্ছেদকের চাপের পরিমাণ ৯৬ অংশ এবং ব্যাস ৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

$.৭৮৫৪ = \frac{১১}{১৪}$ ভ (৩.১৪১৬ এর চতুর্থাংশ)
$৯ = ৩^২$

৭.০৬৮৬ = সমুদায় বৃত্তের ক্ষেত্রফল।

এইক্ষণে, ২য় নিয়মানুসারে, ৩৬০° : ৯৬° :: ৭.০৬৮৬

অতএব বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল,

৩০° : ৮° :: ৭.০৬৮৬ : ১.৮৮৪৯৬ বর্গ হস্ত।

৩। যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপ ২০ এবং ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১$\frac{১}{৯}$ বর্গ গজ।

৪। একটী বৃত্তচ্ছেদকের চাপের জ্যা ১২ ফুট, এবং ব্যাসার্দ্ধ ১৮ ফুট উহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। ১১০$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট।

৫। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৮৯ ফুট হইলে ঐ বৃত্তের ১৮৭° ৩৭′ পরিমিত ছেদকের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ১৫১৯৪ বর্গ গজ।

৬। যে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট এবং চাপের পরিমাণ ১৪৭° ২৯′ তাহার কালি কত স্থির কর।

উঃ। প্রায় ৮০৪.৪ বর্গ ফুট।

৭। যদি একটী বৃত্তচ্ছেদকের চাপের জ্যার পরিমাণ ২৪ ফুট ও চাপের শর বা উচ্চতা ৬ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ২০৮.৫৭২ বর্গ ফুট।

৮। যদি বৃত্তচ্ছেদক বৃত্তার্দ্ধ অপেক্ষা বৃহৎ হয় ও তাহার জ্যার পরিমাণ ১২ ফুট এবং ব্যাসের পরিমাণ ১৫ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ১২৪$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট।

৯। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৯ বর্গ ফুট এবং ব্যাস ৫ ফুট; ঐ বৃত্তচ্ছেদকের চাপের অংশ পরিমাণ কত?

এখানে, সমুদায় বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৫² × .৭৮৫৪।

∴ ১° পরিমিত বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল = $\frac{৫^2 \times .৭৮৫৪}{৩৬০}$,

অতএব নির্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকের অংশ পরিমাণ = ৯ ÷ ১° বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল = ৯ ÷ $\frac{৫^2 \times .৭৮৫৪}{৩৬০}$ = ১৬৫° ০′ ৪″।

১০। যে বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ ফুট, ও ব্যাস ৯ ফুট, তাহার অংশ পরিমাণ কত? উঃ। ১০১° ५১′ ৩২″

১০ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তখণ্ডের চাপ দ্বারা যে বৃত্তচ্ছেদক হইতে পারে তাহার ক্ষেত্রফল পূর্ব্ব সম্পাদ্যের মত সমাধান কর; পরে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ও বৃত্তচ্ছেদকের দুইটি ব্যাস দ্বারা যে ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তাহার কালি করিয়া পূর্ব্ব লব্ধ ক্ষেত্রফল হইতে বিয়োগ কর, বিয়োগফল বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইবে।

১। বৃত্তখণ্ড সার্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহৎ হইলে অবশিষ্ট বৃত্তখণ্ডের কালি নির্ণয় করিয়া সমুদায় বৃত্তের কালি হইতে বিয়োগ কর, বিয়োগফল উক্ত বৃত্তখণ্ডের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। ঘ ঙ গ খ চ ঘ বৃত্তখণ্ডের জ্যা ঘ খ-

পরিমাণ ১২ ফুট এবং ব্যাসার্দ্ধ গ ম বা খ ম ১০ ফুট হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এখানে, প্রথমে গ চ ও খ গ-র পরিমাণ স্থির কর, আর দ্বিতীয় অধ্যায়ের ৮ম সম্পাদ্যের দ্বারা ঘ গ খ চাপের দীর্ঘতার পরিমাণ নির্দ্দেশ কর. পরে ১ম নিয়মানুসারে ঘ গ খ বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ স্থির করিতে হইবে, যথা;—

$চ ম = \sqrt{খ ম^২ - খ চ^২} = \sqrt{১০^২ - ৬^২} = ৮,$

$গ চ = গ ম - চ ম = ১০ - ৮ = ২,$ এবং

$খ গ = \sqrt{খ চ^২ + গ চ^২} = \sqrt{৬^২ + ২^২} =$ ৬.৩২৪৫৫; এতদ্দ্বারা ঘ গ খ চাপের দীর্ঘতা

$= \frac{৬.৩২৪৫৫ \times ৮ - ১২}{৩} = \frac{৩৮.৫৯৬৪}{৩}$, এবং

১ম নিয়মানুসারে গ খ ঘ বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ $= \frac{১}{২}\left(\frac{৩৮.৫৯৬৪}{৩} \times ১০\right) - \frac{১}{২}(১২ \times ৮) = ১৬.৩২৭৪$ বর্গ ফুট।

২। গ খ ঘ জ বৃত্তখণ্ডের ঘ গ খ কুটিল রেখার পরিমাণ ৩৭° ও ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ১২.৬ বর্গ ফুট।

৩। একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর যাহার ব্যাসার্দ্ধ ৮; অনন্তর ১৫ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত এরূপে অঙ্কিত কর যে উহার পরিধি পূর্ব্ব অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র দিয়া গমন

করে ; এইক্ষণে দুইটী বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত স্থানের বর্গ পরিমাণ কত ? উঃ। ৫৯.০৭।

৪। যে বৃত্তখণ্ডের শর-পরিমাণ ২ ফুট এবং জ্যা ২০ ফুট তাহার কালি কত স্থির কর। উঃ। ২৬.৮৭৩১৮।

৫। একটী বৃত্তখণ্ডের শর ১৮ ফুট, এবং ব্যাস ৫০ ফুট উহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ৬৩৬.৬২৫

৬। যদি একটী বৃত্তখণ্ডের জ্যার পরিমাণ ১৬ ফুট ও ব্যাসের পরিমাণ ২০ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্র-ফল কত হইবে ? উঃ। ৪৪.৭২৯২।

৭। বৃত্ত পরিধি ২৫ ফুট হইলে যদি বৃত্ত খণ্ডের চাপ ঐ বৃত্তের ষড়াংশ হয়, তাহা হইলে বৃত্ত খণ্ডের কালি কত ?
উঃ। ১.৪৩১২ বর্গ ফুট।

৮। একটী বৃত্তখণ্ডের জ্যা ৪০ ফুট ও শর ৮ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?
উঃ। প্রায় ২১৯.৭৩ বর্গ ফুট।

১১শ সম্পাদ্য।

বৃত্তাকার মণ্ডলের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

(দ্বিতীয় ভাগের ১০ম সম্পাদ্যের প্রতিকৃতি দেখ)

নিয়ম। মণ্ডলকে একটী বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর, যথা ক খ ঘ গ। পরে ক খ ঘ গ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ও খ ঝ ঘ ও ক গ দুইটী বৃত্তখণ্ডের কালি, ৩য়

ও ৯ম সম্পাদ্যের দ্বারা সমাধান করিয়া ক্ষেত্রফল গুলি যোগ কর, যোগফল মণ্ডলের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের বিস্তার ৪২ ফুট এবং দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ৪৮ ও ৩৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২৫১০.৫১ বর্গ গজ।

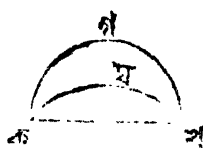
২। একটী মণ্ডলের দুইটী সমান্তর সীমার প্রত্যেকের পরিমাণ ১০০ গজ, এবং ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ ৭২ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১২৫০০[illegible] বর্গ গজ।

৩। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল জ্যার প্রত্যেকের পরিমাণ ২২ ফুট, এবং [illegible] ব্যাস কি পরিমাণ [illegible] ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। [illegible] বর্গ ফুট।

১০শ সম্পাদ্য।

ক গ খ ঘ ক অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ক গ খ ঘ ক অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতির দুইটী চাপের জ্যা ক খ দ্বারা যে ক গ খ ও ক ঘ খ বৃত্তখণ্ড উৎপন্ন হইয়াছে তাহাদের ক্ষেত্রফল ৯ম সম্পাদ্যের দ্বারা সমাধান কর। পরে বহিঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তরস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির কালি হইবে।

উদাহরণ ১। যে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা কখ ২৪ ফুট, এবং যাহার দুইটী চাপের শরদ্বয় ৫ ও ৩$\frac{১}{২}$ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২৫$\frac{৬}{৭}$ বর্গ ফুট।

২। যে অর্দ্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা ৪০ ফুট এবং যাহার দুইটী চাপের শরদ্বয় ৪ ও ২০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৫৭.৪৬৭ বর্গ গজ।

১৩শ সম্পাদ্য।

ত্রিভুজের অন্তর্গত ও বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। ত্রিভুজের দ্বিগুণিত ক্ষেত্রফলকে তিনটী বাহুর সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল ঐ ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের সমান হইবে। সুতরাং ৭ম সম্পাদ্যানুসারে ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ত্রিভুজের বাহুত্রয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে ত্রিভুজের দ্বিগুণিত ক্ষেত্রফলদ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল ঐ ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের সমান হইবে। সুতরাং ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

১ম উদাহরণ। যে ত্রিভুজের ভুজ এবং কোটি যথাক্রমে ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত?

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮ × ৬ ÷ ২ = ২৪ ; ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ২৪ × ২ ÷ (৬ + ৮ + ১০) = ২, বৃত্তের কালি = ২² × ৩.১৪১৬ = ১২.৫৬৬৪ বর্গহাত।

২য় উদাহরণ। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ ৩০ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত ?

উঃ। ১১৩.০৯৭৬ হাত।

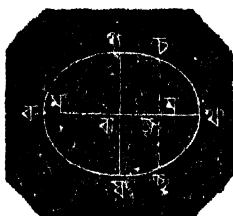
৩য় উদাহরণ। ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৩, ৪, ও ৫ হইলে উহার বহিঃস্থ বৃত্তের কালি কত হইবে ?

উঃ। ১৯.৭০৮০।

১৪শ সম্পাদ্য।

বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তাভাসের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে উহার গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে, .৭৮৫৪ দিয়া গুণ করিলেই হয়।

নিয়মান্তর। বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধকে গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৬ হাত ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৪ হাত, তাহার কালি কত ?

এখানে, কালি = লঘিষ্ঠ ব্যাস × লঘিষ্ঠ ব্যাস × .৭৮৫৪ = ৬ × ৪ × .৭৮৫৪ = ১৮.৬৪৯৬ বর্গ হস্ত।

২। কোন বাগানের মধ্যে একটী অণ্ডাকার শষ্প-বীথিকার গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০০ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ২০০ ফুট, ঐ শষ্পবীথিকার কলি কত?

উঃ। ৫২৩৬ বর্গ গজ = ১ একার ৩৯৬ বর্গ গজ।

৩। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ২১৪ হাত এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ১৯২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩২২৭০.৫১৫১।

৪। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৭০ গজ এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ৫০ গজ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৭৪৮ বর্গ গজ ৮ ফুট।

৫। কোন বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে ৪৯ ও ২৫, যে বৃত্তের পরিমাণ এই বৃত্তাভাসের সমান তাহার সামিব্যাসের পরিমাণ কত? উঃ। ৩৫

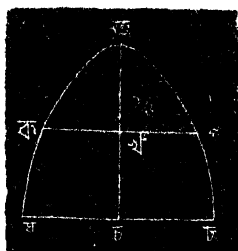
৬। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস যথাক্রমে ৪৪ ও ৩০ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? এবং যদি গরিষ্ঠ ব্যাসের এক প্রান্ত হইতে ১০ হাত দূরে পরিধি পর্য্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কিত করাযায় তাহা হইলে ঐ লম্বেরই বা পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৮০১.১ বর্গ হস্ত। লম্ব = ১৮৬.৮৫ হস্ত

১৫শ সম্পাদ্য।

ক্ষেপণী * আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। অক্ষদণ্ডের পরিমাণকে ভূমিপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অংশত্রয়ের দুই অংশ লইলেই ক্ষেপণী আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১ম। ক খ গ ক্ষেপণী আকারের ভূমির অক্ষদণ্ড বা সর্ব্বাধিক বিস্তার ক খ ২ ফুট এবং উহার ভূমি ক গ ১২ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল = $\frac{২}{৩}$ × ১২ × ২ = ১৬ বর্গ ফুট

২য়। যে ক্ষেপণীর তল-রেখা ২০ ফুট এবং অক্ষদণ্ড বা সর্ব্বাধিক বিস্তার ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৪০ বর্গ ফুট

৩। যে ক্ষেপণীর তল-রেখা ১২০ হাত এবং সর্ব্বাধিক বিস্তার ১০ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৮০০ বর্গ হস্ত।

* ক্ষেপণী অসীম; সুতরাং তাহার কালি নিরূপণ করা দুঃসাধ্য; অতএব ক্ষেপণী ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে এ স্থলে ক্ষেপণীর এক খণ্ডের পরিমাণ বুঝাইবে।

১৬শ সম্পাদ্য।

ক গ চ ঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি করিতে হইবে।

নিয়ম। ক্ষেপণীমণ্ডলের উভয় পার্শ্বের পরিমাণকে ত্রিঘাত করিয়া একটী ত্রিঘাত হইতে অপরটী বিয়োগ কর। পরে ঐ বিয়োগফলকে ক্ষেপণীমণ্ডলের বিস্তারের দ্বিগুণ পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, এবং ঐ গুণফলকে পার্শ্বদ্বয়ের বর্গান্তরের তিন গুণ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি হইবে।

১। ক গ চ ঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের ক গ ও চ ঘ পার্শ্বদ্বয় যথাক্রমে ৬ ও ১০ হাত এবং বিস্তার খ চ ৪ হাত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

চ ঘ পার্শ্ব = ১০ বর্গ ১০০ ঘন ১০০০
ক গ ঐ = ৬ ,, ৩৬ ,, ২১৬

৬৪ বিয়োগফল ৭৮৪
৩ ৮ = ২ খ চ

১৯২) ৬২৭২ (৩২ $\frac{১২৮}{১৯২}$ =
৫১২ (৩২ ⅔ =
৩৮৪ (ক্ষেত্রফল।
১২৮

২। যে ক্ষেপণীমণ্ডলের পার্শ্বদ্বয় যথাস্ব ৬ ও ২০ ফুট এবং বিস্তার ৩ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৪ ২ বর্গ ফুট

১৭ শ সম্পাদ্য।

সরল বা বক্রাকার রেখা দ্বারা বেষ্টিত বিষম ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে।

প্রথমতঃ। ক্ষেত্র অপ্রশস্ত এবং লম্বা হইলে নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে। যথা—

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে সমান্তর কতিপয় লম্ব রেখা দ্বারা বিভাগ করিয়া প্রথম ও শেষ লম্ব রেখার যোগার্দ্ধপরিমাণের সহিত ঐ দুই রেখার মধ্যগত সমস্ত অঙ্কিত লম্ব রেখার পরিমাণ যোগ কর; পরে ঐ যোগফলকে বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির সাধারণ ব্যবধানপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, গুণফল বিষম ক্ষেত্রের কালি হইবে।

দ্বিতীয়তঃ। ক্ষেত্র অপ্রশস্ত ও লম্বা এবং উহার দৈর্ঘ্য অসমান্তর রেখাদ্বারা বিভাজিত হইলে নিম্ন লিখিত নিয়মদ্বয় অবলম্বন করিতে হইবে।

১ ম। ক্ষেত্রের অন্তর্গত বিষম চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের পৃথক্ পৃথক্ কালি করিয়া সমষ্টি করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

২। ক্ষেত্রের সমুদায় বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির পরিমাণ যোগ করিয়া, যোগফলকে বিস্তার রেখার সংখ্যার দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল উক্ত ক্ষেত্রের বিস্তারের গড় হইবে; পরে ঐ গড় বিস্তারকে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ করিলে যাহা হইবে তাহাই ক্ষেত্রের কালি।

উদাহরণ ১। ক খ গ ঘ একটী বিষম ক্ষেত্র, ইহা খ ক, চ ছ, জ ঝ, ট ঠ ও গ ঘ পাঁচটী সমান্তর রেখা দ্বারা

বিভাজিত হইয়াছে। যদি ঘ ক ৮.২ ফুট, চ ছ ৭.৪ ফুট, জ ঝ ৯.২ ফুট, ট ঠ ১০.২ ফুট, গ খ ৮.৬ ফুট এবং ইহাদের মধ্যগত ব্যবধান ৫০ ফুট হয়, তাহা হইলে উক্ত ক্ষেত্রের কালি কত স্থির কর।

প্রথম প্রণালীর ১ ম নিয়ম দ্বারা

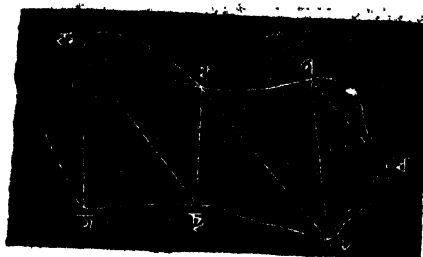
  ৮.২
  ৮.৬
২) ১৬.৮ = যোগফল
  ৮.৪ = যোগার্দ্ধ
  ৭.৪
  ৯.২
  ১০.২
  ৩৫.২
  ৫০

কালি = ১৭৬০.০ বর্গফুট।

২। এক খানি অসরল তক্তা লম্বে ২৫ ফুট, এবং উহার ৬টী সমান্তর লম্ব বিস্তারের পরিমাণ ১৭.৪, ২০.৬, ১৪.২, ১৬.৫, ২০.১ এবং ২৪.৫ ইঞ্চ হইলে, উক্ত অসরল তক্তার কালি কত স্থির কর।

উঃ। ৩০$\frac{১১}{২৪}$ বর্গফুট।

তৃতীয়তঃ। ক্ষেত্রের বিস্তার অধিক ও তাহার ধার অসরল হইলে তাহাকে এরূপ চতুর্ভুজ অথবা ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রে বিভাগ কর যাহাতে কার্য্যসৌকর্য্য হয়; অনন্তর ঐ চতুর্ভুজ বা ত্রিভুজ সমুদায়ের কালি কর। পশ্চাৎ ঐ চতুর্ভুজ

ও ত্রিভুজাদির বাহু হইতে ক্ষেত্রের বক্রাকার সীমাভাগে কতিপয় লম্ব পাত করিয়া যে কএক খণ্ড ভূমি হইবে সে সমুদায়ের কালি একত্র করিয়া উক্ত চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের কালিতে যোগ করিলে প্রকৃত ক্ষেত্রের কালি হইবে। অত্যন্ত সূক্ষ্ম হিসাব করিতে না হইলে ভূমির দশ পনর জায়গার দৈর্ঘ্যের গড় ও দশ পনর জায়গার বিস্তারের গড় ধরিয়া, পরস্পর গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাই ধরা গিয়া থাকে।

উদাহরণ। কখগঘচছজ চিহ্নিত ভূমির কালি করিতে হইলে উহাকে কখছজ ও খগচছ দুইটী বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে এবং গঘচ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর। পরে কখ, কজ, চঘ ও গঘ হইতে ক্ষেত্রের বক্র সীমা পর্য্যন্ত কতিপয় লম্ব রেখা পাত কর। অনন্তর ৪র্থ সম্পাদ্য দ্বারা কছ ও খচ কর্ণ রেখার উপর লম্ব পাত করিয়া কখছজ ও খগচছ বিষম চতুর্ভুজের কালি, এবং দ্বিতীয় সম্পাদ্য দ্বারা গঘচ ত্রিভুজের কালি, পরে ১৭শ সম্পাদ্য দ্বারা অবশিষ্ট ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া সমুদায় সমষ্টি করিলে কখগঘচছজ চিহ্নিত ভূমির কালি হইবে।

দ্বিতীয় ভাগ।

রৈখিক পরিমাণ।

রৈখিক, বর্গ এবং ঘন পরিমাণ নিরূপণ করা গণিত শাস্ত্রের যে অংশের উদ্দেশ্য তাহার নাম পরিমাপক বিদ্যা বা ক্ষেত্রব্যবহার।

ক্ষেত্রব্যবহার তিন ভাগে বিভক্ত; যথা, রৈখিক পরিমাণ, ধরাতলিক অর্থাৎ বর্গ পরিমাণ ও ঘন পরিমাণ।

কোন পদার্থের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে, তাহার বর্গ অথবা ঘন ফল একবারে কোন উপায় দ্বারা নির্ণয় হয় না। জরীপী ফিতা বা গজ ইত্যাদি দ্বারা তাহার রৈখিক পরিমাণ লইয়া পশ্চাৎ যে সকল নিয়মাবলী প্রদত্ত হইবেক তদ্দ্বারা সরল রৈখিক পরিমাণ হইতে বর্গ ও ঘন ফল নিরূপিত হয়, যথা, একটী বর্গ ক্ষেত্রের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে তাহার দৈর্ঘ্য, ও প্রস্থের অর্থাৎ ঐ ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ লইতে হয়; এবং এই দুইটী রৈখিক পরিমাণ একত্র গুণ করিলে তাহার বর্গফল নিরূপিত হয়। একটী বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাণের ধারাবাহিক গুণন দ্বারা ঘনফল স্থির করা যায়, কিন্তু এই তিনটীর প্রত্যেকটীই ঐ বাক্সের রৈখিক পরিমাণ।

রৈখিক পরিমাণ কখন বর্গ অথবা ঘন হইতে পারে না। দুইটী রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা বর্গ ও তিনটীর গুণন দ্বারা ঘনফল উৎপন্ন হয়। কোন ক্ষেত্রের বর্গফল ৪ হাত হইলে তাহা ৪ বর্গ হাত দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়; ঘনফল ৪ হাত হইলে উক্ত ফলকে ৪ ঘন হাত বলা যায়, কিন্তু ইহা যদি কোন ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ হয় তাহা হইলে বর্গ বা ঘন না বলিয়া কেবল ৪ হাত বলিতে হয়।

দুইটী রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা যে ফল উৎপন্ন হয় তাহাকে বর্গপরিমাণ বা ক্ষেত্রফল কহে।

তিনটী রৈখিক পরিমাণের অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণনে যে ফল উৎপন্ন হয়, তাহাকে ঘন পরিমাণ বা ঘনফল কহে।

কোন বর্গ পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ফল লব্ধ হয় তাহাকে ঘনফল কহে। সুতরাং কোন ঘনফলকে বর্গ ফল দ্বারা বিভাজিত করিলে তাহার ভাগফল রৈখিক পরিমাণ হয়, এবং রৈখিক পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল বর্গ ফল হয়।

বস্তু ও স্থানের দৈর্ঘ্যাদি মাপিবার ধারা।

২৪ অঙ্গুলে	..	১ হাত।	১হা, (সাংকেতিক চিহ্ন)
৪ হাতে	..	১ ধনু।	১ধ,
২০০০ ধনুতে বা ৮০০০ হাতে	..	১ ক্রোশ।	১ক্রো,
৪ ক্রোশে	..	১ যোজন।	১যো,

১২ ইঞ্চিতে	..	১ ফুট।	১ফু,
১৮ ইঞ্চিতে	..	১ হাত।	১হা.
৩ ফুটে	..	১ গজ অথবা ২হাত।	১গ
৬ ফুটে	.	১ ফেথম।	১ফে.
৫½ গজে	...	১ পোল বা রুড।	১পো.
৪ পোলে	..	১ চেইন বা শৃঙ্খল।	১চে.
১০ চেইনে	..	১ ফরলং।	১ ফ.
১৭৬০ গজে বা ৩৫২০ হাত কিম্বা ৮ ফরলঙ্গে	..	১ মাইল।	১মা.
২ মাইলে বা ৭০৪০ হাতে	...	ইঙ্গরেজী ১ ক্রোশ।	
৩ মাইলে	..	১ লিগ।	১লি।
৬০ মাইলে	..	১ ডিগ্রি।	১ডি।

এখন ৮০০০ হাতে ক্রোশ না ধরিয়া অনেকে ২ মাইলে অর্থাৎ ৭০৪০ হাতে ক্রোশ ধরিয়া থাকে। কাপড়ের মাপে হাত ও গজ, রাজ মিস্ত্রী ও ছুতার মিস্ত্রীর হিসাবে ফুট ও ইঞ্চ ব্যাবহার হয়।

ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার সময় আর ও এক প্রণালী অবলম্বন করা গিয়া থাকে। সে প্রণালী এই।

৪ হাতে		১ রৈখিক কাঠা অথবা এক কাঠা লম্বা /১
৮০ হাতে বা ২০ রৈখিক কাঠায়	..	১ রৈখিক বিঘা অথবা ১ বিঘা লম্বা ১/০

১ম সম্পাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি, কোটি ও কর্ণ এই তিনটীর কোন দুইটী পরিজ্ঞাত থাকিলে অপরটী কিরূপে নির্ণয় করিতে হইবে।

সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ সম্মুখীন ভুজের বর্গ অপর দুই বাহুর অর্থাৎ ভুজ এবং কোটির বর্গের যোগ তুল্য। (ব্যঃ জ্যাঃ ৩৫ শ প্রতিজ্ঞা) ∴

১ নিয়ম। ভূমিকোটির বর্গসমষ্টির মূল কর্ণ।

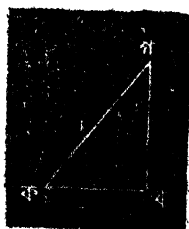
২ নিয়ম। ভূমিকর্ণের বর্গান্তরের মূল কোটি।

৩ নিয়ম। কোটিকর্ণের বর্গান্তরের মূল ভূমি।

ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ, যাহার ক খ গ কোণ সমকোণ।

এই ত্রিভুজের ভূমি ক খ রেখা ভ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর, এবং কোটি ও কর্ণ খ গ ও ক গ যথাক্রমে ল এবং ক অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ কর। এইক্ষণে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৩৫শ প্রতিজ্ঞা হইতে এই তিনটী সূত্র উৎপন্ন হইতে পারে, যথা—

সূত্র। (১) $ক = \sqrt{ভ^2 + ল^2}$,

(২) $ভ = \sqrt{ক^2 - ল^2}$, এবং

(৩) $ল = \sqrt{ক^2 - ভ^2}$।

উদাহরণ ১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি

৪০ এবং কোটি ৩০ ফুট তাহার কর্ণপরিমাণ কত হইবে?

১ম নিয়মানুসারে।   ১ম সূত্রানুসারে।

$\sqrt{৪০^২ + ৩০^২} = ৫০ =$ ক গ।

৪০   ৩০
৪০   ৩০
――――   ――――
১৬০০   ৯০০
৯০০
――――
২৫০০ (৫০ = কর্ণ ক গ।
২৫
――――
০০

২। কর্ণপরিমাণ ৬৫ এবং ভূমি পরিমাণ ৫৬ ফুট, কোটি কত হইবে?

৬৫ × ৬৫ = ৪২২৫। ৫৬ × ৫৬ = ৩১৩৬।

৪২২৫ — ৩১৩৬ = ১০৮৯ (৩৩ ফুট = কোটি খ গ
৯
――――
৬৩) ১৮৯
১৮৯

৩। একটা প্রাচীর ৩৩$\frac{৩}{৪}$ ফুট উচ্চ, এবং তাহার নীচেই ১৮ ফুট বিস্তার একটী খাল আছে, ন্যূন কল্পে কত ফুট লম্বা এক খানা মৈ হইলে তাহার উপরে উঠিতে পারা যাইবে?   উঃ। ৩৮$\frac{১}{৪}$ ফুট।

৪। একটী বর্গ ক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ ১০০ গজ তাহার কর্ণ রেখার পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৪১.৪ গজ।

৫। একটী প্রাচীরের পার্শ্ব দিয়া একটা রাস্তা আছে। ঐ রাস্তার বিস্তার ৭ হাত। রাস্তার ধার হইতে ২ হাত অন্তরে ১৫ হাত দীর্ঘ এক খানা মৈ রাখিলেই ঐ প্রাচীরের ঠিক্ উপরে লাগে। প্রাচীর কত হাত উচ্চ?

উঃ। ১২ হাত।

৬। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভুজের পরিমাণ ১০ ফুট তাহার লম্বপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। প্রায় ৮ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৭। কোন একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি-পরিমাণ ২৫ ফুট এবং ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ৩২½ ফুট, তাহার লম্ব পরিমাণ কত? উঃ। ৩০ ফুট।

৮। কোন বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১০ গজ তাহার বাহুপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৭ গজ ০ ফুট ২½ ইঞ্চ।

৯। সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ পার্শ্ববর্ত্তী ভুজ দুইটীর পরিমাণ যদি ৩৩ হাত ও ৪৪ হাত হয়, তবে সমকোণ সম্মুখীন ভুজের পরিমাণ কত হইবেক?

উঃ। ৫৫ হাত।

১০। এক দেওয়ালের ৩৫ ফুট অন্তর হইতে ৯১ ফুট লম্বা একটী বাঁশ ঠিক ঐ দেওয়ালের উপরি ভাগে লাগান হইয়াছে, দেওয়ালটী কত উচ্চ? উঃ। ৮৪ ফুট।

১১। এক খানি সিঁড়ি ১০০ হস্ত উচ্চ একটী প্রাচীরের সহিত লম্বভাবে সংলগ্ন হইয়া ঠিক তাহার মাথায় মাথায় ছিল ; পরে যখন ঐ সিঁড়ির নিম্ন ভাগ ১০

হস্ত সমান হয়, তখন তাহার অগ্রভাগ প্রাচীরের কোন্ স্থানে সংলগ্ন ছিল স্থির কর?

উঃ। প্রায় ১৯ ফুট ৬ ইঞ্চ।

২য় সম্পাদ্য।

যদি দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর দুইটী বাহুর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকে ও অপরটীর উক্ত নির্দ্দিষ্ট বাহুদ্বয়ের সবর্গীয় কোন বাহুর পরিমাণ জানা থাকে তাহা হইলে অবশিষ্ট সবর্গীয় বাহুর পরিমাণ কিরূপে নির্ণয় হইবে।

নিয়ম। ক খ গ ও চ ছ জ দুই সদৃশ ত্রিভুজ। এখন (৪৬ প্রতিজ্ঞানুসারে)

ক খ : খ গ : : চ ছ : ছ জ, অথবা চ ছ : ছ জ : : ক খ : খ গ।

উদাহরণ মালা।

১। যদি ৪ ফুট বাঁশ ভূমিতে লম্ব ভাবে ধরিলে তাহার ছায়া ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে যে বৃক্ষ বা মন্দিরের ছায়া ৮৫ ফুট তাহার উচ্চতা কত?

ছজ রেখাকে বাঁশ ও খগ রেখাকে মন্দির বলিয়া নির্দ্দেশ কর, আর চছ ও কখ রেখাদ্বয়কে বাঁশ ও মন্দিরের ছায়ার অনুরূপ বলিয়া বোধ কর। এইক্ষণে বাঁশের অগ্রভাগ জ ছায়ার শেষ সীমা চ সংযুক্ত কর, এবং মন্দিরের অগ্রভাগ গ ছায়ার শেষ সীমা ক সংযুক্ত কর। তাহা হইলে কখগ ও চছজ সদৃশ ত্রিভুজ হইবে।

তাহাতে চছ : ছজ :: কখ : খগ,

অর্থাৎ ৫ : ৪ :: ৮৩ : ৬৬২/৫ [illegible]

[illegible]

অতএব মন্দিরের উচ্চতা = ৬৬২/৫ ফুট।

যদি চারিটী রাশি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফল মধ্যম রাশি দুইটীর গুণফলের সমান হইবে।

সমানুপাতের এই ধর্ম্ম থাকাতে অনায়াসে সপ্রমাণ হইতেছে যে, মধ্যম রাশি দুইটীর গুণফলকে অন্ত্য রাশি দুইটীর অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর অন্ত্য রাশিটী লব্ধ হয়; এবং অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফলকে মধ্যম রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর মধ্যম রাশিটী লব্ধ হয়।

২। যদি একটী বর্গ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট এবং কর্ণের পরিমাণ ৭.০৭১ ফুট হয়, তবে যে বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণের পরিমাণ ৪ ফুট তাহার বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। প্রায় ২ ফুট ১০ ইঞ্চ।

৩। চারি ফুট লম্বা এমত একটী বাঁশের ছায়া যদি ৩ ফুট হয়, তবে যে কীর্ত্তিস্তম্ভের ছায়ার পরিমাণ ১৫০¾ ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ২০১ ফুট।

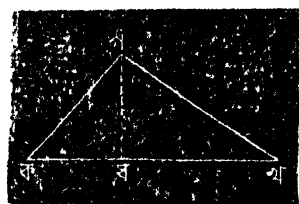
৪। দশ ফুট লম্বা এমত একটী যষ্টির ছায়া যদি ৭ ফুট হয়, তবে যে সকোণ সূচীর ছায়া ১৪০ ফুট তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ২০০ ফুট।

৫। ৩½ হাত মানুষের ছায়া ৫¼ হাত, আর একটী বাটীর ছায়া ৪৫ হাত, বাটীটী কত উচ্চ?

উঃ। ৩০ হাত।

৩য় সম্পাদ্য।

কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত আছে তাহার লম্ব পরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

ক খ গ একটী ত্রিভুজের খ গ, ক গ বাহুদ্বয় এবং ভূমি ক খ-র পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার লম্ব গ ঘ-র পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইবে।

নিয়ম। খ ঘ ও ঘ ক ভূমির দুই খণ্ডের প্রত্যেকের পরিমাণ কত অগ্রে নির্ণয় করিতে হইবে। যদি খ গ দুইটী বাহুর মধ্যে বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে খ ঘ খণ্ডটীও দুই খণ্ডের মধ্যে বৃহত্তর হইবে। এইক্ষণে ভূমির সহিত

বাহুদ্বয়ের যোগের সাদৃশ অনুপাত, অর্থাৎ ক খ : খ গ + গ ক, বাহুদ্বয়ের অন্তরের সহিত ভূমিখণ্ডদ্বয়ের বিয়োগের তাদৃশ অনুপাত, অর্থাৎ খ গ — গ ক : খ ঘ — ঘ ক; অথবা ক খ : খ গ + গ ক :: খ গ — গ ক : খ ঘ — ঘ ক। ভূমির খণ্ডদ্বয়ের বিয়োগ ফল সমুদায় ভূমির পরিমাণে যোগ করা। তদৰ্দ্ধ লইলেই বৃহত্তর খণ্ড খ ঘ-র পরিমাণ নির্ণয় হইবে, আর ঐ বিয়োগফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিয়া তদৰ্দ্ধ লইলেই ক্ষুদ্র খণ্ডের (ক ঘ-র) পরিমাণ নির্ণয় হইবে। পরে ঐ ভূমির অন্যতর খণ্ডের পরিমাণের বর্গ তৎসন্নিহিত সূক্ষ্ম কোণ সংলগ্ন ভুজের বর্গ হইতে অন্তর করিলে যাহা হয় তাহার মূল লম্বের পরিমাণ হইবে।

নিয়মান্তর। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের দুই ভুজের পরিমাণের সমষ্টিকে সেই ভুজদ্বয়ের পরস্পর বিয়োগফল দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তাহা ভূমি পরিমাণে যোগ করিলে তাহার অর্দ্ধেক ভূমির বৃহৎ অংশের পরিমাণ হইবে; এবং ঐ ফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিলে তদৰ্দ্ধ ভূমির ক্ষুদ্রাংশের পরিমাণ হইবে। এইরূপে প্রত্যেক ভুজ ও তৎসন্নিহিত ভূমি খণ্ড দ্বারা এক একটী সমকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে, তাহা হইলে ১ম সম্পাদ্যের ২য় নিয়ম দ্বারা গ ঘ লম্বের পরিমাণ নির্ণয় হইবে।

গ ঘ লম্বের পরিমাণ ব্যবহারিক জ্যামিতির ৩৭শ প্রতিজ্ঞার দ্বারাও নির্ণয় হইতে পারে।

সূত্র। যদি কখ, খগ ও কগ ক্রমশঃ অ, আ এবং ই অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে উপরি উক্ত অনুপাতানুসারে,

(১) খঘ — ঘক $=$ $\frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}}$, এতদ্দ্বারা

(২) খঘ $= \frac{1}{2} \left\{ \text{অ} + \frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}} \right\}$, এবং

(৩) ঘক $= \frac{1}{2} \left\{ \text{অ} + \frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}} \right\}$.

উদাহরণ মালা।

১। কোন ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ, ৪২, ৪০ ও ২৬ ফুট। উহার দীর্ঘতম বাহুর উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে?

কখ ঃ খগ + গক ঃঃ খগ — গক ঃ খঘ — ঘক, অর্থাৎ,

৪২ ঃ ৬৬ ঃঃ ১৪ ঃ ২২, এবং ½ (৪২—২২) = ১০ ফুট = ঘক। কিম্বা শেষ সূত্রানুসারে

ঘক $= \frac{1}{2} \left\{ ৪২ - \frac{৪০^2 - ২৬^2}{৪২} \right\}$ = ১০ ফুট, এবং

গঘ $= \sqrt{\text{গক}^2 - \text{ঘক}^2} = \sqrt{২৬^2 - ১০^2} =$ ২৪ ফুট।

২। ভূমি ৩০ ফুট এবং দুই বাহু ক্রমশঃ ২৫ এবং ৩৫ ফুট এমত এক ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার লম্ব-পরিমাণ কত নির্ণয় কর? উঃ। প্রায় ২৪ ফুট ৬ ইঞ্চ।

৩। ক খ গ ত্রিভুজের গ খ ১৫ হাত, ক গ ১৩ হাত ও ক খ ১৪ হাত হইলে গ ঘ লম্বের পরিমাণ কত?

উঃ। ১২ হাত।

১৫ + ১৩ = ২৮। ১৫ — ১৩ = ২;

২ × ২৮ = ৫৬। ৫৬ ÷ ১৪ = ৪।

১৪ — ৪ = ১০; ১০ ÷ ২ = ৫ = ক ঘ।

১৪ + ৪ = ১৮; ১৮ ÷ ২ = ৯ = ঘ খ;

$\sqrt{\text{ক ঘ}^2 - \text{ক গ}^2}$ = গ ঘ, কিম্বা

$\sqrt{৫^2 - ১৩^2}$ = ১২ = গ ঘ।

৪র্থ সম্পাদ্য।

একটী সমবাহুক ও সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহার অন্তর্গত ও বাহ্যগত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় করিতে হইবে।

ক ছ ট জ ঘ সমবাহুক বহুভুজের বাহুর পরিমাণ জানা আছে, উহার অন্তর্গত ও উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ম খ ও ম ক-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নিম্নলিখিত তালিকার বহুভুজের ভুজ সংখ্যানুসারে এই তালিকা হইতে অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ লইয়া, তাহা উক্ত বহুভুজের বাহুপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে উক্ত বহুভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় হয়; এবং

সেই সংখ্যক ভুজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ লইয়া উক্ত বহুভুজের বাহুপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ঐ বহুভুজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ জানা যায়।

বহুভুজসংক্রান্ত তালিকা।

বাহুসংখ্যা	আকার	অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ-পরিমাণ।	বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধেরপরিমাণ।	ক্ষেত্রফল।
৩	ত্রিকোণ	.২৮৮৭	.৫৭৭৩	.৪৩৩০
৪	চতুর্ভুজ বা বর্গ ..	.৫০০০	.৭০৭১	১.০০০০
৫	পঞ্চভুজ	.৬৮৮২	.৮৫০৬	১.৭২০৫
৬	ষড়্ভুজ	.৮৬৬০	১.০০০০	২.৫৯৮১
৭	সপ্তভুজ	১.০৩৮৩	১.১৫২৪	৩.৬৩৩৯
৮	অষ্টভুজ	১.২০৭১	১.৩০৬৬	৪.৮২৮৪
৯	নবভুজ	১.৩৭৩৭	১.৪৬১৯	৬.১৮১৮
১০	দশভুজ	১.৫৩৮৮	১.৬১৮০	৭.৬৯৪২
১১	একাদশভুজ	১.৭০২৮	১.৭৭৪৭	৯.৩৬৫৬
১২	দ্বাদশভুজ	১.৮৬৬০	১.৯৩১৯	১১.১৯৬২

উদাহরণ ১। যে সমবাহুক ও সমকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট ১ ইঞ্চ তাহার অন্তর্গত ও উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং ৪ ফুট ৩.৭ ইঞ্চ।

২। কোন সমবাহুক অষ্টভুজাকার পুষ্পোদ্যানের বাহুর পরিমাণ ২০৩½ গজ, উহার প্রত্যেক সম্মুখীন ভুজের মধ্যস্থানে সংযোগ দ্বারা যে চারিটী রাস্তা উৎপন্ন হয়, সেই চারিটী রাস্তার দৈর্ঘপরিমাণের সমষ্টি কত?

উঃ। ১৯৭৮ গজ।

৫ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ জানা থাকিলে বৃত্তান্তর্গত সমচতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধকে বর্গ করিয়া দ্বিগুণ কর, পরে তাহার বর্গ মূল লইলে সমচতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ হাত তদন্তর্গত সমচতুর্ভুজের বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। প্রায় ৫·৬ হাত।

৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে পরিধির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে এবং পরিধির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম ১ম। ৭ : ২২ :: ব্যাস : পরিধি।

২২ : ৭ :: পরিধি : ব্যাস।

নিয়ম ২য়। ১ এর সহিত ৩.১৪১৬ * এর যে অনুপাত ব্যাসের সহিত পরিধির সেই অনুপাত।

৩.১৪১৬ এর সহিত ১এর যে অনুপাত পরিধির সহিত ব্যাসের সেই অনুপাত।

যদি ব অক্ষর দ্বারা ব্যাস, প অক্ষর দ্বারা পরিধি ও ত অক্ষর দ্বারা ৩.১৪১৬ রাশিটী নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন সূত্র গুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

যথা,— (১) প=ব × ত, এবং (২) ব = $\frac{\text{প}}{\text{ত}}$,

উদাহরণ মালা।

১। যে বৃত্তের ব্যাস ১০ হাত, তাহার পরিধি কত?

প্রথম নিয়মানুসারে ৭ ঃ ২২ ঃঃ ১০ ঃ ৩১$\frac{৩}{৭}$

$$\begin{array}{r} ১০ \\ \hline ৭)\,২২০ \end{array}$$

পরিধি=৩১$\frac{৩}{৭}$ হাত; কিম্বা ৩১.৪২৮৫৭ হাত

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে পরিধি = ৩১.৪১৬ হাত।

যদি গণনার অত্যন্ত সুক্ষ্মতা আবশ্যক না হয় তাহা হইলে প্রথম নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে আর গণনার

---

* যদি বৃত্তের ব্যাস এক সংখ্যা দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায় তাহা হইলে পরিধি ৩.১৪১৫৯২৬৫৩৫৮৯৭৯ &c হইবে। অঙ্ক কসিবার সুবিধার নিমিত্ত কেবল ৪টী দশমিক অংশ গ্রহণ করাগেল।

সুতরাং আবশ্যক হইলে দ্বিতীয় নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে।

১। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৫০ ফুট তাহার ব্যাস কত?

প্রথম নিয়মানুসারে, ২২ : ৭ :: ৫০ : $\frac{৭ \times ২৫}{১১}$ = $\frac{১৭৫}{১১}$ = ১৫$\frac{১০}{১১}$ = ১৫.৯০৯১ ফুট।

দ্বিতীয় নিয়ম বা সূত্রানুসারে,

ব্যাস = $\frac{প}{৩}$ = ১৫.৯১৫৩ ফুট।

২। যদি পৃথিবীর ব্যাসের পরিমাণ ৭৯৫৮ মাইল হয়, তাহা হইলে পরিধির পরিমাণ কত?

উঃ। ২৫০০০.৮৫২৮ মাইল।

যে গাড়ির চাকা ১ মাইল পথ অতিবর্ত্তন করিলে ৫০০ বার ঘুরে তাহার ব্যাসের পরিমাণ কত?

উঃ। ৩ ফুট ৪.৩২ ইঞ্চ।

যে বাষ্পীয় শকটের চাকার বেড় ৬ ফুট, তাহা এক হোরায় ৬০ মাইল পথ গমন করিলে এক সেকণ্ডে কত বার ঘুরিবে? উঃ। প্রায় ৪$\frac{২}{৩}$ বার।

চন্দ্রের পরিধিপরিমাণ ৬৮৫০ মাইল হইলে, উহার ব্যাসপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২১৮০.৪ মাইল।

একটী ঘড়ীর কাঁটা ৩$\frac{১}{৪}$ মিনিটে ৫ ইঞ্চ সরিয়া যায়; কাঁটাটী কত লম্বা? উঃ। ১৪.৬৯ ইঞ্চ লম্বা।

৭ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তচাপের জ্যা এবং শর জানা আছে ঐ বৃত্তের ব্যাস ও চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

খ গ ঘ একটী বৃত্তের চাপ, উহার জ্যা খ ঘ ও শর গ চ-র পরিমাণ জানা থাকিলে, ব্যাস ক গ ও চাপার্দ্ধের জ্যা খ গ-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম।—জ্যার পরিমাণ যত হইবেক, তাহার অর্দ্ধেকের বর্গ করিয়া তাহাকে শর পরিমাণ দ্বারা ভাগ কর। পরে ভাগফলে শর-পরিমাণ যোগ করিলে ব্যাস-পরিমাণ লব্ধ হইবেক। এবং ১ম সম্পাদ্যানুসারে প্রক্রিয়া করিলে চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়।

যদি জ অক্ষর দ্বারা সমুদায় চাপের অর্দ্ধ জ্যা, চ দ্বারা চাপার্দ্ধের জ্যা, শ দ্বারা শর, আর ব দ্বারা বৃত্তের ব্যাস নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত সূত্র গুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। যথা—

১ম। $ব = \frac{জ^২}{শ} + শ$, ২য়। $চ = \sqrt{জ^২ + শ^২}$,

৩য়। $ব = \frac{চ^২}{শ}$, ৪র্থ। $শ = \frac{চ^২}{ব}$, ৫ম। $চ = \sqrt{ব \times শ}$

উদাহরণ মালা।

১। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট

চাপপরিমাণ ১৮ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপ যে বৃত্তের অংশ সেই বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ কত?

২৪ = ২ খঘ = খচ

২৪

গচ = ১৮ | ৫৭৬

৩২

১৮ = গচ

৫০ ফুট = কগ।

সুতরাং খম বা ব্যাসার্দ্ধ = ২৫ ফুট।

২। কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ২৪০ ফুট ও শর বা উচ্চতার পরিমাণ ৩২ ফুট হইলে, যে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

১ম সূত্রানুসারে

$$\text{ব্যাস} = \frac{১২০^২}{৩২} + ৩২ = ৪৫৭.৫৩ \text{ ফুট।}$$

সুতরাং ব্যাসার্দ্ধ = ৪৫৭.৫৩ ÷ ২ = ২২৮.৭৬৫ = ২২৮ ফুট ৯ ইঞ্চ।

৩। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট এবং উচ্চতার পরিমাণ ৭ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ কত হইবে?

২য় সূত্রানুসারে, চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ

$$= \sqrt{\text{জ}^২ + \text{শ}^২} = \sqrt{২৪^২ + ৭^২} = ২৫ \text{ ফুট।}$$

৪। একটী বৃত্তাকার দূর্ব্বাক্ষেত্র আছে তাহার ব্যাস-পরিমাণ ১০০ গজ, ঐ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের মধ্য দিয়া একটী

রাস্তা আছে এবং ঐ রাস্তার সহিত সমকোণিক হইয়া ব্যাসার্দ্ধের মধ্যস্থল দিয়া আর একটী রাস্তা গিয়াছে, এই শেষোক্ত রাস্তার পরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম সূত্রটীর সমীকরণকে অবস্থান্তর করিলে

$হ = \sqrt{শ (ব—শ)} = \sqrt{২৫ (১০০—২৫)} = ৪৩.৩$ গজ।

ঐ রাস্তার পরিমাণ $= ৪৩.৩ \times ২ = ৮৬.৬$ গজ।

খ চ ম সমকোণিক ত্রিভুজ হইতেও উক্ত ফলটী প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে।

৫। একটী সেতুর চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ ২৪ ফুট, এবং চাপের উচ্চতার পরিমাণ ১৬ ফুট হইলে যে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে তাহার পরিমাণ কত?

উঃ। ১৮ ফুট।

৮ম। সম্পাদ্য।

বৃত্তের কোন চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে।

প্রথমতঃ। চাপে যত অংশ আছে তাহার পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হয়। যথা,—

১ম নিয়ম। ১৮০° এর সহিত যেমন চাপাংশের অনুপাত, ব্যাসার্দ্ধের ৩.১৪১৬ গুণের সহিত উহার দৈর্ঘ্যের সেইরূপ অনুপাত।

প্রকারান্তর। বৃত্তের পরিধি স্থির করিয়া বৃত্তাংশের অংশ পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে এই গুণফলকে ৩৬০

দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাণ হইবেক।

দ্বিতীয়তঃ। সমুদায় চাপের এবং চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে নিম্নলিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হয়। যথা,

২য়। নিয়ম। চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ যত হইবেক তাহাকে ৮ গুণ করিয়া সেই গুণফল হইতে সমুদায় চাপের জ্যার পরিমাণ বিয়োগ কর। পরে বিয়োগ ফলের এক তৃতীয়াংশ লইলেই চাপের দৈর্ঘ্য পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

সূত্র। যদি ব্যাসার্দ্ধ অ অক্ষর দ্বারা, ১৮০° ব অক্ষর দ্বারা, চাপের অংশ পরিমাণ চ অক্ষর দ্বারা, ৩.১৪১৬ ত অক্ষর দ্বারা, এবং চাপের দৈর্ঘ্য দ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে

$$দ = \frac{অ \times চ \times ত}{ব}, \text{ এবং } অ = \frac{দ \times ব}{চ \times ত}$$

উদাহরণ মালা।

১। চাপ ৩০° এবং ব্যাসার্দ্ধ ৯ ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত?

১ম নিয়মানুসারে, ৩.১৪১৬
$\times$ ৯

১৮০ : ৩০ :: ২৮.২৭৪৪ :: ৪.৭১২৪ ফুট।

১ম সূত্রানুসারে, দ বা চাপের দৈর্ঘ্য

$$= \frac{৯ \times ৩০ \times ৩.১৪১৬}{১৮০} = \frac{৩ \times ৩.১৪১৬}{২} = ৪.৭১২৪ \text{ ফুট।}$$

২। চাপ ৩০° এবং জ্যা ৯ ফুট ৫ ইঞ্চ হইলে ঐ চাপ যে বৃত্তের অংশ তাহার ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। দ্বিতীয় সূত্রানুসারে ব্যাসার্দ্ধ = প্রায় ১৮ ফুট।

৩। যদি সমুদায় চাপের জ্যা খ ঘ-র পরিমাণ ৪.৬৫০৭৪ ফুট ও চাপার্দ্ধের জ্যা খ গ-র পরিমাণ ২.৩৪৯৩৭ ফুট হয়, তাহা হইলে চাপের দৈর্ঘ্য কত?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে,

$$
\begin{array}{r}
২.৩৪৯৩৭ \\
৮ \\
\hline
১৮.৭৯৪৯৬ \\
৪.৬৫০৭৪ \\
\hline
৩)\ ১৪.১৪৪২২ \\
\hline
\end{array}
$$

চাপের দৈর্ঘ্য = ৪.৭১৪৭৪ ফুট।

৪। চাপ ১২° ১৫´ বা ১২$\frac{১}{৪}$° ও ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট হইলে ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত?

উঃ। ১ম নিয়মানুসারে, ২.১২৩৩ ফুট।

সূত্র ৩য়। চাপ ৯০° অর্থাৎ বৃত্তের চতুর্থাংশের বেশী হইলে নিম্ন লিখিত সূত্রটী অবলম্বন করিতে হইবে। যথা,

খগঘ চাপের (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) চতুর্থাংশের জ্যা =

$\sqrt{\frac{১}{২} ব \left(ব - \sqrt{ব^২ - চ^২}\right)}$।

৫। যে গোল খিলানের জ্যা (খ ঘ) ৪৮ ফুট এবং উচ্চতা (গ চ) ১৮ ফুট তাহার দৈর্ঘ্য কত?

৭ম সম্পাদ্যের ১ম ও ২য় সূত্রানুসারে ব = ক গ-র পরিমাণ = ৫০ ফুট; এবং চ = খ গ = ৩০ ফুট; এইক্ষণে উপরি উক্ত সূত্রানুসারে, খ গ ঘ চাপের চতুর্থাংশের জ্যা =

$$\sqrt{২৫(৫০-\sqrt{৫০^২-৩০^২})} = ১৫.৮১১৩$$

এবং দ্বিতীয় নিয়মানুসারে, (১৫.৮১১৩ × ৮ — ৩০) ÷ ৩ = ৩২.১৬৩৫ ফুট = খ গ চাপ।

ইহার দ্বিগুণ ৬৪.৩২৭০ ফুট খ গ ঘ চাপের দৈর্ঘ্য।

এই প্রশ্নে কেবল দ্বিতীয় নিয়ম অবলম্বন করিয়া প্রক্রিয়া করিলে চাপের পরিমাণ ৬৪ ফুট হইবে অর্থাৎ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা প্রায় ৩ ইঞ্চ ক্ষুদ্র হইবে।

৬। চাপ ৪৫ অংশ ও ব্যাস ৪ ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ১.৫৭০৮ ফুট।

৭। বৃত্তাংশ ২১° ২০′ ও ব্যাস ৬ হাত হইলে, ঐ বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ১.০৯৭ হাত।

৮। বৃত্তের ব্যাস ৫ ফুট হইলে, তাহার ৪ ফুট পরিমিত চাপে কত অংশ থাকিতে পারে?

বৃত্ত পরিধি ৩৬০ অংশের চাপ, সুতরাং প্রশ্নোল্লিখিত বৃত্ত = ৫ × ৩.১৪১৬; ∴

$১°$ এর চাপ = $\frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩৬০}$; অতএব নির্দিষ্ট চাপের অংশ সংখ্যা = ৪ ÷ ১° এর চাপ = ৪ ÷ $\frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩৬০}$

= ৯১.৬৭৩° = ৯১° ৪০′ ২২″।

৯। বৃত্তের ব্যাস ১৫ হাত হইলে ও চাপের দৈর্ঘ্য ১৪ হাত তাহার অংশ পরিমাণ কত?

উঃ। ১০০° ১৬′ ২″।

৯ম সম্পাদ্য।

বৃত্তান্তর্গত কোন জ্যার প্রান্ত হইতে কিয়দ্দূর অন্তরে লম্ব উত্তোলন করিলে তাহার পরিমাণ নির্দ্ধারিত করিতে হইবে।

খ ঘ জ্যার ঘ প্রান্ত হইতে (পূর্ব্বপ্রতিকৃতি দেখ) ঘ ছ দূরে ছ জ একটা লম্ব টানা হইয়াছে. ইহার পরিমাণ স্থির করিতে হইবে।

জ ছ বৃদ্ধি করিয়া ম ঝ-কে চ ঘ-র সমান্তরাল করিয়া টান এবং ম জ সংযুক্ত কর। এইক্ষণে ম ঝ জ সমকোণিক ত্রিভুজ, জ ঝ^2 = ম জ^2 — ম ঝ^2, কিন্তু ম জ = ব্যাসার্দ্ধ ও ম ঝ = চ ছ ∴ জ ঝ^2 = $\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2$ — (চঘ—ছঘ)^2

মূলাকর্ষণ করিয়া

$$\text{জ ঝ} = \sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2 - (\text{চঘ}-\text{ছঘ})^2} = \text{জ ছ} + \text{ছ ঝ}$$

পক্ষ নয়ন করিয়া

$$\text{জ ছ} = \sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2 - (\text{চঘ}-\text{ছঘ})^2} - \text{চম} \because \text{চম} = \text{ছঝ}$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2 - (\text{চঘ}-\text{ছঘ})^2} - (\text{মগ}-\text{গচ})$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2 - (\text{চঘ}-\text{ছঘ})^2} + \text{মগ} - \text{গচ}$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{\text{ব্যাস}}{২}\right\}^2 - (\text{চঘ}-\text{ছঘ})^2} + \frac{\text{ব্যাস}}{২} - \text{গচ}$$

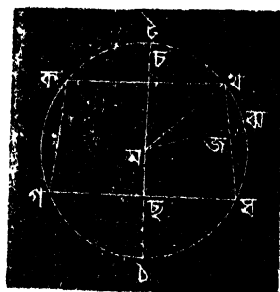
১০ম সম্পাদ্য।

যে মণ্ডলের সমান্তরাল দুইটী জ্যা কখ, গঘ এবং বিস্তার চছ পরিজ্ঞাত আছে তাহার ব্যাস কত নির্ণয় করিতে হইবে।

সূত্র। যদি অ = ½ কখ = কচ, অ' = ½ গঘ = গছ প = চছ এবং ব = ব্যাস টঠ = ২ × মখ বা ব্যাসার্দ্ধ, তাহা হইলে,

$$ব = \sqrt{\left\{ প^2 + ২(অ^2 + অ'^2) + \left(\frac{অ'^2 - অ^2}{প} \right)^2 \right\}};$$

এবং $কগ = খঘ = \sqrt{(প^2 + অ' - অ^2)}$, আর

$$জঝ = \tfrac{১}{২}ব - \tfrac{১}{২}\sqrt{\left\{ (অ' + অ)^2 + \left(\frac{অ'^2 - অ^2}{প} \right)^2 \right\}}$$

উদাহরণ মালা।

১। কোন বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল বাহুর পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ৭ ফুট হইলে, বৃত্তব্যাসের পরিমাণ কত হইবে?

$$ব বা ব্যাস = \sqrt{\left\{ ৭^2 + ২(৪^2 + ৩^2) + \left(\frac{৪^2 - ৩^2}{৭} \right)^2 \right\}}$$

$$= \sqrt{৪৯ + ৫০ + ১} = ১০ ফুট।$$

২। উপরি উক্ত উদাহরণে খঘ জ্যার এবং জঝ উচ্চতার পরিমাণ কত নির্ণয় কর?

১ম সূত্র দ্বারা ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিয়া ২য় ও ৩য় সূত্র অবলম্বন কর।

খ ঘ $= \sqrt{(৭^২ + ৪ — ৩)} = \sqrt{৪৯ + ১} = ৭.০৭$ ফুট,

এবং জ ঝ $= \frac{১}{২}১০ — \frac{১}{২}\sqrt{\left\{(৪+৩)^২ + \left(\frac{৪^২ — ৩^২}{৭}\right)^২\right\}}$

$= ৫ — \frac{১}{২}\sqrt{৪৯ + ১} = ১.৪৬৫$ ফুট।

৩। মণ্ডলের দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ১ ফুট হইলে ব্যাস কত হইবে?

উঃ। ১০ ফুট।

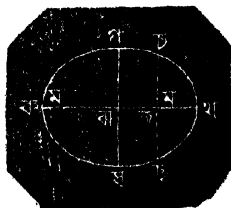
৪। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটী সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ১৬ এবং ১২ ফুট, আর বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ ২০ ফুট, ঐ কটিবন্ধের বিস্তার কত? উঃ। ১৪ ফুট।

১০ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের নিম্নলিখিত চারিটী অংশের মধ্যে কোন তিনটীর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে অবশিষ্টটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

ক খ গরিষ্ঠ ব্যাস, গ ঘ লঘিষ্ঠ ব্যাস, জ ঝ এবসিসা এবং চ জ অরডিনেট।

সূত্র। যদি গ অক্ষর দ্বারা গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ঝ খ, ল অক্ষর দ্বারা লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ গ ঝ, অ অক্ষর দ্বারা এবসিসা এবং আ অক্ষর দ্বারা অরডিনেট নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$অ = \frac{গ}{ল}\sqrt{ল^২ — আ^২},\ আ = \frac{ল}{গ}\sqrt{গ^২ — অ^২},$$

$$গ = \frac{ল \times অ}{\sqrt{ল^২ — আ^২}},\ এবং\ ল = \frac{গ \times আ}{\sqrt{গ^২ — অ^২}};$$ আর

কেন্দ্র হইতে অধিশ্রয়ের অন্তর ঝ ম $= \sqrt{গ^২ - ল^২}$।

উদাহরণ মালা।

১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০ ফুট, লঘিষ্ঠ ব্যাস ২০ ফুট, এবং এবসিসা ৩ ফুট, তাহার অরডিনেটের পরিমাণ কত ?

দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

অরডিনেট চ জ $= আ = \frac{১০}{১৫}\sqrt{১৫^২ — ৩^২} = ৯.৭৯৮$ ফুট।

২। গরিষ্ঠ ব্যাস ৭০ ফুট, লঘিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ফুট এবং অরডিনেট ২০ ফুট হইলে, এবসিসা কত হইবে ?

উঃ। প্রথম সূত্রানুসারে, এবসিসা জ ঝ = ২১ ফুট।

৩। গরিষ্ঠ ব্যাস, অরডিনেট এবং এবসিসা ক্রমশঃ ১৮০, ১৬ ও ৫৪ ইঞ্চ হইলে লঘিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে ?

উঃ। ৪র্থ সূত্রানুসারে, লঘিষ্ঠ ব্যাস = ৪০ ইঞ্চ।

৪। লঘিষ্ঠ ব্যাসের মান ৫০ ফুট, অরডিনেট ২০ ফুট এবং এবসিসা ২১ ফুট হইলে, গরিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে ?

উঃ। তৃতীয় সূত্রানুসারে, গরিষ্ঠ ব্যাস = ৭০ ফুট।

৫। গরিষ্ঠ ব্যাস ক খ ১০০ গজ, এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস

গ ঘ ৬০ গজ হইলে ঋ কেন্দ্র হইতে ম অধিশ্রয় পর্য্যন্ত দূরত্ব পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। শেষের সূত্রানুসারে ঋ ম = ৪০ গজ।

৬। পৃথিবীর নিরক্ষ বৃত্তস্থ ব্যাসের পরিমাণ ৭৮৯৯ মাইল এবং মেরুস্থ ব্যাস ৭৯২৬ মাইল হইলে যে বৃত্তাভাস পরিধি পৃথিবীর উভয় মেরু দিয়া গমন করে, তাহার দুই অধিশ্রয়ের দূরত্বপরিমাণ কত?

উঃ। ৬৫৪ মাইল; অথবা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে বৃত্তাভাসের অধিশ্রয় পর্য্যন্ত ৩২৭ মাইল।

১২শ সম্পাদ্য।

বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস-পরিমাণ জানা আছে উহার পরিধিপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস দুইটীর সমষ্টির অর্দ্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর। গুণফল পরিধি-পরিমাণের প্রায় সমান হইবে।

২য় নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস সমষ্টির অর্দ্ধেকের সহিত তদুভয়ের বর্গ সমষ্টির অর্দ্ধেকের মূল যোগ করিয়া সেই যোগ ফলের অর্দ্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল পরিধি-পরিমাণের প্রায় সমান হইবে।

উদাহরণ মালা।

১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ১৫ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ১০ ফুট, তাহার পরিধিপরিমাণ কত?

উঃ। প্রথম নিয়মানুসারে ৩৯ ফুট ৩½ ইঞ্চ।

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মানুসারে প্রায় ৩৯ ফুট ৭ ইঞ্চ।

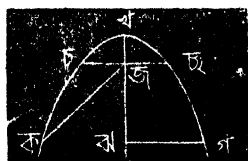
যদি গরিষ্ঠ ব্যাসের খ প্রান্ত হইতে খ জ অন্তরে জ চ একটী লম্ব উত্তোলন করা যায় তাহা হইলে জ চ-র পরিমাণ নিম্নলিখিত সমানুপাতে নিরূপিত হইবে।

$খঝ^2 : ঝগ^2 :: খজ \times জক : জচ^2$, সমানুপাতের নিয়মানুসারে $খঝ^2 \times জচ^2 = ঝগ^2 \times খজ \times জক$,

$$\therefore জচ^2 = \frac{ঝগ^2}{খঝ^2} \times খজ \times জক$$

$$অথবা\ জচ = \frac{ঝগ}{খঝ} \sqrt{খজ \times জক}$$

১৩শ সম্পাদ্য।

ক খ গ ক্ষেপণী ক্ষেত্র, জ অধিশ্রয়, এই ক্ষেত্রের চ ছ পরিমিতি, খ ঝ এবসিসা অর্থাৎ সর্ব্বাধিক বিস্তার ও ঝ গ অরডিনেট অর্থাৎ তলার্দ্ধ রেখা; এই রেখাত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটীর পরিমাণ জানা থাকিলে অবশিষ্টটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

যদি চ ছ পরিমিতি প অক্ষর দ্বারা, খ ঝ এবসিসা আ অক্ষর দ্বারা ও ঝ গ অরডিনেট অ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ

করাযায়, তাহা হইলে সূত্র গুলি এই রূপে লিখিত হইতে পারে। যথা—

$$আ = \frac{অ^2}{প}, অ = \sqrt{প.আ}, এবং\ প = \frac{অ^2}{আ}।$$

উদাহারণ মালা।

১। ক খ গ ক্ষেপণী ক্ষেত্রের পরিমিতি ৮ ছ ৫০ ফুট এবং অরডিনেট ঝ গ ৬০ ফুট, উহার এবসিসা খ ঝ-র পরিমাণ কত?

উঃ। ১ম সূত্রানুসারে এবসিসা বা আ $= \frac{অ^2}{প} = \frac{৬০^2}{৫০} =$ ৭২ ফুট।

যে রেখা বৃত্তাভাসের কেন্দ্র দিয়া না যাইয়া তাহার পরিধির উভয় পার্শ্বে সমাপ্ত হয় এবং তাহার ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তাহাকে এই ব্যাসের ডবল বা দ্বিত্ব অরডিনেট কহে। আর বৃত্তাভাসের কেন্দ্র হইতে অরডিনেট পর্য্যন্ত দূরত্ব পরিমাণকে এবসিসা কহে।

বৃত্তাভাসের লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ ব্যাসের তৃতীয় অনুপাতীয়কে পরিমিতি কহে।

যে রেখার উভয় প্রান্ত ক্ষেপণী ক্ষেত্রের কুটিল রেখার দ্বারা সীমাবদ্ধ হয় এবং যাহা কোন ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ড হয় তাহাকে এই ব্যাসের দ্বিত্ব অরডিনেট কহে। আর ব্যাসের যে অংশ অরডিনেট দ্বারা ছেদিত হয় তাহাকে এবসিসা কহে।

১। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের পরিমিতি ১০ হাত ও অর-ডিনেট ৪ হাত তাহার এবসিসার পরিমাণ কত?

উঃ। ১.৬ হাত।

৩। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের এবসিসা ৪ হাত এবং অর-ডিনেট ১০ হাত তাহার পরিমিতির পরিমাণ কত?

উঃ। ২৫ হাত।

১৪শ সম্পাদ্য।

কোন ক্ষেপণী ক্ষেত্রের সর্ব্বাধিক বিস্তার ও তলার্দ্ধ রেখার পরিমাণ জানা আছে, তাহার চাপের দৈর্ঘ্যপরি-মাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

যদি অ অক্ষর দ্বারা তলার্দ্ধ রেখা ও আ দ্বারা সর্ব্বাধিক বিস্তার নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে

$$\text{খ গ চাপার্দ্ধ} = \text{প্রায়} \sqrt{\tfrac{৪}{৩}\text{আ}^২ + \text{অ}^২}$$

উদাহরণ মালা।

১। খ জ ৩ ফুট ও জ ছ ৬ ফুট হইলে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের চাপার্দ্ধ খ চ-র পরিমাণ কত?

উঃ। $\text{খ চ} = \sqrt{\tfrac{৪}{৩}৩^২ + ৬^২} = $ ৬ ফুট ১১ ইঞ্চ।

২। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের এবসিসা ২ হাত ও অর-ডিনেট ৬ হাত তাহার চাপার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। ৬.৪২৯১ হাত।

লীলাবতীর প্রশ্ন।

১। ভুজপরিমাণ ১২ হইলে কোটি এবং কর্ণ অকরণী * হয় এমত কএক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ১৬, ২০। ৯, ১৫। ৩৫, ৩৭ ইত্যাদি।

২। কর্ণপরিমাণ ৮৫ হইলে ভুজকোটি অকরণী হয় এমত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ৫১, ৬৮। ৪০, ৭৫।

৩। ভুজকোটি এবং কর্ণ অকরণী হয় এমত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দ্দেশ কর।

উঃ। ৩, ৪, ৫। ৫, ১২, ১৩। ১২, ১৬, ২০।

৪। ৩২ হাত উচ্চ একটা বাঁশ ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, বায়ুর বেগে অকস্মাৎ কোন স্থলে ভগ্ন হওয়াতে ভগ্নাংশ নত হইয়া পড়িয়া বাঁশের মূলের ১৬ হস্ত দূরে ভূমিসংলগ্ন হইল, এইক্ষণে মূল হইতে কত হাত উচ্চে ঐ বাঁশ ভগ্ন হইয়াছে? উঃ। ১২ হস্ত।

৫। ৯ হাত উচ্চ এক স্তম্ভের মূলে একটী সর্পের গর্ত্ত আছে। স্তম্ভের যত পরিমাণ তাহার তিন গুণ দূর হইতে সর্প গর্ত্তে আসিতেছে, এমন সময়ে স্তম্ভোপরি উপবিষ্ট এক ময়ূর তাহা দেখিয়া সর্পের উপরে আসিয়া পড়িল যে স্থলে ময়ূর সর্পকে ধরিল তাহা স্তম্ভাগ্র হইতে যত

* যে রাশির মূল আকর্ষণ করিতে হইলে কোন ভাগশেষ না থাকে তাহাকে অকরণী কহে।

দূর তথা হইতে প্রথম লক্ষ্য স্থানও তত দূর। এখন গর্ত্ত হইতে কত দূরে সর্প ধরা পড়িল?

উঃ। ১২ হস্ত দূরে।

৬। একটী কমল কলিকা কোন হ্রদের গর্ভ হইতে উঠিয়া জলের উপর বিতস্তি পরিমাণ উন্নত ছিল, পরে বায়ুর মন্দ মন্দ সঞ্চালনে ক্রমশঃ নত হইয়া দুই হস্ত দূরে গিয়া জল মগ্ন হইল। এইক্ষণে ঐ জল কত গভীর ছিল তাহা স্থির কর?

উঃ। ৩¾ হাত।

৭। কোন কীর্ত্তি স্তম্ভের তল হইতে এক শত হস্ত উর্দ্ধে দুই ব্যক্তি উপবিষ্ট ছিল, এবং সেই স্তম্ভের মূলের দুই শত হস্ত দূরে এক জলাশয়ের কুলে একটী বড় ষোল মাছ নড়িতেছে দেখিয়া, ঐ দুই ব্যক্তির মধ্যে এক জন নামিয়া জলাশয়ে মাছের নিকট আসিল, অপর ব্যক্তি না নামিয়া স্তম্ভের উপর আরো কিয়দ্দূর পর্য্যন্ত সোজা উঠিয়া কর্ণ পথে ঐ মাছকে লক্ষ্য করিয়া একটী শর নিক্ষেপ করিল, কিন্তু প্রথম ব্যক্তি ও শরটী সমান পথ ভ্রমণ করিয়াছিল। এইক্ষণে দ্বিতীয় ব্যক্তি স্তম্ভের উপর কত দূর পর্য্যন্ত উঠিয়াছিল?

উঃ। ৫০ হস্ত।

৮। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভুজ ও কোটি পরিমাণের অন্তর ৭ এবং কর্ণপরিমাণ ১৩ হইলে ভুজ কোটির পৃথক্ পৃথক্ পরিমাণ কত?

উঃ। ৫, ১২।

৯। দুইটী বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে আছে, একটী ১৫ হস্ত উচ্চ অন্যটী ১০ হস্ত উচ্চ, উভয়ের অগ্র সূত্র

দ্বারা পরস্পরের মূলের সহিত সংযুক্ত হইলে যে স্থলে দুই সূত্রের সম্পাত হইবে তাহার উন্নতি কত?

উঃ। ৮ হাত।

১০। যে বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২০০০, তাহার ভিতরে অঙ্কিত সমবাহুক ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ কত?

উঃ। ১৭৩২$\frac{১}{২০}$

১১। ঐ রূপ বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক চতুর্ভুজের পরিমাণ কত? উঃ। ১৪১৪$\frac{২১}{১০০}$

১২। ঐ রূপ বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক পঞ্চভুজ ও ষড়ভুজের পরিমাণ কত? উঃ। ১১৭৫$\frac{৪}{৭}$, ১০০০।

১৩। ঐ রূপ বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহুক সপ্তভুজ, অষ্টভুজ ও নবভুজ প্রত্যেকের পরিমাণ কত?

উঃ। ৮৬৭$\frac{৭}{৯}$, ৭৬৫$\frac{৩}{৮}$, ৬৮৪$\frac{১}{২৫}$।

১৪। বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২৪০ হস্ত নিরূপিত আছে, এবং পরিধি সমান অষ্টাদশ অংশে বিভক্ত আছে, এইক্ষণে তাহার একাংশ, দুই অংশ, তিন অংশ ইত্যাদি নবাংশ পর্য্যন্ত পৃথক্ পৃথক্ চাপের জ্যার পরিমাণ কি হইবে?

উঃ। ৪২, ৮২, ১২০, ১৫৪, ১৮৪, ২০৮, ২২৬, ২৩৬, ২৪০।

ক্ষেত্রব্যবহার।

প্রথম ভাগ।

ব্যবহারিক জ্যামিতি।

পরিভাষা ও জ্যামিতির অবলম্বভূত মৌলিক তত্ত্ব।

যে বিদ্যা দ্বারা রেখা, ধরাতলিক ক্ষেত্র ও নিটল বা ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের পরিমাণ জানা যায়, তাহাকে জ্যামিতি শাস্ত্র কহে। যত প্রকার পদার্থ আমাদিগের দৃষ্টি-গোচর হয় সকলেরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটী পরিমাণ আছে। এই পার্শ্বস্থিত ক্ষেত্রটী এক খানি গুঁড়িকাষ্ঠের প্রতিরূপ, ইহার কখ দৈর্ঘ্য, খঘ বিস্তার ও খঝ বেধ। এই তিনটী পরিমাণের একটী পরিত্যাগ করিয়া কেবল দুইটী (যথা দৈর্ঘ্য ও বিস্তার) গ্রহণ করিলে, কখঘজ পৃষ্ঠকে ধরাতল

কহে (ধরাতল ক্ষেত্রের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে)। অপর এই ধরাতলিক ক্ষেত্রের দুইটী পরিমাণের একটীকে পরিত্যাগ করিয়া অন্যটীকে গ্রহণ করিলে, পার্শ্ব কখ বা খঘ-কে রেখা কহে। অপর যদি রেখা এমত হ্রস্ব হইয়া যায় যে, তাহার দৈর্ঘ্য আর পরিমাণযোগ্য হয় না, তাহা হইলে সেই রেখার সর্ব্বোত্তর প্রান্ত অথবা তাহার অন্ত্য চিহ্নকে বিন্দু কহা যায়। অতএব স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, বিন্দুর বৃদ্ধির দ্বারা রেখা উৎপন্ন হইতে পারে, রেখার বৃদ্ধি দ্বারা যদি কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হয় তাহা হইলে ধরাতল উৎপন্ন হয়, এবং ধরাতল উপর্য্যধো-ভাবে সচল অথবা ঘূর্ণিত হইলে নিটন ক্ষেত্র উৎপন্ন হয়। এতদ্দ্বারা নিম্নলিখিত তিনটী পরিভাষা প্রাপ্ত হওয়া যায়।

১। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার বা বেধ কিছুই অনুভব হয় না, তাহাকে বিন্দু বলে।

২। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে তাহাকে রেখা কহা যায়। যথা ক।

অনুমান। রেখাদিগের দুই প্রান্ত দুইটী বিন্দু ; রেখা-দিগের সম্পাত স্থলও বিন্দু।

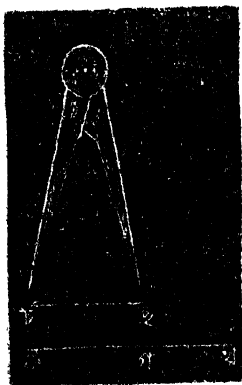
৩। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে তাহাকে ধরাতল কহে। যথা চছজঝ (১১ পৃষ্ঠা দেখ)।

অনুমান। ধরাতলের সীমা রেখা ; এবং একটী ধরাতল অপর একটীকে ছিন্ন করিলে সে অবচ্ছেদনেতেও রেখার উৎপত্তি হয়।

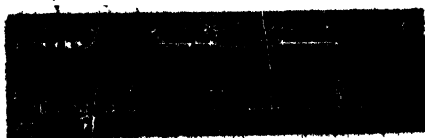
৪। সর্ব্বতোভাবে একাভিমুখী রেখাকে সরল বা ঋজু রেখা কহে। যথা কখ। ক ——— খ

অনুমান। দুইটী ঋজুরেখা দ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইতে পারে না।

৫। যে সকল ঋজু রেখা এরূপ ভাবে সংস্থিত থাকে যে, তাহাদিগের দুই মুখ অবিশ্রান্ত বৃদ্ধি করিলে কোন দিকেই তাহাদিগের পরস্পর সংস্পর্শ হয় না, তাহারা সমান্তরাল রেখা। ক ——— খ, গ ——— ঘ

কোন ভূমিখণ্ডের পরিমাণ করিতে হইলে প্রথমতঃ তাহার দীর্ঘতাআদির পরিমাণানুসারে রেখা পাত করিতে হয়, অনন্তর কম্পাস দ্বারা সেই রেখাদিগের পরিমাণ নির্ণয় হয়। যথা, কখ রেখা হইতে যদি চছ-র তুল্য এক অংশ ছেদ করিতে হয়, তাহা হইলে কম্পাসের মুখ চছ রেখার সমান বিস্তার করিয়া কখ হইতে কগ এক অংশ ছেদ করিলে কগ, চছ-র ঠিক সমান হইবে।

কোন রেখার পরিমাণ করিতে হইলে কোন এক নির্দ্দিষ্ট রেখাকে (যথা হাত বা গজ) একক স্বরূপ স্থির করিয়া ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় করিতে হয়।

গজ, স্কেল বা মানদণ্ড নির্ম্মাণ।

কখ এক খানি কাগজ অথবা এক কাষ্ঠিকা। একটা কম্পাস লইয়া তাহার মুখ অল্প বিস্তার করিয়া এই কাগজ বা কাষ্ঠিকার উপর কগ পর্য্যন্ত ক্রমশঃ দশবার ঘুরাইয়া আন, পরে কম্পাসের বিস্তার কগ-র সমান করিয়া উক্ত কাগজ বা কাষ্ঠিকার উপর গ চিহ্ন হইতে ১০, ২০, ৩০, ইত্যাদি কতিপয় অংশ চিহ্নিত কর। যদি কগ-র এক একটী অংশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের গ হইতে ১০ চিহ্ন পর্য্যন্ত দশ একক হইবে, ২০ পর্য্যন্ত বিশ একক হইবে, ইত্যাদি। আর যদি কগ-র প্রত্যেক অংশকে দশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের প্রত্যেক অংশের পরিমাণ শতক হইবে। পুনশ্চ যদি কগ-র পরিমাণ এক একক হয়, তাহা হইলে কগ-র প্রত্যেক অংশ এককের দশ ভাগের একভাগ হইবে। যথা কগ এক ফুট হইলে খগ পাঁচ ফুট হইবে এবং কগ-র প্রত্যেক অংশ এক ফুটের দশাংশের এক ভাগ হইবে।

৬। অসমান্তর রেখাদ্বয়ের সংস্পর্শে কোণের উৎপত্তি হয়। যথা কখগ। কখ ও খগ দ্বারা উৎপন্ন কোণকে কখগ বা গখক কহিতে হয়, অর্থাৎ কোণাগ্রে (যেখানে সরল রেখাদ্বয়

খ ক গ

সংস্পর্শ হয়) অঙ্কিত অক্ষরকে মধ্যাক্ষর করিয়া পড়িতে হয়।

৭। একটী ঋজুরেখা অন্য একটী ঋজু রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইলে উভয় পার্শ্বের কোণকে সমকোণ কহা যায়। যথা: কখগ ও কখঘ।

৮। সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণকে লঘু বা সূক্ষ্ম কোণ কহে। যথা চখঘ।

৯। সমকোণ অপেক্ষা বৃহৎ কোণকে স্থূল কোণ কহে। যথা চখগ। গখ ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত গ ধরিয়া যদি তাহাকে এমত ঘুরাইয়া দেওয়া যায় যে, সে থকস্থানে উপস্থিত হয়, তাহা হইলে, তাহার প্রাথমিক অবস্থিতি খগ ও বর্ত্তমান অবস্থিতি থক-র সহিত যে অবনতি উৎপন্ন হয়, তাহাকে গখক কোণ কহে। আবার ঋজুরেখা গখ, ঘ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিলে ডাইনদিকে যে কোণটী উৎপন্ন হয়, তাহা কখঘ দ্বারা ব্যক্ত হয়। মনে কর, দুইটী কোণ গখচ ও চখঘ-র মধ্যে ডানিদিকের চখঘ কোণ লঘু ও বামদিকের চখগ কোণ গুরু। এবং খচ ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত চ ধরিয়া যদি তাহাকে ক্রমাগত বামদিকে ঘুরান যায়, তাহা হইলে ডানিদিকের কোণটী বৃদ্ধি ও বামদিকের কোণটী হ্রাস হইতে থাকিবে, এবং ইহাও স্পষ্ট বোধ হইতেছে যে, ডানিদিকের কোণটী যতটুকু বৃদ্ধি হইবে, বামদিকের কোণটী ততটুকু হ্রাস হইবে। অতএব ক্রমাগত উভয়ের

ঐরূপ পরিবর্ত্ত হইতে থাকিলে, অবশ্যই কোন না কোন সময়ে ডানি ও বামদিকের দুইটী কোণই পরস্পর সমান হইবে। মনে কর, চ বিন্দু ক-তে উপস্থিত হইলে, ডানি ও বামভাগের দুইটী কোণ ঘখক ও গখক পরস্পর সমান হয়। তাহা হইলে ঐ দুইটী কোণের প্রত্যেককেই এক একটী সমকোণ কহা যায়।

অনুমান। সকল সমকোণই পরস্পর সমান।

ওলন মাটাম।

এক খানি কাষ্ঠখণ্ডে একটী সরল রেখা টানিয়া ঠিক ঐ রেখার উপর দিয়া এক গাছি ওলন দড়ি ঝুলাইয়া তাহাকে অপর এক কাষ্ঠখণ্ডের উপর লম্বভাবে সংযুক্ত করিলে ওলন মাটাম প্রস্তুত হয়। এই মাটাম কোন সমতল ভূমি বা জলের উপরিভাগে রাখিলে উক্ত অঙ্কিত রেখা ও ওলন দড়ি উভয়ে মিলিত হইয়া যাইবে। ভূমি সমতল না হইলে ওলন দড়ি নিম্নদিকে ঝুলিয়া পড়িবে। যথা পার্শ্বস্থিত প্রতিকৃতি।

স্থিরাসাম্য যন্ত্র।

কোন নির্দ্দিষ্ট স্থান সমতল কি বন্ধুর ইহা জানিবার নিমিত্ত পণ্ডিতেরা স্থিরাসাম্য নামে একটী যন্ত্র প্রস্তুত

করিয়াছেন। এই স্থলে ঐ যন্ত্রের চিত্রময় প্রতিরূপ প্রকাশিত হইল। কগ একটী কাচের নল, ইহার উভয়দিক রুদ্ধ, উহা সুরা দ্বারা প্রায় পরিপূর্ণ থাকে, কিঞ্চিৎ বায়ু প্রবেশ নিবন্ধন তন্মধ্যে একটী স্ফোট জন্মে। ঐ যন্ত্র কোন অসমতল স্থানে স্থাপন করিলে, সুরা ঐ নলের নীচদেশে পতিত হয় এবং খ চিহ্নিত বুদ্বুদটী উপরে উঠিয়া থাকে। কিন্তু যখন ঐ নল কোন সমতল স্থলে স্থাপিত হয়, তখন ঐ বুদ্বুদটী নলের মধ্যস্থলে অবস্থিত হইয়া থাকে। কোন্ স্থান সমতল কি অসমতল, ঐ যন্ত্রদ্বারা অনায়াসে নিরূপণ করিতে পারা যায়। উল্লিখিত বিজ্ঞানসিদ্ধ যন্ত্র স্থপতিদিগের পক্ষে অত্যন্ত উপকারী।

মাটাম।

এক খানি কাষ্ঠখণ্ডের পার্শ্বে আর এক খানি কাষ্ঠ-লম্বভাবে সংযুক্ত করিলে মাটাম কহে। মাটাম দ্বারা সমকোণ উৎপন্ন করা গিয়া থাকে।

মাটাম ইংরাজী (T) টি অক্ষরের ন্যায় হইলে টি মাটাম কহে।

ত্রিকোণী।

কখগ একখানি ত্রিকোণাকার তক্তার এক পার্শ্ব খগ অপর পার্শ্ব কখ-র উপর লম্বভাবে থাকিলে অর্থাৎ কখগ সমকোণ হইলে ইহাকে ত্রিকোণী কহে। ইহাদ্বারা কাগজের উপর অনায়াসে লম্বরেখা অঙ্কিত করা যায়।

ঝাঁড় যষ্টি।

অল্প দূর পরিমাণ করিতে হইলে ভূমিতে ঝাঁড়যষ্টি দিতে হয়। এই যষ্টি লম্বে প্রায় দশ লিঙ্ক হইয়া থাকে এবং ভূমিতে প্রোথিত করিবার জন্য ইহার এক দিক সূচ্যাকার থাকে।

ক্রুশ দণ্ড।

ভূমিতে সমকোণ উৎপন্ন হয়, এরূপ রেখাপাত করিবার জন্য জরীপ আমিনেরা ক্রুশদণ্ডের ব্যবহার করিয়া থাকে। ক্রুশদণ্ড ৬ ইঞ্চ ব্যাস পরিমিত একটী গোলাকার বাক্স, এই বাক্সের দুইটী ছিদ্র পরস্পর সমকোণভাবে দুই

দিকে থাকে, যথা কখ ও গঘ। এই যন্ত্র ভূমিতে সংস্থাপন করিবার জন্য ইহার নিম্নে একটী কাঁড়দণ্ডি থাকে। যদি চ, ছ দুইটী ধ্বজার যোজক রেখার লম্ব টানিতে হয়, তাহা হইলে বাক্সের গঘ ছিদ্র দিয়া চ, ছ দুইটী ধ্বজাকে সমসূত্রে দেখিতে হইবে। পরে ছিদ্রের সমসূত্রে দুই দিকে দুইটী ধ্বজা প্রোথিত করিয়া এক রেখা পাত করিলে ঐ রেখা চছ রেখার লম্ব হইবে।

১০। তিনটী সরল রেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রের নাম ত্র্যস্র অথবা ত্রিভুজ। যথা কখগ।

১১। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী সমকোণ থাকে, তাহাকে সমকোণিক অথবা জাত্য ত্রিভুজ কহে। যথা কখগ।

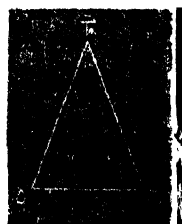
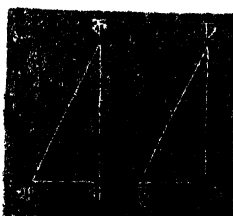
সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন বাহুকে কর্ণ কহে, অবশিষ্ট বাহুদ্বয়ের মধ্যে একের নাম ভূমি ও অপরের নাম কোটি। কখগ ত্রিভুজের কগ কর্ণ, কখ ভূমি এবং খগ কোটি।

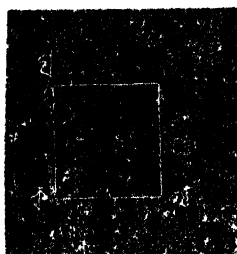
১২। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী স্থূল কোণ থাকে তাহাকে স্থূলকোণিক ত্রিভুজ কহে। যথা ভদথ।

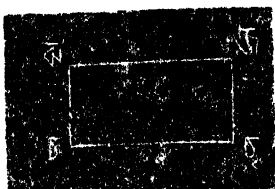
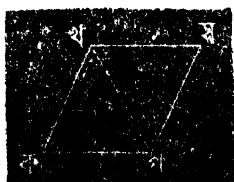
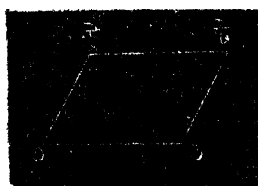
১৩। যে ত্রিভুজের তিনটী কোণই সূক্ষ্ম তাহাকে সূক্ষ্মকোণিক ত্রিভুজ কহে। যথা চছজ।

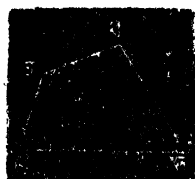
১৪। যে ত্রিভুজের তিনটী বাহুই সমান, তাহাকে সমবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা চছজ।

অনুমান সমবাহু ত্রিভুজের তিনটী কোণ পরস্পর সমান।

১৫। যে ত্রিভুজের দুই বাহু সমান তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা টঠড।

১৬। যদি দুইটী ত্রিভুজের কোণগুলি যথাক্রম সমান হয়, তাহা হইলে তাহাদিগকে তুল্যকোণিক বা সদৃশ ত্রিভুজ কহে, এবং তুল্যকোণের অভিমুখীন ভুজগুলিকে সমশীল অথবা সবর্গীয় বাহু বলে। যেমন

কখগ ও চছজ দুই ত্রিভুজে যদি ককোণ=চকোণ, গকোণ=জকোণ ও চকোণ =ছকোণ হয়, তাহা হইলে খগ-র সমশীল ছজ, কখ-র সমশীল চছ আর কগ-র সমশীল চজ হইবে।

১৭। চারি সরল রেখাবৃত ক্ষেত্রের নাম চতুরস্র বা চতুর্ভুজ। যে চতুর্ভুজের পরস্পর সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল তাহাকে সমান্তরিক কহে। যথা চছজঝ।

১৮। যে চতুর্ভুজের চারি বাহু সমান ও চারি কোণই সমকোণ, তাহাকে সমচতুর্ভুজ অথবা সমচতুরস্র বা বর্গক্ষেত্র কহে। যথা কখগঘ।

১৯। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় বিষম কিন্তু চারি কোণই সমকোণ তাহাকে আয়ত কহে। যথা চছজঝ।

২০। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বস কহে। যথা কখঘগ।

২১। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্ত্তী ভুজদ্বয় বিষম ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বয়েড কহে। যথা টঠডঢ।

রম্বস ও রম্বয়েড ক্ষেত্রের একটী কোণও সমকোণ নয়

২২। যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল নহে, তাহাকে ট্রাপিজিয়ম বা বিষম চতুর্ভুজ কহে। যথা তথদধ।

২৩। যে চতুর্ভুজের কেবল দুইটী সম্মুখীন বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাহাকে ট্রাপিজয়েড কহে। যথা পফবভ।

২৪। যে রেখা চতুর্ভুজের দুইটী অভিমুখীন কোণকে সংযুক্ত করে, তাহাকে কর্ণ কহে। যথা খগ।

২৫। কোন ক্ষেত্রের শৃঙ্গ হইতে ভূমিতে লম্বপাত করিলে সেই লম্বকে ক্ষেত্রের উন্নতি বলে। যথা গঘ।

সম্পাদ্য।

একটী প্রাচীর ২০ ফুট উচ্চ, তাহার নীচে ১৫ ফুট অন্তরে কত ফুট দীর্ঘ একখানা মৈ রাখিলে ঐ প্রাচীরের ঠিক উপরে লাগিবেক?

পূর্ব্বে আমিনদিগের ব্যবহার্য্য যে মানদণ্ড বা গজের বিষয় উল্লেখ করা গিয়াছে, সেই গজের ১৫র অংশ পর্য্যন্ত কম্পাস বিস্তার করিয়া কখ একটী রেখা পাত করিয়া পরে ত্রিকোণী মাটাম দ্বারা কখ-র উপর খগ

একটী লম্ব রেখা টান, এবং খগ-কে গজের ২০ অংশের সমান কর। এইক্ষণে কগ উক্ত গজ দিয়া পরিমাণ করিতে গেলেই ঐ কর্ণ রেখা গজের ২৫ অংশ পরিমিত হইয়াছে দেখিতে পাওয়া যাইবে। এই স্থলে ২৫ অংশ ২৫ ফুটের স্থানীয় হইল, কারণ পূর্ব্বে গজের এক এক অংশকে এক এক ফুট ধরিয়া লওয়া গিয়াছে। অতএব মোইএর পরিমাণ ২৫ ফুট হইবে।

২৬। চারির অধিক সরল রেখাদ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে বহুভুজ ক্ষেত্র কহে।

২৭। যে ক্ষেত্র এক কুটিল রেখাতে পরিবদ্ধ এবং যাহার অন্তরে এমত কোন বিন্দু আছে, যাহা ঐ রেখার সর্ব্বত্র হইতে সমদূর, তাহাকে বৃত্ত ও ঐ কুটিল রেখাকে পরিধি কহে। পরিধির অন্তরস্থ পূর্ব্বোক্ত ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র কহে। কগঘখঙ বৃত্ত পরিধি, ম কেন্দ্র।

একটী ঋজুরেখা কম-র এক প্রান্ত ম স্থির রাখিয়া অপর প্রান্ত ক ঘুরাইয়া পুনর্ব্বার প্রাথমিক স্থানে উপনীত করিলে বৃত্ত নিষ্কাশিত হয়। কম্পাসের মুখ যে পরিমাণে হউক বিস্তার করিয়া, একমুখ স্থির রাখিয়া অপর মুখ ঘুরাইয়া আনিলে একটী বৃত্ত অঙ্কিত হয়। বৃত্ত নিষ্কাশন করিবার রীতি হইতে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে যে, বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধগুলি পরস্পর সমান।

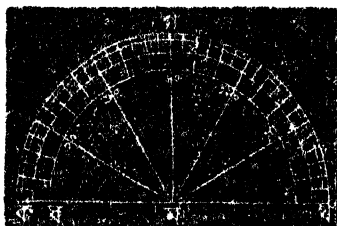
২৮। পরিধির কোন অংশের নাম চাপ বা ধনু। যথা গখ।

২৯। বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজুরেখা পরিধির উভয় পার্শ্বে সমাপ্ত হয়, তাহাকে ঐ বৃত্তের ব্যাস কহে। এবং কেন্দ্র হইতে পরিধি পর্য্যন্ত যে সরল রেখা টানা যায় (অর্থাৎ ব্যাসের অর্দ্ধাংশ) তাহার নাম কর্কটী বা ব্যাসার্দ্ধ কহে। কোন ব্যাস এবং তদবচ্ছিন্ন চাপের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে, তাহাকে অর্দ্ধবৃত্ত বা বৃত্তার্দ্ধ কহে। যে সরল রেখা চাপের উভয় পার্শ্ব সংযুক্ত করে, তাহাকে জ্যা কহে। জ্যা দ্বারা বৃত্ত দুই বিষম অংশে বিভক্ত হয়, এবং ইহার প্রত্যেককে (অর্থাৎ কোন সরল রেখা ও তদবচ্ছিন্ন চাপের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহাকে) বৃত্তখণ্ড কহে। কেন্দ্র হইতে দুই সরল রেখা অঙ্কিত হইলে, তন্মধ্যস্থ চাপের অন্তর্গত ক্ষেত্রকে বৃত্তচ্ছেদক বলে। এই ক্ষেত্রে কখ ব্যাস, গঙ ব্যাসার্দ্ধ, কগঘখ অর্দ্ধবৃত্ত, গঘ রেখা জ্যা, গঘ ও গকঙখগ প্রত্যেকে বৃত্তখণ্ড, আর গঙচ বৃত্তচ্ছেদক।

৩০। যদি একটী ঋজুরেখা বৃত্তে সংলগ্ন হইয়া প্রসারিত হইলেও বৃত্তকে ভেদ না করে, তবে ঐ রেখা বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে এমত কহা যায়, এবং তাদৃশ সরল রেখাকে স্পর্শনী বলে। কগঘখ বৃত্তার্দ্ধের বাহ্য পৃষ্ঠকে ন্যুব্জপৃষ্ঠ ও অভ্যন্তরীণ পৃষ্ঠকে কুব্জপৃষ্ঠ কহে।

৩১। এক কেন্দ্র হইতে ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে সকল বৃত্ত অঙ্কিত হয়, তাহাদিগকে এককেন্দ্র বৃত্ত কহে।

প্রট্রাকটিং স্কেল বা কোণমান গজ।

যদি বৃত্তকে ৩৬০ সমান ভাগে বিভাজিত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে অংশ কহে, এই অংশ সমূহের মধ্যে পাশাপাশি দুইটী অংশ হইতে ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত রেখা অঙ্কিত করিলে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহার পরিমাণ এক অংশ। ৩০ টী অংশ লইয়া দুইটী রেখা

ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত টানিলে যে কোণ হইবে, তাহার পরিমাণ ৩০ অংশ, অর্থাৎ এই কোণ পূর্ব্বোক্ত কোণ অপেক্ষা ৩০ গুণ বেশী হইবে; গম রেখা কম রেখার উপর লম্বভাবে আছে বলিয়া, গমক কোণকে সমকোণ বলা যায়। কগ চাপ বৃত্তের চতুরাংশের এক অংশ, এই জন্য উহার পরিমাণ = ৩৬০°-র ¼ = ৯০°। অর্দ্ধবৃত্তের পরিমাণ ১৮০°, অতএব উহা দুই সমকোণ তুল্য। যদি প্রত্যেক অংশ ৬০ সমান অংশে বিভাজিত এরূপ কল্পনা করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে কলা কহে, ও প্রত্যেক কলা ৬০ সমান অংশে বিভাজিত এরূপ কল্পনা করিলে প্রত্যেক ভাগকে বিকলা কহে। যে যে চিহ্নদ্বারা অংশ, কলা ও বিকলা ব্যক্ত হয়, তাহা ক্রমান্বয়ে বন্ধনীর মধ্যে লিখিত হইল (°), ('), (")।

প্রস্তাবিত কোণমান গজ হইতে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে যখ রেখার এক পৃষ্ঠে এক বিন্দু ম-তে যতগুলি কোণ-

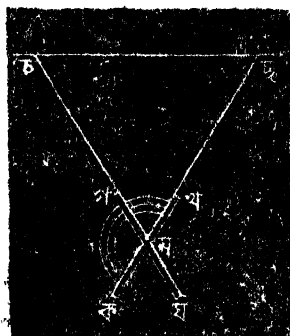
থাকে, তাহাদিগের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান। এই রূপে সরল ঋজুরেখার নিম্ন পৃষ্ঠের সকল কোণ গুলিও দুইটী সমকোণের সমান। অতএব একটী বিন্দুর চতুর্দ্দিকে যতগুলি কোণ থাকে তাহাদিগের সমষ্টি চারিটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান। একদ্বারা প্রতীতি হইতেছে যে, কোন ঋজুরেখার এক প্রান্ত স্থির রাখিয়া অপর প্রান্ত ঘুরাইয়া প্রাথমিক স্থানে উপনীত করিলে তাহার চারি সমকোণ মাত্র ভ্রমণ হয়।

যে গজের কথা উপরে উল্লিখিত হইল ইহাকে প্রট্রাক্টার অর্থাৎ কোণমান গজ কহে।

একখানা পিত্তলের পাতে উপরি লিখিত প্রতিরূপানুযায়ী একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর, এবং তাহাকে চিত্রানুরূপে বিভক্ত কর। তাহার পর ঐ বৃত্তার্দ্ধের ভিতরে একটী চতুষ্কোণ ক্ষেত্র করিয়া এবং উহার অংশ সমস্ত হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত যথাক্রমে রেখা অঙ্কিত করিয়া ঐ আবৃত ক্ষেত্রটি কাটিয়া লও। তাহা হইলে যে স্কেল অথবা গজ উৎপন্ন হইবে তাহা দ্বারা কোণ মাপিবার উপায় হইবে। কোন স্থানে কোণ নিষ্কাশন করিতে হইলে তথায় ঐ গজ বা মানদণ্ডের ম নামক কেন্দ্রস্থান সংস্থাপিত কর। পরে কোণ যে পরিমাণে করা আবশ্যক তাহা মানদণ্ডের অংশের সহিত ঐক্য করিয়া পেন্সিল দ্বারা রেখা টানিয়া দিলেই প্রয়োজন মত কোণ হইবে। বিদ্যালয়ের উপদেশের নিমিত্ত কোণমান গজ একখানা কাগজে বা তাসেও প্রস্তুত হইতে পারে।

কোন ক্ষেত্র মাপ করিবার সময় সরকম্‌ফরেণ্ট দ্বারা যে সকল কোণের পরিমাণ লওয়া যায় সেই সকল কোণ কোণমান যন্ত্র দ্বারা নক্সার কাগজে লিখিতে হয়। কোণমান যন্ত্র সামান্য মানরূপেও ব্যবহৃত হয়। সমানাংশে বিভক্ত দণ্ড প্রভৃতি যে সকল বস্তুকে সামান্য মান কহে, তাহার প্রত্যেক অংশ এক মানদণ্ডে কল্পনা করিলে কাহা নির্দ্ধারিত হইতে পারিবে।

থিওডোলাইট বা কোণমান যন্ত্র।

কোন চিহ্ন হইতে দূরস্থ দুইটী বস্তু পর্য্যন্ত দুই রেখা কল্পনা করিলে এই রেখাদ্বয় দ্বারা যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহার পরিমাণ এই যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে। এই যন্ত্র কিরূপ তাহা নিম্নে দেখা যাইতেছে। কগখ চিহ্ন দ্বারা যে বৃত্তার্দ্ধ প্রদর্শিত হইয়াছে তাহা

১৮০ সমান অংশে বিভাজিত। এই বৃত্তার্দ্ধের কেন্দ্রে একটী নল এরূপ কৌশলে সংস্থাপিত আছে যে, তাহা চতুর্দ্দিকে ঘুরিতে পারে। ঘ চিহ্নিত স্থান হইতে চ, ছ দুইটী বস্তু পর্য্যন্ত রেখা কল্পনা করিলে এই রেখাদ্বয় দ্বারা যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা পরিমাণ করিতে হইলে কোণমান যন্ত্রের মধ্যস্থান চঘছ কোণাগ্রের উপর সংস্থা-

পন করিয়া ক চিহ্নিত স্থান হইতে যন্ত্রস্থ নল দ্বারা ছ চিহ্নিত বস্তুকে লক্ষ্য করিতে হইবে। পরে নলটী-দ্বারা আবার চ চিহ্নিত বস্তুকে সমসূত্রে দেখা যায় এরূপে ঘুরাইয়া আনিতে হইবেক, অর্থাৎ যতক্ষণ কখ, গঘ-র সহিত মিলিত না হয়। এইক্ষণে মছ ও মচ দুই রেখা দ্বারা যে কোণ হইয়াছে তাহার পরিমাণ খগ চাপের পরিমাণের সমান হইবে, অর্থাৎ গ হইতে খ পর্য্যন্ত যত অংশ হইবে ঐ কোণেরও পরিমাণ তত হইবে।

৩২। কোন কোণ পরিমাণ করিতে হইলে কোণও অর্থাৎ মধ্যাক্ষরকে কেন্দ্র করিয়া কোণ উৎপাদক রেখাদ্বয়ের কোন একটীকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত নির্ম্মাণিত করিতে হইবে। পরে ঐ কোণের দুই পার্শ্বস্থ সরল রেখার মধ্যে যে চাপ থাকে, ঐ চাপ সমস্ত বৃত্তের যে অংশ হইবে, উক্ত কোণের পরিমাণ তত অংশ হইবে। যথা কখ একটী চাপ, ম ইহার কেন্দ্র, কখ চাপের যে পরিমাণ কমখ কোণেরও সেই পরিমাণ। যদি কখ চাপের পরিমাণ ৯০° ২৯′ ৪৮″ হয়, তাহা হইলে কমখ কোণের পরিমাণও ঐ হইবে। অতএব বৃত্তের চাপই কোণের মান।

সম্পাদ্য।

১ম। জরীপ আমীন যে স্থানে দণ্ডায়মান আছে (১৭ পৃষ্ঠা ১ম প্রতিকৃতি) অর্থাৎ ম তথা হইতে ছ পর্য্যন্ত যে

অন্তর তাহা না মাপিয়াও স্থির করা যাইতে পারে। মনে কর, ছমচ কোণের পরিমাণ ৪০ অংশ, ম হইতে চ-র অন্তর ৩০০ গজ, চ স্থানে কোণমাণ যন্ত্র রাখিয়া দেখিলে জানা যাইবে যে ছচম কোণ ৭০ অংশ। এইরূপে মছ-র দূরত্ব নিরূপণ করিতে হইবে।

১ম একটী রেখা পাত করিয়া উহাকে সমান অংশের মানদণ্ডের ৩০০ অংশের সমান কর। পরে কোণমানযন্ত্র দ্বারা মছ রেখা এরূপে পাত কর যে ছমচ কোণ ৪০° হয়, ও চছ এরূপে পাত কর যে ছচম কোণ ৭০° হয়। চছ ও মছ রেখা ছ স্থানে অবচ্ছেদ করিবেক। এইরূপে কম্পাস দ্বারা মছ পরিমাণ করিয়া মানদণ্ডে নিয়োগ করিলে প্রতীত হইবে যে, উহার পরিমাণ ৩০০ গজ, অর্থাৎ মানদণ্ডে যতগুলি একক হইবেক প্রত্যেক একক এক গজের স্থানীয় হইবে।

২য়। ক ও খ দুইটী বৃক্ষের মধ্যগত ব্যবধান পরিমাণ করিতে হইবে।

কোণমানযন্ত্র দ্বারা জানা যাইবে যে, যে স্থানে দণ্ডায়মান আছ সেই স্থানে কগখ কোণের পরিমাণ ১১০ অংশ। পরে গজ দ্বারা পরিমাণ করিলে গক রেখা ৩২ গজ ধার্য্য হইবে, এবং ক চিহ্নিত স্থানে গকখ

৪৫। খগ একটী পর্ব্বতোপরি একমন্দির, উহার তলায় যাইবার যো নাই। ঐ পর্ব্বতের উচ্চতা স্থির করিতে হইবে। জরীপ আমীন মনে কর, ক হইতে ঘ পর্য্যন্ত ৭৬ ফুট পরিমাণ করিয়াছে। ক ও ঘ স্থানে কোণ-পরিমাপক দ্বারা পরিমাণ করিলে জানা যাইবে যে, গকখ ও গঘখ কোণদ্বয় পরস্পর ২৭° ও ৫২°। এইক্ষণে খগ মন্দিরের উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড লইয়া কঘ রেখাকে তাহার ৭৬ অংশের সমান কর। কোণমানযন্ত্র দ্বারা ঘগ ও কগ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে, খঘগ ও খকগ কোণদ্বয় পরস্পর ৫২ ও ২৭ অংশ হয়। ঘগ ও কগ রেখাদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু গ হইতে কখ রেখার উপর লম্বপাত করিয়া কম্পাস দ্বারা উহা পরিমাণ করিলে প্রতীত হইবে যে উহা মানদণ্ডের ৬৪ একক। মানদণ্ডের প্রত্যেক একক এক ফুটের স্থানীয় হইলে ঐ মন্দিরের উচ্চতা ৬৪ ফুট হইবে।

৬৩। জ্যামিতি সম্বন্ধীয় রেখা বা ক্ষেত্রের লক্ষণকে পরিভাষা কহে। "যে ত্রিভুজের দুইভুজ সমান তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে," এইস্থলে সমদ্বিভুজ ত্রিভুজের পরিভাষা হইল। ক্ষেত্র বিশেষের লক্ষণ করাটী পূর্ব্ব পক্ষ—অর্থাৎ

ক্ষেত্রের বক্তব্য প্রণালী নির্দ্দেশ করিয়া পশ্চাৎ উপসংহার বাক্যে প্রতিপন্ন করিতে হইবে। পূর্ব্বোক্ত সমদ্বিভুজ ত্রিভুজের লক্ষণ হইতে এই ধর্ম্মটী উপপাদিত হইতে পারে যে, উহার সমান বাহুর সম্মুখীন কোণগুলি পরস্পর সমান।

প্রতিজ্ঞা শব্দের অর্থ সাধ্য নির্দ্দেশ। সাধ্য দুই প্রকার, সম্পাদ্য ও উপপাদ্য।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন ক্রিয়া সম্পন্ন করিতে হইবে এমত প্রস্তাব করে, অর্থাৎ কোন ক্ষেত্র নির্ম্মাণ করিতে হইবে, অথবা কোন প্রশ্নের সিদ্ধান্ত করিতে হইবে, তাহাকে সম্পাদ্য কহে।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন সত্য সংস্থাপন করিতে হইবে এমন প্রস্তাব করে তাহাকে উপপাদ্য কহে।

এক বা বহু প্রতিজ্ঞা হইতে যে ফল উপলব্ধি হয়, তাহাকে অনুমান কহে।

প্রতিজ্ঞা সকল অধিকাংশই এই পঞ্চাঙ্গ সংযুক্ত হয়; যথা, সমান্য কথন; বিশেষ কথন; অঙ্কপাত; প্রমাণ; উপসংহার। হেতু প্রদর্শনের নাম প্রমাণ।

হেতু দুই প্রকার, অন্বয়ী হেতু এবং ব্যতিরেকী হেতু। যে প্রতিজ্ঞা সাধনে সাধ্যের যাথার্থ্য একবারে সপ্রমাণ হয়, সেই স্থলে অন্বয়ী হেতুর দ্বারা প্রতিজ্ঞা সিদ্ধ হইল, এমত বলা যায়। আর যেখানে সাধ্যের অযাথার্থ্য সপ্রমাণ করিবার নিমিত্ত তদ্বিপরীতের অযাথার্থ্য প্রতিপন্ন করিতে হয়, সে স্থলেই ব্যতিরেকী হেতুর প্রয়োগ হয়।

প্রতিজ্ঞার পূর্ব্বোক্ত তৃতীয় অঙ্গ, অর্থাৎ অঙ্কপাত করিবার জন্য যে কতিপয় প্রত্যক্ষ এবং স্বতঃপ্রমাণক সম্পাদ্যের প্রয়োজন হয় তাহাদের নাম স্বীকার্য্য। আর প্রতিজ্ঞার চতুর্থ অঙ্গ, অর্থাৎ প্রমাণের নিতান্ত উপযোগী, যে সমস্ত স্বতঃপ্রমাণক উপপাদ্য তাহার নাম স্বতঃসিদ্ধ। ইউক্লিড ঐ স্বীকার্য্য এবং স্বতঃসিদ্ধের সাহায্য ভিন্ন কুত্রাপি আর কোন প্রমাণ অবলম্বন করেন নাই।

স্বীকার্য্য কথা। ১। এক বিন্দু হইতে অন্য কোন বিন্দু পর্য্যন্ত ঋজু রেখা টানা যায়।

২। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখাকে সরল ভাবে যথেচ্ছ বৃদ্ধি করা যাইতে পারে।

৩। কোন বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া তাহা হইতে যথেচ্ছ দূরে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত আঁকা যাইতে পারে।

স্বতঃসিদ্ধ। ১। যে যে বস্তু প্রত্যেকে অপর কোন এক বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান।

২। সমান বস্তুতে সমান বস্তুর যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

৩। সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে অবশিষ্টদ্বয় সমান হয়।

৪। সমান সমান বস্তু পরস্পর বিষম বস্তুতে সংযুক্ত হইলে সমষ্টিদ্বয়ও বিষম হয়।

৫। বিষম বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে, অবশিষ্টদ্বয়ও বিষম হয়।

৬। যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর দ্বিগুণ, তাহারা পরস্পর সমান।

৭। যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর অর্দ্ধ, তাহারা পরস্পর সমান।

৮। যে সমস্ত ক্ষেত্র পরস্পর মিলে, অর্থাৎ যাহারা ঠিক এক স্থান আবরণ করে তাহারা পরস্পর সমান।

৯। কোন বস্তু বা রাশি তাহার অংশ বিশেষের অপেক্ষা বৃহৎ।

১০। কোন বস্তু বা রাশি বিভাজিত হইলে তাহার অংশ সমুদয়ের সমষ্টি সেই বস্তু বা রাশির সমান।

১১। সমকোণ মাত্রেই পরস্পর সমান।

১২। দুই ঋজু রেখা যদি পরস্পরকে অবচ্ছেদিত করে, তাহা হইলে উভয়েই কোন ঋজু রেখায় সমান্তরাল হইতে পারে না।

গণিতের চিহ্ন নিরূপণ।

= এই চিহ্নের নাম সমিত। এক রাশির সহিত অন্য রাশির সাম্য থাকিলে তাহা এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশ করা হয়; যথা, ১২ ইঞ্চ এবং এক ফুট ইহারা পরস্পর সমান, ১২ ইঞ্চ = ১ ফুট।

+ এই পতাক চিহ্নের নাম ধন বা সংহিত। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে পরস্পরের সঙ্কলন করিতে হয়; যথা, ২ + ৩ = ৫।

—ইহার নাম ঋণ বা হীনিত। রাশি পরম্পরার ব্যবকলন সময়ে পরস্পরের মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয়; যথা, ৫—২=৩।

×এই বজ্রাকৃতি চিহ্নের নাম গুণ বা গুণক। দুই অথবা অনেকাধিক রাশির গুণন সময়ে এই চিহ্নের ব্যবহার হয়; যথা, ৫×৩=১৫। এই গুণ চিহ্নের পরিবর্ত্তে কখন এক বিন্দু মাত্র লেখা যায়; যথা ৫.৩=১৫।

যে রাশিকে গুণ করা যায় তাহার নাম গুণ্য।

যদ্দ্বারা গুণন ক্রিয়া সম্পন্ন হয় তাহার নাম গুণক।

গুণ করিয়া যাহা হয় তাহার নাম গুণফল।

কোন রাশি সেই রাশিদ্বারা গুণিত হইলে যে ফল লব্ধ হয় উহাকে রাশির বর্গ কহে, যেমন ৫এর বর্গ ২৫।

কোন একটা রাশিকে সেই রাশি দিয়া গুণ করিয়া ঐ গুণফলকে পুনর্ব্বার ঐ রাশি দিয়া গুণ করিলে যে ফল লব্ধ হয়, তাহাকে ঐ রাশির ঘন কহে; যথা, ৫×৫×৫=১২৫।

কোন রাশিকে সেই রাশি দ্বারা পুনঃ পুনঃ গুণ করিলে যত বার গুণ করা যায়, তত সংখ্যক অঙ্ককে ঐ রাশির মস্তকের ডানদিকে ক্ষুদ্রাকারে লিখিলে সেই গুণফল ব্যক্ত হয়। যথা $৫^{২}=৫\times৫=২৫$; $৫^{৩}=৫\times৫\times৫=১২৫$; $\overline{৩+৪}|^{২}=৭^{২}=৪৯$; $৪(৫+৩)^{২}=৪\times৮^{২}=২৫৬$। এই ২, ৩ সংখ্যাকে ঘাত কহে; $৫^{২}$, ৫ রাশির দ্বিঘাত বা বর্গ। $৫^{৩}$, ৫ রাশির ত্রিঘাত বা ঘন, ইত্যাদি।

÷ এই চিহ্নের নাম ভাজক। যে যে রাশির মধ্যে এ চিহ্ন থাকে তাহার প্রথমকে দ্বিতীয় দ্বারা হরণ করিতে হয়; যথা ১৫÷৩=৫। ভাজ্য রাশি ভাজক রাশির উপরে থাকিলেও ঐ হরণের অর্থ বুঝায়, যথা $\frac{১৫}{৩}$ পড়িতে হইলে ৩ দ্বারা ১৫ হর পড়িবে।

যে রাশি ভাগ করা যায় তাহার নাম ভাজ্য।

যদ্দ্বারা ভাগ করা যায় তাহার নাম ভাজক।

ভাগ করিয়া যে ফল লব্ধ হয় তাহার নাম ভাগফল

ভাগের পর যাহা অবশিষ্ট থাকে তাহার নাম ভাগ

অনেক পৃথক্ ২ রাশি একত্র করিবার নিমিত্ত ( ), { }, [ ] এ — চিহ্ন ব্যবহৃত হয়; ইহাদিগকে বন্ধনী বা রেখা কহে, যথা, (৫+৪)×২=১৮; কিম্বা $\overline{৫+৪}$×২=১৮।

√ এই চিহ্নের নাম মূলজ বা মৌলিক। কোন রাশির বামদিকে এই চিহ্ন থাকিলে বুঝিতে হইবে যে, ঐ রাশির বর্গমূল নিষ্কাশিত করিতে হইবে, অর্থাৎ সেই রাশিকে এমন ভাগ করিতে হইবে যে, সেই ভাগফলকে দ্বিঘাত করিলে পূর্ব রাশি উৎপন্ন হইবে; যথা, √৩৬ ইহা দ্বারা ৩৬ এর বর্গমূল কত তাহা ব্যক্ত হইতেছে, সুতরাং √৩৬ =৬। এই চিহ্নের উপর ৩ থাকিলে ঘনমূল বুঝিতে হইবে, ইত্যাদি। এই মৌলিক চিহ্নের পরিবর্ত্তে কখন কখন রাশির সঙ্খ্যাকের ডানিদিকে $^{১}/_{২}$, $^{১}/_{৩}$ এই রূপ ভগ্নাংশগুলি ব্যবহৃত হয়; যথা, $৬৪^{\frac{১}{২}}$, $৬৪^{\frac{১}{৩}}$, ইহার দ্বারাও ৬৪ র বর্গ ও ঘন মূল প্রকাশিত হইয়া থাকে।

যদি রাশি পরম্পরার উপর রেখা অঙ্কিত থাকে, তবে ঐ রাশির সমুচ্চয় লইয়া বিহিত কার্য্য করিতে হইবে, আর সেই রেখার নাম শৃঙ্খল; যথা, ৩—২+৫ × ৬—৩ ইহার অর্থ এই যে ৩—২+৫ এই রাশি সমূহের ফলকে ৬—৩ এই রাশির ফলদ্বারা গুণ করিতে হইবে। কখ—গঘ × (কখ—গঘ), অথবা (কখ—গঘ)^2, ইহার অর্থ এই যে কখ—গঘ এই রাশি আপনার দ্বারা গুণ করিবে।

যদি কোন রাশির বর্গ বা ঘন মূল নিষ্কাশন করিতে হয়, এবং সেই মূল সম্পূর্ণ নির্ণয় না হয়, অর্থাৎ যত দূর প্রক্রিয়া করা যাউক না কেন, কিছু না কিছু ভাগশেষ থাকে, এবং কেবল মূলমাত্র স্থির হয়, তবে সেই মূলের প্রতিরূপকে করণী ও অমেয় রাশি কহা যায়।

এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনুপাত। অনুপাত চিহ্ন প্রকাশার্থে কয়েক বিন্দুর ব্যবহার হয়, যথা, ঃ ঃঃ ঃ। এই চিহ্নগুলি রাশি সকলের মধ্যে থাকিলে তাহাদের পরস্পর যেরূপ সম্বন্ধ তাহা ব্যক্ত হয়; যথা, ২ ঃ ৫ ঃঃ ৮ ঃ ২০; ইহা এরূপে পাঠ করিতে হয়, ২এর সহিত ৫এর যে সম্বন্ধ বা অনুপাত ৮এর সহিত ২০ এরও সেই সম্বন্ধ বা অনুপাত।

এক রাশি অন্য রাশির দ্বারা শুদ্ধ ভাজ্য হইলে সেই ভাজ্য রাশিকে ঐ অন্য রাশির অপবর্ত্ত্য কহে, যথা ১৬, ৪ এর অপবর্ত্ত্য, কারণ ১৬, ৪এর ঠিক চতুর্গুণ, সুতরাং ইহার শুদ্ধ ভাজ্য।

এক রাশি অন্য রাশির শুদ্ধ ভাজক হইলে তাহাকে ঐ রাশির অপবর্ত্তক কহে; যথা, ৪, ১৬র অপবর্ত্তক।

যে চিহ্ন দ্বারা "তজ্জন্য" "এই নিমিত্ত" "অতএব" এই প্রকার অর্থ বোধ হয়, তাহার আকৃতি এই ∴

যে চিহ্ন দ্বারা "যেহেতু" এই অর্থ বোধ হয়, তাহার আকৃতি এই ∵

দুই রাশির মধ্যে পূর্ব্বেরটী পরের রাশি অপেক্ষা গুরু বুঝাইলে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয় >; ইহার নাম গুরুতর; আর লঘু বুঝাইলে < এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয়; ইহার নাম লঘুতর।

উপরি উক্ত চিহ্ন ব্যতীত আর কতকগুলি চিহ্ন ক্ষেত্রব্যবহারে প্রয়োগ হইয়া থাকে।

কোণ, ত্রিভুজ এবং সমান্তরাল রেখা সম্বন্ধীয় কতিপয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

১ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই বাহু অপরের দুই বাহুর সহিত যথাক্রম সমান হয়, এবং ঐ দুই ত্রিভুজের সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটী কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুই ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

মনে কর, কখগ ও চছজ দুই ত্রিভুজের খগ ভুজ, ছজ ভুজের এবং কখ ভুজ, চছ ভুজের সমান, এবং কখগ কোণ চছজ কোণের সমান, তাহা হইলে কগ বাহু চজ বাহুর, খকগ কোণ ছচজ কোণের ও কগখ কোণ চজছ কোণের সমান হইবে।

যদি কখগ ত্রিভুজকে চছজ ত্রিভুজের উপর এই রূপে উপনিহিত করা যায় যে খ কোন, ছ কোণের উপরেই পড়ে এবং খগ ঋজু রেখাটী ছজ ঋজু রেখার উপরেই পড়ে, তাহা হইলে খ কোণ ছ কোণের সমান বলিয়া

মিলিয়া যাইবে, এবং খগ ঋজু রেখা ছজ ঋজু রেখার সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, ও একের প্রান্ত গ, অপরের প্রান্ত জ-র সহিত মিলিবে। আবার খ কোণ ছ কোণের সহিত মিলিলে কখ ঋজু রেখা চছ ঋজু রেখার ঠিক উপরে পড়িবে, এবং উভয়ে সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলেই গক ঋজু রেখার দুই বিন্দু গ ও ক, জচ ঋজু রেখার দুই বিন্দু জ ও চ-র সহিত মিলিল, সুতরাং রেখাদ্বয়ও পরস্পর মিলিল এবং কখগ সমুদায় ত্রিভুজ চছজ সমুদায় ত্রিভুজের সহিত সম্যক্ মিলিয়া পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইল।

২য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই কোণ অন্যের দুই কোণের সহিত যথাক্রম সমান হয়, এবং একের সমান কোণদ্বয়ের নেদিষ্ঠ ভুজ, অপরের তাদৃশ ভুজের সহিত সমান হয়, তবে ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

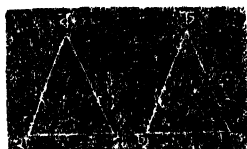
মনে কর, দুইটী ত্রিভুজ কখগ ও চছজ-র (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) কখগ কোণ চছজ কোণের সমান এবং কগখ কোণ চজছ কোণের সমান, আর ভুজ খগ, ছজ ভুজের সমান, তাহা হইলে কখগ ও চছজ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

কখগ ত্রিভুজ চছজ ত্রিভুজের উপর এই প্রকারে উপনিহিত কর যে খগ রেখা ছজ রেখার উপর পড়ে

ইক্ষণে কখগ কোণ চছজ কোণের সমান কল্পনা করা গিয়াছে, সুতরাং কখ রেখা চছ রেখার উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে, এবং কগখ কোণ চজছ কোণের সমান, সুতরাং কগ রেখা ও চজ রেখার উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলেই কখগ ত্রিভুজ চছজ ত্রিভুজের সহিত সম্যক্ মিলিয়া পরস্পর সমান হইল।

৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমবাহুর সম্মুখীন কোণ দুইটী পরস্পর সমান হইবে।

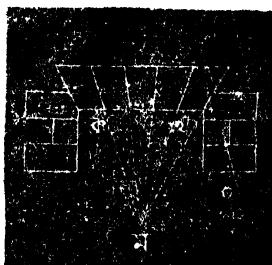
কখগ একটী ত্রিভুজ তাহার কখ ও কগ বাহুদ্বয় পরস্পর সমান, কখ ও কগ বাহুদ্বয়ের সম্মুখীন কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান।

মনে কর, চছজ আর একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ; ইহার চছ বাহু কখ বাহুর ও চজ বাহু কগ বাহুর সমান, এবং উভয় ত্রিভুজের সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটী কোণ ছচজ ও খকগ পরস্পর সমান, অতএব ১ম প্রতিজ্ঞানুসারে এই দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান; এবং কখগ কোণ চছজ কোণের সমান। পুনশ্চ, চছ বাহু কগ বাহুর এবং চজ বাহু কখ বাহুর সমান, এবং খকগ কোণ ছচজ কোণের সমান, অতএব এস্থলেও দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান এবং কগখ কোণ চছজ

টান; তাহাতে কখগ যে একটী ত্রিভুজ হইবে তাহা সমবাহু।

কখ ও কগ উভয়ে খগচ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং খগ ও খক উভয়ে কগছ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, সুতরাং কগ ও খগ প্রত্যেকে কখ রেখার সমান হওয়াতে ইহারা (১ম স্বতঃসিদ্ধানুসারে) পরস্পর সমান।

নিয়োগ।

চানচিকা খিলান প্রস্তুত করিবার নিয়ম।

কখ খিলানের পরিসর; ইহাকে কয়েকটী সমান অংশে বিভাজিত কর। পরে কখ রেখার নিম্নে সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর এবং ঐ ত্রিভুজের শীর্ষ কোণের ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম বিন্দু হইতে কখ রেখার বিভাগকৃত চিহ্ন গুলিতে সরল রেখা টানিলে খিলানের গ্রন্থিগুলি নিরূপিত হইবে।

৬ঠ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

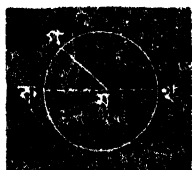
এক নির্দ্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ড, অর্থাৎ দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

কখগ এক নির্দ্দিষ্ট কোণ, খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে পরিমাণে হয় ব্যাসার্দ্ধ লইয়া কগ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক ও গ-কে কেন্দ্র করিয়া উক্ত ব্যাসার্দ্ধ অবলম্বন করিয়া দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। এই দুই

চাপের সম্পাতবিন্দু চ হইতে খ পর্য্যন্ত এক সরল রেখা টান। খচ রেখা দ্বারা কখগ কোণ দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইল। কচ ও গচ সংযুক্ত কর। খক=খগ, এবং চক=চগ এবং খচ রেখা খকচ ও খগচ দুই ত্রিভুজের সাধারণ ভূ, অতএব চতুর্থ প্রতিজ্ঞানুসারে এই দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং কখচ কোণ গখচ কোণের সমান, যদি খচক ত্রিভুজ খচ রেখার উপর মুড়িয়া ফেলা যায়, তাহা হইলে উহা গখচ ত্রিভুজকে সম্পূর্ণ রূপে আবৃত করিবে।

৭ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

যে কোণের কত অংশপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে তাহা কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

যে কোণ অঙ্কিত করিতে হইবে তাহার পরিমাণ যদি ৪১ অংশ হয়, তবে অংশমানদণ্ডের ৬০ অংশ পর্য্যন্ত কম্পাস বিস্তার করিয়া উহার এক পদ কম একটী সরল রেখার

ম বিন্দুতে রাখিয়া বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা কখগ। ইহা কম সরল রেখা-কে ক বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে উক্ত অংশ মানদণ্ডের ৪১° কম্পাস বিস্তার করিয়া ক বিন্দু হইতে বৃত্তের কগ অংশ ছেদ কর এবং গ ও ম সংযুক্ত কর। কমগ কোণ অংকিত হইল ইহার পরিমাণ ৪১°।

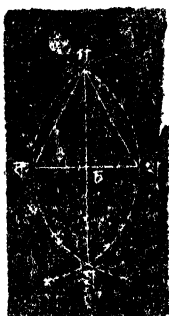
৮ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

রেখাদ্বয়ের সংস্পর্শে যে কোণের উৎপত্তি হয় তাহার পরিমাণ করিতে হইবে।

কম ও গম (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) দুই রেখার সংস্পর্শে যে কোণ হইয়াছে ইহার পরিমাণ করিতে হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া অংশমানদণ্ডের ৬০° ব্যাসার্দ্ধ লইয়া কখগ এক বৃত্ত অঙ্কিত কর, ইহা কম ও গম (আবশ্যক হইলে বৰ্দ্ধিত করিতে হইবে) রেখাদ্বয়কে ক ও গ বিন্দুতে ছেদ করিবে। পরে কম্পাসকে ক হইতে গ পর্য্যন্ত বিস্তার করিয়া উক্ত অংশমানদণ্ডে প্রয়োগ করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে কমগ নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ ৪১°।

৯ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

ক বিন্দুকে কেন্দ্র এবং কখ রেখাকে ব্যাসার্দ্ধ করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং খ কেন্দ্র হইতে খক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু গ ও ঘ এক সরল রেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে, ইহা কখ সরল রেখার মধ্যবিন্দু চ দিয়া যাইবে।

কগ ও খগ সংযুক্ত কর। ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞার ন্যায় ইহাতেও প্রমাণিত হইতে পারে যে কগঘ কোণ খগঘ কোণের সমান। এক্ষণে কগচ ও খগচ ত্রিভুজদ্বয়ে কগ রেখা খগ রেখার সমান, চগ সাধারণ বাহু, এবং কগচ কোণ খগচ কোণের সমান। অতএব কগচ ও খগচ দুইটী ত্রিভুজ (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) সর্ব্বতোভাবে সমান এবং কচ রেখা চখ রেখার সমান, সুতরাং চ বিন্দুতে কখ রেখা সমদ্বিখণ্ডিত হইয়াছে।

১০ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ সরল রেখার অন্তর্গত ঘ নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে তাহার উপর লম্ব টানিতে হইবে।

কখ মধ্যে কোন এক বিন্দু লও, যথা, চ এবং ঘখ হইতে ঘচ-র সমান এক অংশ কম্পাসদ্বারা ছেদ কর, যথা ঘছ। চ এবং ছ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চছ অপেক্ষা

বেশী ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। এই দুই চাপের পরস্পর সম্পাত বিন্দু গ-হইতে ঘ পর্য্যন্ত এক সরল রেখা টান। ঘগ, ঘ বিন্দু হইতে উঠিয়া কখ রেখার উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত হইল।

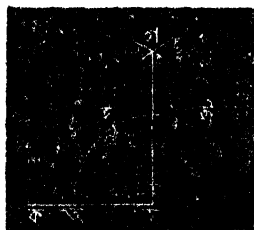
গচ ও গছ সংযুক্ত কর।

চগঘ ও ছগঘ ত্রিভুজে, চগ=ছগ, চঘ=ছঘ, এবং গঘ দুইটী ত্রিভুজের সামান্য বাহু, অতএব ৮র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে চগঘ ও ছগঘ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং গঘচ কোণ গঘছ কোণের সমান। ইহারাই গঘ রেখার পার্শ্বস্থ কোণ, অতএব প্রত্যেকে সমকোণ, সুতরাং ঘগ রেখা কখ রেখার উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত হইয়াছে।

দ্বিতীয়তঃ। কোন সরল রেখার এক প্রান্ত হইতে লম্ব টানিতে হইবে।

কঘ এক সরল রেখা, ইহার প্রান্তস্থ বিন্দু ঘ হইতে ইহার উপর লম্ব টানিতে হইবে। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঘক পর্য্যন্ত কিম্বা ঘক অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোন রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা অইঈ পরে একটী কম্পাস ঘঅ ব্যাসার্দ্ধের সমান বিস্তার করিয়া

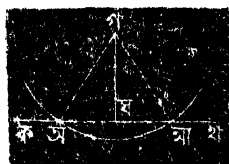
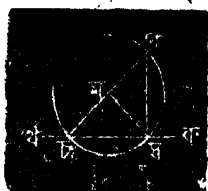
তদ্দ্বারা অইঈ বৃত্তাংশকে দুই বার ছেদ কর, যথা, ই, ঈ; পুনশ্চ ই ও ঈ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঈ হইতে ই পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত-

বিন্দু গ হইতে ঘ পর্য্যন্ত এক রেখা টান। ঘগ, কখ রেখার অন্তঃ বিন্দু ঘ হইতে উহার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল।

---

১১ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার উপর তদ্বহিঃস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে লম্ব টানিতে হইবে।

কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা, এবং গ উহার বহিঃস্থ এক বিন্দু. গ হইতে কখ রেখার উপর লম্ব টানিতে হইবে।

প্রথমতঃ। যখন বিন্দুটী রেখার মাঝামাঝি থাকে. তখন গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া কখ রেখাকে ছেদ করিতে পারে এরূপ একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, যথা, অআ; ইহা কখ রেখাকে অ এবং আ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে অ, গ ও আ, গ সংযুক্ত কর। অপর (৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) অগআ কোণকে গঘ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। গঘ সরল রেখা গ বিন্দু হইতে অঙ্কিত হইয়া কখ রেখার উপর লম্বভাবে সংস্থিত হইল। অঘগ ও আঘগ ত্রিভুজে অগ = আগ, ঘগ সমান্য বাহু এবং অগঘ কোণ আগঘ কোণের সমান, অতএব (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) এই দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং গঘঅ কোণ গঘআ কোণের সমান, ইহারাই গঘ রেখার দুই পার্শ্বস্থ কোণ অতএব প্রত্যেকে সমকোণ; সুতরাং গঘ রেখা কখ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইয়াছে।

দ্বিতীয়তঃ। নির্দ্দিষ্ট বিন্দুটী কখ রেখার এক পার্শ্ব ভাগে হইলে গ হইতে কখ রেখার উপর একটী রেখা

পাত কর, যথা গ অ; পরে গঅ কে ম বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, এবং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া মগ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা অঘগ; ইহা কখ রেখাকে ঘ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে গ ও ঘ এক সরল রেখাদ্বারা সংযুক্ত কর। গঘ গ বিন্দু হইতে কখ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল।

ঘম সংযুক্ত কর। অ ম = ম ঘ, অতএব ঘঅম কোণ মঘঅ কোণের সমান, এবং মঘ ও মগ সমান হওয়াতে মঘগ কোণ মগঘ কোণের সমান, সুতরাং সমুদায় অঘগ কোণ ঘঅগ ও মগঘ দুই কোণের যোগতুল্য।

অপর গঅঘ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কঘগ কোণ ঘঅম, অগঘ দুই কোণের যোগ তুল্য, অতএব অঘগ কোণ গঘক কোণের সমান সুতরাং (৭ম সংজ্ঞানুসারে) ইহার প্রত্যেকে সমকোণ।

এই উপপত্তি ১৯শ প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে হইবে।

অনুমান। একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা ও বিন্দুর মধ্যে যে লঘুতম দূরত্ব তাহাই ঐ রেখার লম্ব।

১২শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার তিন বাহু এরূপ তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে, যে ঐ রেখা ত্রয়ের যে দুইটী লও, তাহারা পরস্পর যোগে তৃতীয়টীর অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা তিনটী ৫, ৪ এবং ৩ গজ পরিমিত হউক, ইহাদের মধ্যে যে দুই রেখা লও, একত্র করিলে তৃতীয় হইতে অধিক হইবে, অর্থাৎ ৫ ও ৪, ৩ হইতে বৃহত্তর, ৪ ও ৩, ৫ হইতে বৃহত্তর, এবং ৫ ও ৩, ৪ হইতে বৃহত্তর। এমত এক ত্রিভুজ করিতে হইবে, যাহার এক বাহু ৫, এক বাহু ৪ ও এক বাহু ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান হইবে।

৫ গজ পরিমিত এক সরল রেখা ক খ ন্যাস কর, পরে ক কেন্দ্র করিয়া ৪ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক, এবং খ কেন্দ্র করিয়া ৩ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক। এই দুই বৃত্তের সম্পাত বিন্দু গ হইতে ক এবং খ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান, তাহাতে কখগ এক ত্রিভুজ হইবে, ইহার তিন বাহু ক্রমশঃ ৫, ৪, ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান।

১৩শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ভূমি, লম্ব ও ভূম্যোপরি লম্ব পাতনের স্থান নির্দ্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক গ ভূমি=৭, গঘ লম্ব=৩ এবং ক চিহ্ন হইতে লম্ব পাতনের দূরত্ব ক ঘ=২ চেন।

৭ চেন পরিমিত এক সরল রেখা কখ ন্যাস কর, এবং ক খ হইতে দুই চেন পরিমিত এক খণ্ড ছেদ কর, যথা ক ঘ। এবং ঘ বিন্দু হইতে তিন চেন পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা ঘ গ। পরে গ খ ও গ ক সংযুক্ত কর। ক খ গ ত্রিভুজ অঙ্কিত হইল।

---

১৪ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ এক সরল রেখা, গ ঘ অন্য একটী সরল রেখা তাহাতে সংলগ্ন হইয়া এক দিকে যে খ গ ঘ ও ঘ গ ক দুইটী কোণ বিস্তার করিয়াছে, তাহাদিগের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে পরিমাণে হউক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া খ ঘ চ ক একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, ক চ ঘ খ সার্দ্ধ-বৃত্ত বলিয়া খ গ ঘ + ঘ গ ক = ১৮০°, কিম্বা ২ × ৯০°, অর্থাৎ দুই সমকোণ তুল্য।

অন্য উপপত্তি। গ বিন্দু হইতে ক খ সরল রেখার উপর গ চ একটী লম্ব টান; অতএব ∠ চ গ ক + ∠ চ গ খ = ২ সমকোণ;

$\angle$ ঘগক $=\angle$ চগক + ঘগচ; এই দুই সমান রাশিতে $\angle$ ঘগখ যোগ করিলে, $\angle$ ঘগক + $\angle$ ঘগখ = $\angle$ চগক + $\angle$ চগঘ + $\angle$ ঘগখ = $\angle$ চগক + $\angle$ চগখ = ২ সমকোণ।

উদাহরণমালা।

১। যদি ঘগখ কোণের পরিমাণ ৪০° হয়, তবে তাহার ক্রোড়স্থ * কোণ ঘগক-র পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৪০°, কারণ $\angle$ ঘগক = ১৮০° — ৪০° = ১৪০°।

২। যদি খগঘ কোণের পরিমাণ ৩৫° হয়, তবে তাহার অনুপূরক কোণ ঘগচ এর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৫৫°; কারণ $\angle$ ঘগচ = ৯০° — ৩৫° = ৫৫°।

৩। ৩০° পরিমিত কোণ সমকোণের কত ভাগ?

উঃ। $\frac{১}{৩}$ ভাগ।

---

১৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুই সরল রেখার সম্পাতে প্রতীপ অর্থাৎ বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

---

* ঘগক কোণকে ঘগখ কোণের ক্রোড়স্থ কোণ কহে ও ঘগচ কোণকে ঘগখ কোণের অনুপূরক কোণ কহে।

মনে কর, ক খ ও চ জ এই দুই সরল রেখার সম্পাত ছ চিহ্নে হইয়াছে, এইক্ষণে ক ছ চ কোণ জ ছ খ কোণের সমান, এবং চছখ ও কছজ ইহারা পরস্পর সমান হইবে।

কছচ কোণ + চছখ কোণ = ২ সমকোণ, এবং খছজ কোণ + চছখ কোণ = ২ সমকোণ; কিন্তু যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান, অতএব ক ছ চ কোণ + চ ছ খ কোণ = খছ জ কোণ + চ ছ খ কোণ। এখন উভয় পক্ষ হইতে চছখ এই সাধারণ কোণটি বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট কছচ কোণ জছখ কোণের সমান হইবে। চছখ ও কছজ কোণ যে পরস্পর সমান ইহাও ঐ রূপে উপপন্ন হইতে পারে।

১ অনুমান। ইহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, দুই সরল রেখা পরস্পর অবচ্ছিন্ন হইলে অবচ্ছেদ চিহ্নতে যে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহারা একত্র যোগে চারিটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

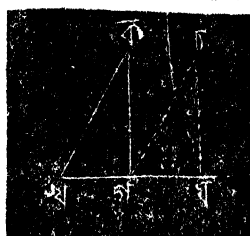
২ অনুমান। অতএব যত সরল রেখা পরস্পর এক চিহ্নে অবচ্ছিন্ন হয়, তাহাতে যে যে কোণ উৎপন্ন হয়, সকল একত্র করিলে চারি সমকোণ তুল্য হইবে।

নিয়োগ।

১ম। কোন নদী পার না হইয়া তাহার প্রস্থ পরিমাণ করিতে হইবে।

১৬ শ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য।

ত্রিভুজের কোন বাহু বৃদ্ধি করিলে তাহার বাহিরে যে কোণটী হয় তাহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ কোণ দ্বয়ের প্রত্যেকের অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

কখগ একটী ত্রিভুজ ইহার যে কোন বাহুকে যথা খগ, ঘ পর্যান্ত বৃদ্ধি কর; এইক্ষণে কগঘ বাহ্য কোণ গখক এবং খকগ অন্তরীণ প্রতীপ কোণদ্বয়ের প্রত্যেক

হইতে বৃহৎ হইবে। যদি কখগ ত্রিভুজকে খগঘ সরল রেখার উপর এমত প্রকার সরিয়া দেওয়া যায় যে খ কোণ গ বিন্দুতে আইসে, তাহা হইলে প্রতীয়মান হইবে যে শীর্ষ কোণ ক, কগ রেখার ডাইন দিকে কোন বিন্দুতে আসিবে, যথা চ; এবং কাজে কাজেই গচ রেখা কগঘ কোণের মধ্যে থাকিবে, অর্থাৎ কগঘ কোণ চগঘ কোণ হইতে বৃহৎ হইবে। কিন্তু চগঘ কোণ=কখগ কোণ; সুতরাং বহিঃস্থ কোণ কগঘ অন্তরস্থ কখগ কোণ হইতে বৃহৎ।

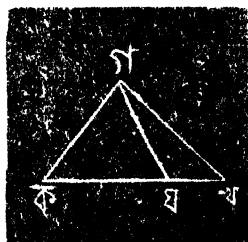
এই রূপে কগ বাহু বৃদ্ধি করিলে কগঘ কোণ খকগ কোণ হইতে বৃহৎ ইহা উপপন্ন হইবে।

উপরি উক্ত প্রতিজ্ঞার সাধন হইতে এই স্বতঃসিদ্ধটী উপলব্ধি হইতেছে যে, যদি কগঘ কোণ কখগ কোণ অপেক্ষা বৃহৎ হয়, তাহা হইলে গক ও খক রেখা খগ

রেখার উপর পৃষ্ঠে কোন না কোন স্থানে অবশ্য সংলগ্ন হইবে।

১৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

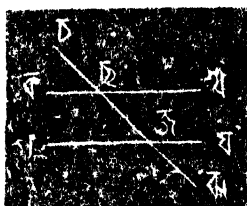
ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর সম্মুখে যে কোণটী থাকে তা অপর কোন কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

কখগ এক ত্রিভুজ তাহার কখ বাহু কগ বাহু হইতে বৃহত্তর, কগখ কোণও কখগ বা খকগ কোণ হইতে বৃহত্তর।

কখ হইতে কগ রেখার সমান এক খণ্ড ছেদ কর যথা, কঘ, এবং গঘ সংযুক্ত কর। কঘগ, খঘগ ত্রিভুজের বাহ্য কোণ, সুতরাং ইহা অন্তর্বর্তী প্রতীপ কোণ ঘখগ হইতে বৃহত্তর। কিন্তু কঘগ ও কগঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান, কারণ কখ ও কগ রেখাদ্বয় পরস্পর সমান; তন্নিমিত্তে কগঘ কোণও কখগ কোণ হইতে বৃহত্তর। পরন্তু কগখ, কগঘ হইতে বৃহৎ সুতরাং ইহা কখগ হইতে আরো বৃহত্তর হইবে। এই রূপে কখ হইতে খগ রেখার সমান এক খণ্ড ছেদ করিলে উপপাদিত হইতে পারে যে, গ কোণ ক কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

অনুমান। ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের সম্মুখে যে বাহু থাকে তাহা অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

১৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

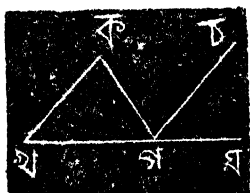
দুই সমান্তরাল সরল রেখার উপর আর একটী সরল রেখার সম্পাত হইলে একান্তরীত দুইটী কোণ সমান হইবে, ও এক পার্শ্বের বাহ্য কোণ অন্তরীণ প্রতী কোণের সমান হইবে। আর এক পার্শ্বের দুই অন্তরীণ কোণের সমষ্টি দুইটী সমকোণের সমষ্টির সমান হইবে।

কখ ও গঘ দুই সমান্তরাল রেখা, চঝ তাহাদের উপর পড়িয়াছে। কছজ, ছজঘ একান্তরিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান, এবং বহিঃস্থ কোণ চছখ অন্তরস্থ প্রতীপ কোণ ছজঘ-র সমান। এবং এক পার্শ্বের দুই অন্তরস্থ কোণ খছজ ও ছজঘ একত্র যোগে দুই সমকোণের সমষ্টির সমান।

যদি কছজ কোণ ছজঘ কোণাপেক্ষা বৃহৎ হয় তবে কখ ও গঘ, খ, ঘ, দিকে বৃদ্ধি পাইলে (১৬শ প্রতিজ্ঞার স্বতঃসিদ্ধানুসারে) উভয়ে সংযুক্ত হইয়া একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে। আর বিপরীত অর্থাৎ লঘু হইলে ক, গ অভিমুখে একটী ত্রিভুজ হইবে। অতএব যদি কখ ও গঘ রেখাদ্বয় কোন দিকেই পরস্পর সংস্পর্শ না করে তবে কছজ ও ছজঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান হইবে অপর কছজ কোণ চছখ কোণের সমান; কিন্তু কছজ কোণ ছজঘ কোণের সমান, সুতরাং চছখ কোণ=ছজঘ

কোণ। এবং ইহাতে খচজ কোণ যোগ করিলে চজখ কোণ+খচজ কোণ=খচজ কোণ+চজগ কোণ। পরন্তু চজগ ও খচজ কোণ দুই সমকোণ তুল্য, সুতরাং খচজ+চজখ দুই সমকোণ তুল্য।

১৯শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ত্রিভুজের বাহ্য কোণ ক গ ঘ ইহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ দুই কোণের সমষ্টির সমান; অর্থাৎ ক গ ঘ কোণ=ক খ গ কোণ+খ ক গ কোণ। অপর ত্রিভুজের তিনটী অন্তরীণ কোণ অর্থাৎ ক খ গ, খ গ ক এবং গ ক খ সমবেত হইয়া দুই সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

গ বিন্দু দিয়া খ ক রেখার সমান্তরাল গ চ রেখা টান। তাহা হইলে পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞানুসারে ∠ চ গ ঘ=∠ ক খ গ; এবং ∠ চ গ ক=∠ গ ক খ। ইহাদের সমষ্টি করিলে ∠ চ গ ঘ+∠ চ গ ক=∠ ক খ গ+∠ গ ক খ, অর্থাৎ ∠ ক গ ঘ=∠ ক খ গ+∠ গ ক খ। পরে এই দুইটী সমান রাশির প্রত্যেক দিকে ∠ ক গ খ যোগ কর, তাহা হইলে ∠ ক গ খ+∠ ক গ ঘ=∠ ক খ গ+∠ গ ক খ+∠ ক গ খ। কিন্তু ∠ ক গ খ+∠ ক গ ঘ=দুই সমকোণ। ∴ ∠ খ+∠ ক+∠ ক গ খ=দুই সমকোণ, অর্থাৎ ১৮০°।

উদাহরণমালা।

১। যদি ∠ ক = ২৫°, ও ∠ খ = ৪২°, তবে ক গ ঘ কোণের পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ∠ ক গ ঘ = ২৫° + ৪২° = ৬৭°।

২। যদি বহিঃস্থ কোণ ক গ ঘ ৯৫° ও গ ক খ কোণ ৩৬° হয়, তাহা হইলে ক খ গ কোণের মান কত হইবে?

এই প্রশ্নে, ∠ খ + ∠ ক = ∠ ক গ ঘ, অর্থাৎ ∠ খ + ৩৬° = ৯৫°; এই সমান বস্তুর প্রত্যেক দিক হইতে ৩৬° বিয়োগ করিলে ক খ গ কোণের পরিমাণ ৫৯° হইবে।

৩। যদি ∠ খ = ৪৬°, এবং ∠ ক = ৮৪°, তাহা হইলে অবশিষ্ট ক গ খ কোণের পরিমাণ কত? এই প্রশ্নে, ৪৬° + ৮৪° + ∠ ক গ খ = ১৮০°, ∴ ∠ ক গ খ = ৫০°।

৪। যে ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের পরিমাণ পরস্পর ৫৫° ও ৭৩° হয়, তাহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত হইবে। উঃ। ৫২°।

৫। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমির কোণের পরিমাণ ২৭° হইলে শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৬৩°।

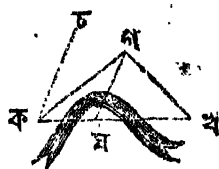
৬। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং লম্বের অভিমুখীন কোণদ্বয়ের সমষ্টি যে ৯০° তাহা প্রমাণ কর।

৭। সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের লঘু কোণদ্বয় যে প্রত্যেকে ৪৫°, তাহা প্রমাণ কর।

৮। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ ৫০° হইলে ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৬৫°।

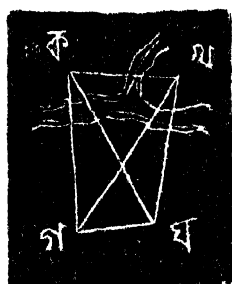
এই প্রতিজ্ঞা হইতে সিদ্ধ হইতেছে, যে সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ দুই সমকোণের তৃতীয়াংশের একাংশ এবং সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় প্রত্যেকে সমকোণের অর্দ্ধেক হয়।

নিয়োগ।

১ম। ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট স্থান পরস্পর কত দূর তাহা জানা আছে, যথা, কখ =১২ মাইল, খগ=৭ মাইল, এবং কগ=৮ মাইল। ক, খ

দুইটী স্থানের সংযোযক রেখা কখ-র অন্তর্গত ঘ স্থানে জরীপ আমীন দেখিলেন যে, খ ঘ গ কোণের পরিমাণ ৬০°। এইক্ষণে ঘ হইতে গ-র দুরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া একটী ত্রিভুজ নির্ম্মাণ কর ক বিন্দু দিয়া কচ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে খকচ কোণ ৬০° এর সমান হয়; গ বিন্দু দিয়া চক রেখার সমান্তরাল গঘ রেখা অঙ্কিত কর। গঘখ, ও চকখ কোণ পরস্পর সমান অর্থাৎ উভয়েই ৬০°। এইক্ষণে মানদণ্ড দ্বারা গঘ রেখা পরিমাণ করিলে নির্ণীত হইবে যে উহা ৫.৩ মাইল।

২য়। ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন করিবার উপায় না থাকিলে ইহাদের দূরত্ব কি রূপে নিরূপণ করিতে হইবে।

গ ঘ একটী তল রেখা অঙ্কিত করিয়া দেখিলাম যে উহার পরিমাণ ১৫০ গজ। ঘ চিহ্নিত স্থানে কোণমান যন্ত্র দ্বারা দেখিলাম যে ক ঘ গ ও ক ঘ খ কোণ পরস্পর ৪৫° ও ২২½°, এবং

গ চিহ্নিত স্থানে দেখিলাম যে খ গ ঘ ও খ গ ক কোণ পরস্পর ৬০° ও ৪৫°। এইরূপে ক খ-র দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা গঘ রেখা ১৫০ গজের সমান কর। ঘ চিহ্নিত স্থান হইতে ঘ ক ও ঘ খ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে গ ঘ ক ও ক ঘ খ কোণ পরস্পর ৪৫° ও ২২½° হয়। এবং গ চিহ্নিত স্থান হইতে গ খ ও গ ক এরূপে অঙ্কিত কর যে ঘ গ খ ও খ গ ক কোণ পরস্পর ৬০° ও ৪৫° হয়। গ খ ও ঘ খ রেখা খ স্থানে ছেদ করিবে ও গ ক ও ঘ ক রেখা পরস্পর ক স্থানে ছেদ করিবে; এইরূপে ক, খ সংযুক্ত করিয়া উক্ত মানদণ্ড দ্বারা পরিমাণ করিলে নির্ণীত হইবে যে উহা প্রায় ১৫৮ গজ।

২০শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটী ঋজুরেখার উপর অপর একটী পতিত হইলে, একান্তরিত কোণগুলি সমান হয়, তাহা হইলে প্রথমোক্ত দুইটী ঋজুরেখার উপর আর যত ঋজুরেখা পতিত হইবে, সকলেই সমান একান্তরিত কোণ উৎপন্ন করিবে।

মনে কর কখ, গঘ এই দুই ঋজুরেখার উপর ছট ঋজুরেখা পতিত হইয়া একান্তরিত দুইটী কোণ কছট ও ছটঘ পরস্পর সমান হইয়াছে। ঐ উভয়ের উপর যদি আর একটী ঋজুরেখা ঠজ পতিত হয়, তাহা হইলে একান্তরিত দুইটী কোণ কঠজ ও ঠজঘ পরস্পর সমান হইবে।

কছট কোণ=ছটঘ কোণ, অতএব উভয় পক্ষে টছঠ কোণ যোগ করিলে, কছট কোণ+টছঠ কোণ=ছটঘ কোণ+টছঠ কোণ; কিন্তু < কছট+< টছঠ=দুই সমকোণ, অতএব < ছটঘ+< টছঠ=দুই সমকোণ; কিন্তু ছজ যুক্ত করিয়া দুইটী ত্রিভুজ উৎপন্ন করিলে, ছটজ ত্রিভুজের ছজট, ছটজ ও টছজ এই তিনটী কোণ সমবেত হইয়া দুই সমকোণ তুল্য হইবে, অতএব ছজট, ছটজ ও টছজ এই তিনটী কোণ=ছটঘ অথবা ছটজ কোণ+টছঠ কোণ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ করিয়া ছজট কোণ=জছঠ কোণ। এই উভয় রাশিতে ছজঘ যোগ কর; তাহা হইলে ছজট+ছজঘ কোণ=জছঠ+ছজঘ কোণ;

কিন্তু ছজট+ছজঘ কোণ=দুই সমকোণ তুল্য, অতএ জছঠ+ছজঘ কোণ=দুই সমকোণ। এইক্ষণে ছজঠ ত্রি ভুজের জঠছ+জছঠ+ছজঠ কোণ=২ সমকোণ, অতএ এই তিনটী কোণ=জছঠ+ছজঘ কোণ=জছঠ+ছজঠ+ ঠজঘ কোণ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ করিয়া জঠছ=ঠজঘ কোণ। তাহা হইলে আর দুই একান্তরিত কোণ খঠজ ও ঠজগও পরস্পর সমান, কার জঠছ+খঠজ কোণ=দুই সমকোণ=ঠজঘ+ঠজগ, কি উপদর্শিত প্রক্রিয়ানুসারে জঠছ কোণ=ঠজঘ কো অতএব সমানে বিয়োগ করিয়া, খঠজ=ঠজগ কোণ অন্যান্য ঋজুরেখাস্থলেও এইরূপ উপপত্তির প্রতিপাদ করা যাইতে পারে।

২১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

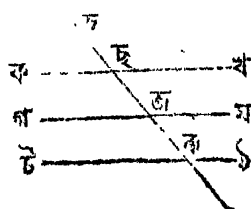
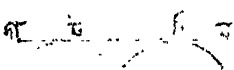
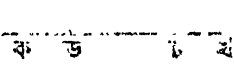
যদি একটী ঋজু রেখা অপর দুইটী ঋজু রেখার উপ পতিত হইয়া একান্তরিত দুইটী কোণ সমান উৎপ করে, তাহা হইলে শেষোক্ত দুইটী ঋজুরেখা সমান্তরা হইবে।

মনে কর, চছজঝ একটী ঋজুরেখা (১৮শ প্রতিজ্ঞা প্রতিকৃতি দেখ) কখ ও গঘ দুইটী অপর ঋজুরেখার উপ পড়িয়া কছজ অথবা চছখ ও ছজঘ দুইটী একান্তরি কোণ সমান উৎপন্ন করিয়াছে, তবে কখ ও গ সমান্তরাল হইবে।

কখ ও গঘ রেখা খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না, যদি হয়, তবে তাহাতে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহার (১৬শ প্রতিঃ) বাহ্য কোণ কছজ অন্তরীণ প্রতীপ কোণ ছজঘ অপেক্ষা বৃহত্তর, কিন্তু ইহাদিগকে সমান কল্পনা করা গিয়াছে, সুতরাং ইহা অসাধ্য, এবং কখ ও গঘ-কে, খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না। ক, গ দিকেও যে সংলগ্ন হইবে না ইহাও ঐরূপে সম্পাদিত হইতে পারে, অতএব ঐ দুই রেখা প্রসারিত করিলেও কোন দিকে সংলগ্ন না হওয়াতে উহারা সমান্তরাল প্রতিপন্ন হইল।

২২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখ ও টঠ দুইটী ঋজুরেখা উভয়ে গঘ রেখার সমান্তরাল বলিয়া ইহারাও পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

মনে কর, চছজঝ একটী রেখা কখ, গঘ ও টঠ রেখার উপর পড়িয়াছে। এইক্ষণে কখ, গঘ-র সমান্তরাল বলিয়া চছখ কোণ চজঘ কোণের সমান; এবং গঘ, টঠ-র সমান্তরাল বলিয়া চঝঠ কোণ চজঘ কোণের সমান; সুতরাং (১ম স্বতঃ সিদ্ধানুসারে) চছখ কোণ চঝঠ কোণের সমান, অতএব (২১শ প্রতিজ্ঞানুসারে) কখ ও টঠ সমান্তরাল।

২৩শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

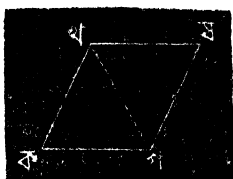
কখ নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা হইতে চ রেখা পরিমিত ব্যবধান দিয়া একটী সরল রেখা টানিতে হইবে, যাহা কখ রেখার সহিত সমান্তরাল হইবে।

কখ রেখার মধ্যে কোন দুইটী বিন্দু লও, যথা ড, ঢ; ড ও ঢ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ পরিমিত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ট ও ঠ দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। পরে ট, ঠ বৃত্তকে ছেদ না করিয়া কেবল স্পর্শ করে এরূপ গঘ একটী সরল রেখা অঙ্কিত কর। ইহাই কখ রেখার সমান্তরাল রেখা।

সমান্তরিক ও অন্য প্রকার চতুরস্র ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

২৪ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন বাহু ও কোণগুলি পরস্পর সমান, এবং তাহার কর্ণ টানিলে যে দুই ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তাহারাও পরস্পর সমান।

কখঘগ একটী সমান্তরিক ক্ষেত্র, খঘ ও কগ সমান্তরাল, খগ তাহাদিগকে স্পর্শ করিতেছে, অতএব ঘখগ ও কগখ দুই একান্তরিত কোণ সমান (১৮শ প্রতিঃ)। এই রূপে ঘগখ ও কখগ দুই একান্তরিত কোণ সমান। সুতরাং ঘখগ ও কখগ এই দুই ত্রিভুজের মধ্যে একটীর দুই কোণ ঘখগ ও ঘগখ ক্রমশঃ অন্যটীর দুই কোণ কগখ ও কখগ-র সমান, এবং ঐ সমান কোণদ্বয়ের নৈদিষ্ট বাহু খগ উভয় ত্রিভুজ সম্বন্ধে সাধারণ হওয়াতে (২য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘখগ ও কখগ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, সুতরাং খঘ=কগ, গঘ=কখ, এবং খঘগ কোণ খকগ কোণের সমান, সুতরাং সমুদায় ত্রিভুজ ঘখগ, সমুদায় ত্রিভুজ কখগ-র সহিত সমান। তাহা হইলেই এক একটী ত্রিভুজ, সমুদায় সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধের সহিত সমান হইল।

---

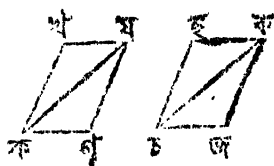
২৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

খঘ ও কগ দুই তুল্য এবং সমান্তরাল সরল রেখা, যদি কখ ও গঘ রেখা তাহাদের প্রান্তদ্বয়কে এক এক দিকে সংযুক্ত করে তবে তাহারাও সমান ও সমান্তরাল হইবে।

ঘখগ ও কগখ (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) ত্রিভুজে, ঘখগ কোণ=কগখ কোণ, ঘখ বাহু=গক বাহু, এবং গখ উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, সুতরাং ঐ দুই ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, এবং কখ=গঘ, ইত্যাদি।

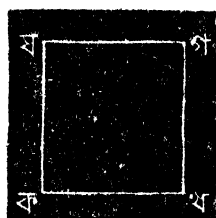
২৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখঘগ ও চছঝজ দুইটী সমান্তরিক ক্ষেত্রের যদি এক টীর নিকটস্থ দুই বাহু কগ ও গঘ অন্যের নিকটস্থ দুই বাহু চজ ও জঝ-র সহিত যথাক্রম সমান হয় এবং ঐ বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত কোণদ্বয় কগঘ ও চজঝ যদি পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

কগঘ এবং চজঝ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর (১ম প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান; এবং কখঘ ও চছঝ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর (২৪শ ও ৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান।

যদি কগঘখ এই সমান্তরাল চতুর্ভুজ চজঝছ সমান্তরাল চতুর্ভুজের উপর এমত প্রকারে রাখা যায় যে, কগ রেখা ঠিক চজ রেখার উপর পড়ে, তবে গঘ রেখা জঝ রেখার ও ঘ বিন্দু ঝ বিন্দুর উপর পড়িবে। এবং খকঘ ত্রিভুজ ঝচছ ত্রিভুজের উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে, সুতরাং সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সমান হইবে।

২৭শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

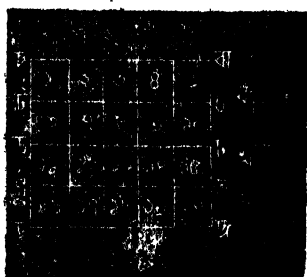
এমত এক বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যে, তাহার বাহু এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে।

কখ তিন টচু পরিমিত এক সরল রেখা। এমত এক বর্গক্ষেত্র নির্মাণ করিতে হইবে, যাহার বাহু চতুষ্টয় কখ রেখার সমান হইবে।

কখ রেখার এক প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে তিন ফুট পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা খগ (১০ম প্রতিজ্ঞা) এবং গ বিন্দু দিয়া গঘ, খক-র সমান্তরাল টান; এবং ক দিয়া কঘ, খগ-র সমান্তরাল টান; তাহাতে কখগঘ সমান্তরিক ক্ষেত্র হইবে। অতএব কখ=ঘগ, ও খগ=কঘ। অপর কখ ও খগ সমান হওয়াতে কখ, খগ, গঘ ও ঘক চারি রেখা প্রত্যেকে পরস্পর সমান, এবং নির্মিত কখগঘ সমবাহু সমান্তরিক ক্ষেত্র। আর তাহা সমকোণিও বটে, কারণ খগ রেখা কখ ও ঘগ সমান্তরালের উপর পড়িয়াছে, সুতরাং কখগ ও খগঘ দুই কোণ = দুই সমকোণের সমষ্টি; কিন্তু কখগ সমকোণ হওয়াতে খগঘও সমকোণ। অপর সমান্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন কোণ (২৪ শ প্রতিজ্ঞানুসারে) পরস্পর সমান, সুতরাং গঘক ও ঘকখ উহাদের অভিমুখীন কোণদ্বয় প্রত্যেকে সমকোণ; তন্নিমিত্ত কখগঘ সমকোণি ক্ষেত্র; আর ইহা যে সমবাহু তাহা পূর্ব্বে প্রদর্শিত হইয়াছে। অতএব ইহা সমচতুর্ভুজ বা বর্গক্ষেত্র ও ইহার বাহু নির্দ্দিষ্ট রেখার সমান।

অনুমান। সমান্তরিক ক্ষেত্রের মধ্যে একটী সমকোণ থাকিলে অপর গুলিও সমকোণ হইবে।

নিয়োগ।

একস্থান হইতে অন্য স্থান কত দূর তাহা পরিমাণ করিতে হইলে আমরা কেবল ব্যবধানের দৈর্ঘ্যই ধরিয়া থাকি প্রস্থ ধরি না। এরূপ পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ কহে। ভূমি প্রভৃতি দ্রব্যের ক্রয় বিক্রয় কালে দৈর্ঘ্য ধরিলে চলে না দৈর্ঘ্য, বিস্তার উভয়ই ধরা আবশ্যক। এরূপ পরিমাণকে ধরাতলিক পরিমাণ কহে। রেখার দ্বারাই রেখার এবং ধরাতল দ্বারাই ধরাতলের পরিমাণ করা সম্ভব। যেমন কোন রেখার পরিমাণ করিতে হইলে, এক নির্দ্দিষ্ট রেখাকে (যথা হাত কি গজ) একক স্বরূপ ধরিয়া ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় করিতে হয়, সেই রূপ কোন ধরাতল ক্ষেত্রের পরিমাণ করিতে হইলে এক নির্দ্দিষ্ট ধরাতলকে একক স্বরূপ করিয়া ঐ ধরাতলিক একক প্রথমোক্ত ধরাতলের মধ্যে কতবার আছে তাহা নির্ণয় করিতে হয়।

চছজঝ একটী সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্র, উহার দৈর্ঘ্য ৫ হাত এবং প্রস্থ ৪ হাত। চছ প্রস্থকে ৪ সমান অংশে এবং ছজ দৈর্ঘ্যকে ৫ সমান অংশে ভাগ কর, এবং এক একটী ভাগ চিহ্ন হইতে চছ ও ছজ বাহুর সমান্তরাল

করিয়া এক একটী সরল রেখা অঙ্কিত কর। ঐ রূপ করাতে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটী যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র চতুর্ভুজগুলিতে বিভক্ত হইবে, তাহারা প্রত্যেকেই সমকোণ বিশিষ্ট আর তাহাদের প্রত্যেকেরই দৈর্ঘ্য এক হাত, এবং বিস্তারও এক হাত, এই নিমিত্ত তাহাদের এক একটীকে এক একটী বর্গ হাত কহে।

প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণের দৈর্ঘ্য ছজ পাঁচ রৈখিক হাত হওয়াতে উহার দৈর্ঘ্যের প্রত্যেক সারিতে (যথা ছজতণ সারিতে) ৫টী বর্গ হাত হইতেছে, এবং বিস্তার চছ চারি রৈখিক হাত থাকিয়া সমুদায় ক্ষেত্রটীর মধ্যে সেই রূপ ৪টী সারি (যথা চঠ, টঢ, ডত এবং ণজ এই চারিটি সারি) হইতেছে; সুতরাং নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ৪ বার ৫ টী বর্গ হাত বা ৫ বার ৪ টী বর্গ হাত হইতেছে। তবেই প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণের ক্ষেত্রফল ৫ বার ৪ টী বর্গ হাত বা ৪ বার ৫ টী বর্গ হাত=২০টী বর্গ হাত। অতএব যে প্রকারে হউক ৫×৪=২০ দ্বারা নির্ণেয় ক্ষেত্রফল প্রকাশিত হইতেছে।

এই যুক্তি হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে, যে ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ বা আয়ত হইলে, দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা প্রস্থপরিমাণ গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ মালা।

১। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৯ হাত ও বিস্তার ৭ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত! উঃ। ৬৩ বর্গহাত।

২। যে বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৬ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত! উঃ। ৩৬ বর্গহাত।

৩। প্রতি বর্গগজে যে ৯ বর্গ ফুট আছে তাহা প্রমাণ কর।

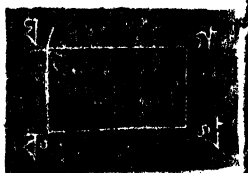
৫। কোন রেখার উপর বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিলে ঐ বর্গক্ষেত্র উক্ত রেখার অর্দ্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের যে চতুর্গুণ তাহা প্রমাণ কর।

৬। যে আয়ত ক্ষেত্র ১ ফুট লম্বা ও ১ ইঞ্চ প্রস্থ তাহা যে এক বর্গ ফুটের দ্বাদশ ভাগের এক ভাগ তাহা প্রমাণ কর।

২৮শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

যে আয়তের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্দ্দিষ্ট আছে তাহা কি রূপে নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর ৫ ও ৩ ফুট। এমত এক আয়ত নির্ম্মাণ করিতে হইবে যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ৫ ও ৩ ফুট।

পাঁচ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা পাত কর, যথা কখ,। কখ রেখার এক প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে তিন ফুট পরিমিত এক লম্বটান, যথা খগ, ক বিন্দু কেন্দ্র করিয়া খগ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং গ কেন্দ্র হইতে কখ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু ঘ-হইতে ক

এবং গ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান, তাহাতে কখগঘ এক আয়ত অঙ্কিত হইবে যাহার দৈর্ঘ্য পাঁচ ও বিস্তার তিন ফুট।

ঘগ=কখ, এবং কঘ=খগ সুতরাং (২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘগখক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং ইহার খ কোণ সমকোণ ও অপর কোণগুলিও সমকোণ, সুতরাং ঘগখক আয়ত ক্ষেত্র।

অনুমান। বর্গক্ষেত্র মাত্রেই সমান্তরাল চতুর্ভুজ, কিন্তু সমান্তরাল চতুর্ভুজ হইলেই বর্গক্ষেত্র হয় না।

২৯শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

যে ট্রাপিজিয়ডের ভুমি ও দুইটী লম্ব নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহা কি রূপে নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

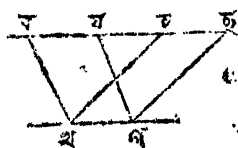
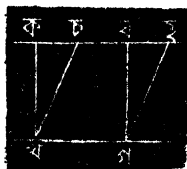
নির্দ্দিষ্ট ভুমির পরিমাণ ৬ ফুট ও দুইটী লম্বের পরিমাণ পরস্পর ৩ ও ২ ফুট।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা কব ন্যাস কর। কব রেখার দুই প্রান্তে ৩ ও ২ ফুট পরিমিত দুইটী লম্ব কপ ও বভ অঙ্কিত কর; পরে প, ভ সংযুক্ত কর, পকবভ ট্রাপিজিয়ডের ভুমি ও দুইটী লম্ব ক্রমশঃ নির্দ্দিষ্ট ভুমি ও লম্বের সমান।

৩৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যে যে সমান্তরিক ক্ষেত্র এক ভূমির উপর এবং সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে তাহারা পরস্পর সমান।

কখগঘ ও চখগছ দুই সমান্তরাল ক্ষেত্র খগ নামক ভূমির উপর এবং খগ ও কছ সমান্তরালের মধ্যে অবস্থিত আছে, কখগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্র চখগছ ক্ষেত্রের সমান।

২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে কঘ =খগ, এবং চছ=খগ ; যে যে বস্তু প্রত্যেক কোন বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান, অতএব কঘ=চছ। এইক্ষণে

সমুদায় কছ রেখা হইতে কঘ বিয়োগ করিলে ঘছ অবশিষ্ট থাকিবে ; পুনশ্চ কছ রেখা হইতে চছ বিয়োগ করিলে কচ অবশিষ্ট ঘছ অবশিষ্টের সমান হইবে, কারণ সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট সমান হয়। অপর কখচ ও ঘগছ ত্রিভুজে, কখ = গঘ, খচ = গছ এবং কচ = ঘছ, অতএব (৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) উক্ত ত্রিভুজদ্বয় সর্ব্বতোভাবে সমান। কখগছ বিষম চতুর্ভুজ হইতে কখচ ও ঘগছ ত্রিভুজ একে একে লইলে অবশিষ্ট সমান হইবে। সুতরাং

কখগঘ সমান্তরিক ক্ষেত্র চখগছ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান।

নিয়োগ।

খগছচ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) একটী তৎতুল্য কখগঘ আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্ত্তিত করিতে হইবে। খগছচ সমান্তরিক ক্ষেত্র হইতে গঘছ ত্রিভুজটী কাটিয়া খকচ-র উপর রাখিলে খগছচ সমান্তরিক ক্ষেত্র খগঘক আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্ত্তিত হইবে।

অনুমান। যে সে সমান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়ত ক্ষেত্র একই বা সমান সমান ভূমির উপর এবং উক্ত ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে তাহাদের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান।

নিয়ম। সমান্তরিকের কালি নির্ণয় করিতে হইলে তাহার কোন এক বাহুর পরিমাণ স্থির করিয়া পরে সেই বাহুর উপর তাহার সম্মুখীন বাহু হইতে একটী লম্বপাত করিয়া সেই লম্বের পরিমাণ স্থির কর, অনন্তর এই পরিমাণ-দ্বয়কে গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহাই সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল।

উদাহরণ মালা।

১ম। খগছচ সমান্তরিকের যদি ভূমি খগ ১২ হাত ও লম্ব গঘ ৯ হাত হয়, তাহা হইলে ঐ সমান্তরিকের কালি কত? উঃ। ১০৮ বর্গহাত।

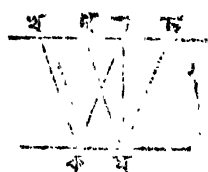
২য়। যে সমান্তরিকের ভূমি ৫.৬ ফুট ও লম্ব ৩.২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭.৯২ বর্গফুট

৩য়। যে আয়তক্ষেত্র ২৭ ফুট লম্বা তাহা প্রস্থে কত ফুট হইলে ক্ষেত্রফল ১০৮ বর্গফুট হইবে? উঃ। ৪ ফুট।

---

৩১ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখগঘ এক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং কখচ এক ত্রিভুজ এতদুভয়ে এক ভূমির উপর ও খছ ও কঘ এই দুই সমান্তরালের মধ্যে আছে। কখচ ত্রিভুজ কখগঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক হইবে।

খ বিন্দু দিয়া খছ রেখা কচ রেখার সমান্তরাল টান, তাহাতে কখচ ত্রিভুজ (২৬শ প্রতিজ্ঞানুসারে) কখছচ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক, কিন্তু কখছচ

সমান্তরিক ক্ষেত্র কখগঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান, অতএব কখচ ত্রিভুজও কখগঘ সমান্তরিকের অর্দ্ধেক।

অনুমান। যে যে ত্রিভুজ এক ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহারা পরস্পর সমান।

নিয়োগ।

প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে এই প্রতিপন্ন হইতেছে যে, একটি ত্রিভুজ ও একটি আয়ত ক্ষেত্র যদি এক ভূমির উপর

ও ঐ ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহা হইলে ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধেক হইবে। পুনশ্চ এই যুক্তি হইতে অপর এক নিয়ম উপলব্ধ হইয়াছে যে, ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ তাহার কোন এক বাহুর পরিমাণ স্থির করিতে হয়, পরে সেই বাহুর উপর আবশ্যক হইলে তাহাকে বর্দ্ধিত করিয়া তাহার সম্মুখীন কোণ হইতে একটী লম্বপাত করিলে সেই লম্বের পরিমাণ স্থির করিতে হয়, অনন্তর ঐ পরিমাণদ্বয়কে গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহার অর্দ্ধেক ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্র-ফল।

দৈর্ঘ্য পরিমাণকে প্রস্থ পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ক্ষেত্রফল উপলব্ধি সকল প্রকার চতুর্ভুজে ঘটে না, যে সকল চতুর্ভুজের চারিটী কোণই সমকোণ (অর্থাৎ যাহা ক্ষেত্র) তাহাদের বেলাই খাটে, রম্বস বা রম্বইডের বেলা খাটে না। প্রস্তাবিত উপপাদ্যের নিয়োগটী বিশেষ রূপে অনুধাবন করিয়া দেখিলে রম্বস ক্ষেত্রের কালি কি রূপে করিতে হয় তাহার নিয়মের যুক্তি উপলব্ধ হইতে পারে, যথা, যদি রম্বস বা রম্বইড ও আয়ত ক্ষেত্র একই ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখায় মধ্যে থাকে তবে তাহাদের ক্ষেত্রফল সমান হইবে, সুতরাং রম্বস বা রম্বইড ক্ষেত্রে দীর্ঘভুজপরিমাণকে তাহার সম্মুখীন ভুজ হইতে তদুপরি পতিত লম্বের পরি-মাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ।

১ম। কচগ ত্রিভুজের ভূমি ৭ ফুট ও লম্ব ঘচ ৮ ফুট হইলে ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

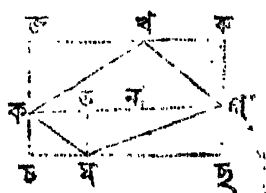
এই প্রশ্নে, কঘছচ সমান্তরিক ক্ষেত্রের কালি = ৭ × ৮, কিন্তু কগচ ত্রিভুজ এই ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধেক; ∴ কঘচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{৭ \times ৮}{২}$ = ২৮ বর্গফুট।

২য়। কচদঙ একটী বিষমাকার ক্ষেত্র কখগ একটী বক্র রেখা দ্বারা দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, যথা কখগঙজ ও কখগচ, এইরূপে ঐ বক্র রেখাটী একটী সরল রেখানুসারে দিতে হইবে যে কখগঙজ ও কখগচ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের কোন বিলক্ষণ হইবে না।

কগ সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া খছ কগ রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর, এবং কছ সংযুক্ত কর। কছ রেখাই নিষ্কাশিত সরল রেখা হইবে।

৩১শ প্রতিজ্ঞার অনুমানানুসারে কগছ ও কগখ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান, সুতরাং কছচ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগচ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

৩২ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখগঘ ট্রাপিজিয়মটি চছঝঞ আয়ত ক্ষেত্রের অন্তর্বর্ত্তী, এবং চছ রেখা ট্রাপিজিয়মের কর্ণরেখা কগ-র সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়মটী আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক।

কখগ ত্রিভুজ কগঝঞ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক,

কঘগ ত্রিভুজ কগছচ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক;

অতএব এই দুই পক্ষে সমান রাশি সমষ্টি করিলে প্রতীত হইবে যে, কখগঘ ট্রাপিজিয়ম=চছজঝ আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক।

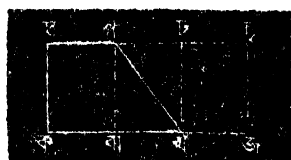
প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের কালি করিবার নিয়মটী প্রাপ্ত হওয়া যায়; যথা,

কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটী সম্মুখীন কোণ হইতে দুইটী লম্ব পাত করিয়া, এই দুই লম্বের সমষ্টিকে কর্ণ রেখাদ্বারা গুণ করিলে যে গুণ ফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ।

যদি কঘগখ ট্রাপিজিয়মের কর্ণ কগ ২৬ হাত, ঘত ও খন দুইটী লম্ব যথাক্রমে ৬ ও ৮ হাত হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৮২ বর্গহাত।

৩৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈড্ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী দুইটী বাহু ক ঘ ও খ গ সমান্তরাল হয়, আর ক জ ছ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের। যাহার উচ্চতা ট্রাপিজৈডের

উচ্চতার সহিত সমান হয় ও ক জ ভূমি ক ঘ ও খ গ দুইটী সমান্তরাল বাহুর যোগ পরিমাণ তুল্য হয়; তাহা হইলে ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রটী আয়ত ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক হইবে। খ ও গ বিন্দু দিয়া খ চ ও গ ঝ রেখা ছ জ বা ক ঘ রেখার সমান্তরাল টানিলে গ খ চ ও গ খ ঝ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সমান হইবে। এবং খ জ, গ ঘ রেখার সমান বলিয়া খ জ ছ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র ক ঝ গ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান। অতএব গ ছ জ খ ট্রাপিজৈড ক গ গ ঘ ট্রাপি-জৈড ক্ষেত্রের সমান। সুতরাং ক খ গ ঘ ট্রাপিজৈড ক জ ছ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেকের সমতুল্য।

নিয়ম।

ট্রাপিজৈড ক্ষেত্রের কালি স্থির করিতে হইলে একটী সমান্তরাল বাহুর এক প্রান্ত হইতে অপরটীর উপর লম্বপাত করিয়া দুইটী সমান্তরাল বাহুর সমষ্টির

অর্দ্ধেককে লম্বদ্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

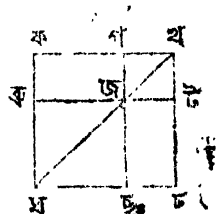
উদাহরণ।

কখগঘ ট্রাপিজিয়ডের কখ ও গঘ বাহু ক্রমে ৬ ও ৪ হাত এবং উহাদের অন্তর খগ ৫ ফুট হইলে, ইহার কালি কত হইবে? উঃ। ২৫ বর্গহাত।

---

৩৪ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কোন সরল রেখা দুই ভাগে বিভক্ত হইলে, সেই দুই খণ্ডের বর্গ ক্ষেত্রের ফল, উক্ত খণ্ডদ্বয়ের পরস্পরের গুণনে যে আয়ত ক্ষেত্রের ফল হয়, তাহার দ্বিগুণ, এতদু-ভয়ের সমষ্টি সমুদায় রেখার বর্গ ক্ষেত্রের ফলের সমান হইবে।

মনেকর, ঘচ সরল রেখা ছ বিন্দুতে দুই অংশে বিভক্ত হইয়াছে। এইক্ষণে সমুদায় রেখা ঘচ-র উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল=ঘ ছ, ছ চ উভয় রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ফল+ঘ ছ ও ছ চ রেখাদ্বয়ের গুণনে যে আয়ত হয় তাহার দ্বিগুণ, অর্থাৎ ঘ চ^2 = ঘ ছ^2 + ছচ^2 + ২ ঘ ছ.ছ চ।

এখন ঘ চ রেখার উপর ঘ চ খ ক সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিয়া খ ঘ সংযুক্ত কর, এবং ছ বিন্দু দিয়া ছ জ গ রেখা

চ থ বা ঘ ক রেখার সমান্তরাল করিয়া টান, এবং জ বিন্দু দিয়া ঝ ট রেখাকে ক খ বা ঘ চ-র সমান্তরাল করিয়া টান।

গ ছ, ক ঘ সমান্তরাল হওয়াতে তাহাদের উপর খ ঘ সম্পাতে বাহ্য কোণ খ জ গ অন্তর্বীণ প্রতীপ ক ঘ খ কোণের সমান হইতেছে। কিন্তু ক খ ঘ ও ক ঘ খ সমান, কারণ ক খ, ক ঘ সমচতুর্ভুজের বাহু বলিয়া পরস্পর সমান, সুতরাং গ জ খ ও গ খ জ সমান, অতএব গ খ, গ জ পরস্পর সমান, এবং গ খ, জ ট-র সমান ও গ জ, খ ট-র সমান হওয়াতে গ জ ট খ ক্ষেত্র সমবাহুক; আর ইহা সমকোণীও বটে, কারণ গ খ ট কোণ সমকোণ হওয়াতে গ জ ট খ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অন্যান্য কোণও সমকোণ; সুতরাং গ জ ট খ, গ খ রেখার সমচতুর্ভুজ। কিন্তু গ খ=জ ট=ছ চ, কাযে কাযেই ইহা ছ চ রেখারও সমচতুর্ভুজ; এই রূপে ঝ গ ছ জ, ঘ ছ রেখার সমচতুর্ভুজ বলিয়া প্রমাণ হইতে পারে।

অপর ক গ জ ঝ আয়ত ক্ষেত্র ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রের সমান; কিন্তু ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটী ছ চ ও চ ট রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কিন্তু চ ট = ছ জ = ঘ ছ, সুতরাং ছ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটী ছ চ ও ঘ ছ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত।

এইক্ষণে ঘ ছ জ ঝ ও গ জ ট খ দুই সমচতুর্ভুজ এবং ক ঝ জ গ ও জ ট চ ছ, দুইটী আয়তক্ষেত্র, ইহারা একত্র যোগে ক ঘ চ খ সমচতুর্ভুজের তুল্য।

∴ ঘচ^2=ঘছ^2+ছচ^2+২ ঘছ.ছচ।

বীজগণিত দ্বারা উপপত্তি। ঘছ ও ছচ দুই রেখা ক, খ দুই সাংকেতিক অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে, (ক+খ)^2=ক^2+খ^2+২ ক.খ; অর্থাৎ, (ঘছ+ছচ)^2, অথবা ঘচ^2=ঘছ^2+ছচ^2+২ঘছ.ছচ; (............১)

এই রূপে ঘচ রেখা ক ও ছচ, খ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে,

(ক—খ)^2=ক^2+খ^2—২ ক.খ; অর্থাৎ, (ঘচ—ছচ)^2, অথবা ঘছ^2=ঘচ^2+ছচ^2—২ ঘচ.ছচ; ... (২)

অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার অন্তরের উপর সমচতুর্ভুজ= ঐ দুই রেখার সমচতুর্ভুজ — ঐ দুই রেখার আয়তক্ষেত্র-ফলের দ্বিগুণ।

অপর, ক^2—খ^2=(ক+খ)(ক—খ); ... ... (৩)

অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার সমচতুর্ভুজের অন্তর তাহাদের যোগ ও অন্তরের আয়তফলের তুল্য।

এই প্রতিজ্ঞাটীকে পাটীগণিতের ধারায় অর্থাৎ সংখ্যা-বাচক রাশির দ্বারায় প্রমাণ করিয়া দেওয়া যাইতে পারে; যথা, বোধ কর ঘচ=৬, ঘছ=৪, ও ছচ=২।

৬^2=৪^2+২^2+২ (৪×২) অথবা, ৩৬=১৬+৪+১৬।

অনুমান। সমচতুর্ভুজের কর্ণের পরিতঃস্থ সমান্তরিক ক্ষেত্রও সমচতুর্ভুজ হয়।

সমান্তরিক ক্ষেত্রে কর্ণের পরিতঃস্থ কোন একটী সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং অনুপূরকদ্বয় ইহারা একত্র যোগে শঙ্কু শব্দে বাচ্য হয়। যথা, গট সমান্তরিক ক্ষেত্রকে কজ ও

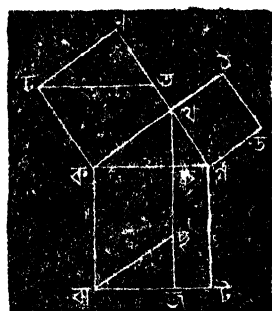
জ চ অনুপূরকদ্বয়ের সহিত একত্র যোগে ক চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের শঙ্কু করা যায়। সংক্ষেপে এই শঙ্কুকে ক ট চ কিম্বা ঝ গ চ বলিয়া নির্দ্দেশ করা যায়। এই রূপ ঝ ছ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে পূর্ব্বোক্ত অনুপূরকদ্বয়ের সহিত একত্র যোগে ক ছ ট অথবা গ ঝ চ শঙ্কু করা যায়।

ক্ষেত্রতত্ত্বে যাহাকে আয়ত কহে, গণিত বিদ্যাতে তাহাকে গুণফল কহে। ক জ সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অবধারিত করিতে হইলে ইহার দৈর্ঘ্য ক গ প্রস্থ জ গ দ্বারা গুণ করিতে হইবে, যদি দৈর্ঘ্য ৪ বর্গ হাত ও প্রস্থ ২ বর্গ হাত হয়, তাহা হইলে ৪ ও ২-কে গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। এ স্থলে ক গ, গ জ অন্তর্গত আয়ত না কহিয়া সংক্ষেপে দুই পার্শ্ববোধক অক্ষর মধ্যে এক বিন্দু দিলে ক্ষেত্রফল বুঝাইবে।

ইউক্লিডের সপ্তচত্বারিংশ প্রতিজ্ঞা, ও ঐ প্রতিজ্ঞা অবলম্বন করিয়া সরলরৈখিক ক্ষেত্রের কয়েকটী ধর্ম্ম নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

৩৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণের অভিমুখীন বাহু (অর্থাৎ কর্ণের) উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, অপর দুই বাহুর (অর্থাৎ ভুজ এবং কোটির) উপরে অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য।

কখগ এক সমকোণিক ত্রিভুজ, তাহার মধ্যে কখগ সমকোণ। কগ রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, কখ, গখ উভয় রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য। কগ রেখার উপর কগটঝ সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত কর (২৭শ প্রতিজ্ঞা), এবং গখ রেখাকে বর্দ্ধিত করিয়া খণ, খক রেখার সমান কর। ণ বিন্দু দিয়া ণচ, খক রেখার সমান্তরাল ও ক বিন্দু দিয়া কচ, খণ রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর। যেহেতু কখগ সমকোণ, কখণ কোণও সমকোণ; অতএব কখণচ সমচতুর্ভুজ। এইরূপে খগডঠ সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত কর। এবং খজ, কঝ রেখার ঢত, কগ রেখার এবং ঝছ, কখ রেখার সমান্তরাল টান। গকঝ ও খকচ প্রত্যেকে সমকোণ হইয়া পরস্পর সমান হওয়াতে খকগ কোণ উভয়তঃ যোগ করিলে সমুদায় কোণ খকঝ সমুদায় গকচ কোণের সমান হইবে।

এইক্ষণে কখছঝ ও কগতচ সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় মধ্যে কঝ রেখা কগ রেখার ও কখ রেখা কচ রেখার সমান। এবং কখ ও কঝ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ খকঝ, কগ ও কচ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ গকচ-র সমান। অতএব (২৬শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঐ দুইটী সমান্তরিক ক্ষেত্র পরস্পর সমান। কিন্তু (৩০শ প্রতিজ্ঞানুসারে) কখণচ

সমচতুর্ভুজ কগতচ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সহিত সমান এবং ক ঝ জ চ আয়ত ক্ষেত্রটী কথছঝ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সহিত সমান। অপর যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান ; অতএব কথঙচ সমচতুর্ভুজ কঝজচ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান। ঐরূপে প্রদর্শিত হইতে পারে যে খগডঠ সমচতুর্ভুজ চগটজ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান ; অতএব কঝজচ ও চগটজ দুইটী আয়ত ক্ষেত্র বা কগটঝ সমচতুর্ভুজ কথঙচ ও খগডঠ দুইটী সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য। সুতরাং কগ বাহুর উপরিস্থ সমচতুর্ভুজ কথ ও খগ বাহুর উপরিস্থ দুই সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য।

অনুমান ১। কোন ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ যদি অন্য দুই বাহুর উপর অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের সমান হয়, তবে ঐ দুই বাহুর অন্তর্বর্ত্তী কোণ সমকোণ হইবে।

অনুমান ২। সমকোণিক ত্রিভুজে কর্ণ রেখা অপর কোন ভুজ অপেক্ষা বৃহৎ।

অনুমান ৩। কথ^২+খগ^২=কগ^২। এই সমান বস্তুর উভয় পক্ষ হইতে খগ^২ বিয়োগ করিলে, ∴ কথ^২=কগ^২ — খগ^২।

নিয়োগ।

১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটী ভুজ যথাক্রমে ৮ ও ৬ ফুট হইলে কর্ণপরিমাণ কত হইবে?

অ অব্যক্ত রাশিদ্বারা কর্ণ রেখাকে নির্দ্দেশ করিলে

$$অ^2 = ৮^2 + ৬^2 = ১০০;$$

এই সমীকরণের উভয় পক্ষের বর্গমূল স্থির করিলে,

$$অ = \sqrt{১০০} = ১০।$$

২। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটী বাহু যথাক্রমে ১৬ এবং ১২ ফুট, তাহার কর্ণ পরিমাণ কত?

উঃ। ২০ ফুট।

৩। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ২৫ হাত, ও একটী বাহুর পরিমাণ ১৫ হাত হইলে অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

অ অব্যক্ত রাশিদ্বারা অপর একটী নির্দ্দেশ করিলে,

$$অ^2 + ১৫^2 = ২৫^2;$$

এই সমীকরণের উভয় পক্ষ হইতে ১৫^2 বিয়োগ করিলে,

$$অ^2 = ২৫^2 - ১৫^2 = ৪০০;$$

উভয় পক্ষের বর্গমূল স্থির করিলে,

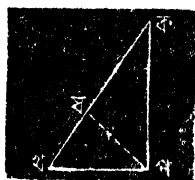
$$অ বা অপর ভুজ = \sqrt{৪০০} = ২০ হাত।$$

৪। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ ৩০ হাত এবং একটী বাহুর পরিমাণ ২৪ হাত হইলে, অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৮ হাত

৩৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি পরিজ্ঞাত আছে, সমকোণ হইতে কর্ণ রেখার উপর লম্ব রেখার পরিমাণ নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

ক খ গ একটী সমকোণিক ত্রিভুজ, ইহার ভূমি খ গ ২১ হাত, ও কোটি ক গ ২৮ হাত, ক গ খ সমকোণ হইতে ক খ কর্ণের উপর গঘ লম্ব দিল, এই লম্বের পরিমাণ কত হইবে।

$কখ^2 = ২১^2 + ২৮^2$; ∴ কখ = ৩৫ হাত।

এইক্ষণে ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল দুই প্রকারে স্থির করা যাইতে পারে ; যথা,

১মতঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{২১ \times ২৮}{২}$.

২য়তঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{৩৫ \times গখ}{২}$.

কিন্তু যে যে বস্তু প্রত্যেকে অপর কোন বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান,

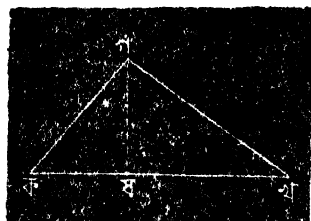
$$∴ \frac{৩৫ \times গঘ}{২} = \frac{২১ \times ২৮}{২};$$

এই সমীকরণে গঘ = ১৬.৮ হাত।

উদাহরণ। খগ ২৪ হাত এবং কগ ৩২ হাত হইলে, গঘ-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৯.২ হাত।

৩৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখগ একটা ত্রিভুজ, ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে কখ ভূমির উপর গঘ লম্বপাত হইয়াছে।

কখ, কগ ও খগ তিনটী বাহুর পরিমাণ জানা আছে; এইক্ষণে প্রথমতঃ ভূমি লম্বপাত দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে তাহার কোন খণ্ডের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইবে দ্বিতীয়তঃ, গঘ লম্বরেখার পরিমাণ নির্দ্দেশ করিতে হইবে; তৃতীয়তঃ, কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

বোধ কর কখ = ২০ হাত, কগ = ১০ হাত, এবং খগ = ১২ হাত।

এইক্ষণে কঘ খণ্ডকে অ অব্যক্ত রাশি দ্বারা নির্দ্দেশ করিলে, ঘখ = ২০ — অ।

কঘগ ও খঘগ দুইটী সমকোণিক ত্রিভুজ। গঘ ইহাদের সাধারণ বাহু; সুতরাং গঘ রেখার পরিমাণ উভয় ত্রিভুজ হইতে দুই প্রকারে নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে; যথা,

গঘ^2 = ১০^2 — অ^2, আর গঘ^2 = ১২^2 — (২০ — অ)^2।

যে যে বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান,

∴ ১২^2 — (২০ — অ)^2 = ১০^2 — অ^2।

এই সমীকরণে অব্যক্ত রাশির ফল ধার্য্য করিলে, অ বা কঘ = ৮.৯।

গঘ লম্ব রেখার পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইলে,
$গঘ^2 = ১০^2 - ৮.৯^2$, অতএব গঘ = ৪.৫৫।

সুতরাং কগখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{২০ \times ৪.৫৫}{২}$ = ৪৫.৫।

উদাহরণ। পূর্ব্বোক্ত ত্রিভুজে যদি গখ = ৬ হাত, কগ = ৪ হাত, এবং খক = ৫ হাত হয়, তাহা হইলে কঘ, ঘগ রেখার পরিমাণ ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

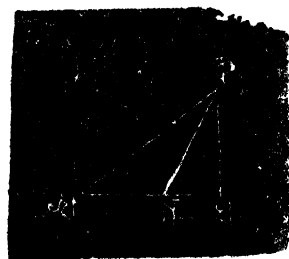
উঃ। কঘ = .৫, গঘ = ৩.৯৬, এবং ক্ষেত্রফল = ৯.৯

---

২৮ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

স্থূলকোণিক ত্রিভুজে যদি কোন সূক্ষ্ম কোণের সম্মুখীন বাহুকে বর্দ্ধিত করিয়া তদুপরি উক্ত কোণ হইতে লম্ব টানা যায়, তবে স্থূল কোণের পার্শ্বস্থ দুই বাহুর দুই সমচতুর্ভুজ বর্দ্ধিত বাহু এবং তাহার বর্দ্ধিত ভাগের অন্তর্গত আয়তের দ্বিগুণ স্থূল কোণের সম্মুখীন বাহুর সমচতুর্ভুজ তুল্য হইবে।

কখগ এক স্থূলকোণিক ত্রিভুজ, যাহার কগখ কোণটী স্থূল কোণ। খগ বৃদ্ধি করিয়া ক বিন্দু হইতে তাহার উপর কঘ লম্ব টান।

$কখ^2 = খগ^2 + কগ^2 + ২ খগ.গঘ$।

খ ঘ সরল রেখা গ বিন্দুতে দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, এই জন্য (৩৪ শ প্রতিজ্ঞানুসারে),

খ ঘ^২ = খগ^২ + গঘ^২ + ২ খগ × গঘ; উভয় পক্ষে ক ঘ^২ যোগ কর, তাহা হইলে,

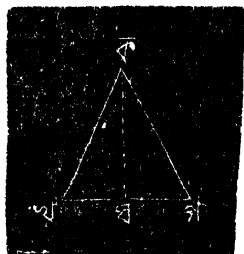
খ ঘ^২ + ক ঘ^২ = খ গ^২ + গ ঘ^২ + ক ঘ^২ + ২ খগ × গঘ;

কিন্তু খ ঘ^২ + ক ঘ^২ = ক খ^২; এবং গ ঘ^২ + ক ঘ^২ = কগ^২

∴ ক খ^২ = খ গ^২ + কগ^২ + ২ খগ × গঘ।

---

৩৯ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ত্রিভুজের ক গ খ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হইলে, এই কোণের এক পার্শ্বস্থ রেখা খ গ-র উপর তাহার সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপরি ক ঘ লম্বপাত করিলে, গ কোণের সম্মুখীন ক খ রেখার সমচতুর্ভুজ খ গ ও কগ-র সমচতুর্ভুজ অপেক্ষা খ গ × গ ঘ-র দ্বিগুণ পরিমাণে লঘুতর হইবে, অর্থাৎ,

ক খ^২ = খ গ^২ + ক গ^২ — ২ খগ.গঘ।

৩৪শ প্রতিজ্ঞার দ্বিতীয় সমীকরণ দ্বারা,

খ ঘ^২ = খগ^২ + গ ঘ^২ — ২ খগ.গঘ; ইহার উভয় পক্ষে ক ঘ^২ যোগ কর, তাহা হইলে,

খ ঘ^২ + ক ঘ^২ = খ গ^২ + গ ঘ^২ + ক ঘ^২ — ২ খগ.গঘ;

সুতরাং ক খ^২ = খ গ^২ + ক গ^২ — ২ খগ.গঘ।

৪০ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ একটী ত্রিভুজে, যদি ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে ভূমির মধ্য বিন্দুতে গ ঘ রেখা টানা যায়, তাহা হইলে, ক গ^2 + গ খ^2 = ২ ক ঘ^2 + ২ গ ঘ^2।

গ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর গ চ লম্ব টান। তাহাতে ক ঘ গ ও খ ঘ গ দুইটী ত্রিভুজে পূর্ব্বোক্ত দুই প্রতিজ্ঞা দ্বারা,

ক গ^2 = ক ঘ^2 + গ ঘ^2 + ২ ক ঘ.ঘ চ

গ খ^2 = খ ঘ^2 + গ ঘ^2 — ২ খঘ.ঘচ

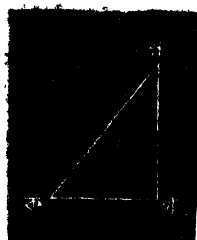
ক ঘ=খ ঘ ইহা স্মরণ রাখিয়া এই দুই সমীকরণ যোগ করিলে,

ক গ^2 + খ গ^2 = ২ ক ঘ^2 + ২ গঘ^2।

---

৪১ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি নির্দ্দিষ্ট আছে, ঐ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে; এবং ঐ ত্রিভুজের কর্ণ রেখার পরিমাণও স্থির করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট ভূমি=৬ ফুট, এবং কোটি = ৮ ফুট, এমত এক সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার ভূমি ও কোটি যথাক্রমে ৬ ও ৮ ফুট হইবে।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ক খ ন্যাস কর, এবং খ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর ৮ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা টান, যথা খ গ। পরে ক ও গ যুক্ত কর। তাহাতে ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ হইবে; এবং ক গ কর্ণ রেখা পরিমাণ করিলে ১০ ফুট হইবেক।

৪২ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

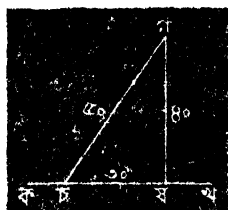
কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং কর্ণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটী অঙ্কিত করিতে হইবে।

ভূমি=৬ ফুট, এবং কর্ণ=১০ ফুট। এমন এক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্ম্মাণ করিতে হইবে যাহার ভূমি ও কর্ণ যথাক্রমে ৬ ও ১০ ফুট হইবে।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ক খ (পূর্ব্বপ্রতিকৃতি দেখ) ন্যাস কর, এবং খ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর খ গ এক অসীম সরল রেখা (যাহাকে খগ অভিমুখে যত দূর ইচ্ছা বর্দ্ধিত করা যাইতে পারে) অঙ্কিত কর। পরে কম্পাসকে ১০ ফুট বিস্তার করিয়া উহার এক পদ ক বিন্দুর উপর রাখিয়া অপর পদ দিয়া খ গ রেখা ছেদ কর, যথা গ; এবং ক ও গ এক সরল রেখাদ্বারা সংযুক্ত কর; তাহা হইলে ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে। খ গ রেখা পরিমাণ করিলে ৮ ফুট হইবেক

৪৩ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

জরীপী ফিতা বা শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর লম্ব বা সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

মনে কর, ক খ শৃঙ্খলের উপর ঘ বিন্দু হইতে একটা লম্ব উত্তোলন করিতে হইবে। ঘচ-কে ৩০ লিঙ্কের সমান করিয়া অপর এক গাছি শৃঙ্খল লইয়া তাহার এক প্রান্ত হইতে ১০ লিঙ্ক পরিত্যাগ করিয়া ঘ স্থানে দৃঢ়রূপে ধরিতে হইবে; আর অপর প্রান্ত চ স্থানে ধরিতে হইবে। পরে ঘ হইতে ৪০ লিঙ্কের স্থান ধরিয়া শৃঙ্খলকে বলপূর্ব্বক টানিলে ঘ বিন্দুতে ঘ গ লম্ব হইবে, কারণ তাহা হইলে ঘ গ ৪০ ও গ চ ৫০ লিঙ্ক পরিমিত হইবে, এবং গ ঘ ও ঘ চ-র বর্গ চ গ-র বর্গের তুল্য হইবে। কাযেকাযেই চ ঘ গ সমকোণ ও গ ঘ লম্ব হইল।

রেখা ও ধরাতলের সম্বন্ধ। সদৃশ ত্রিভুজ।

৪৪ সূত্র। একটী রেখা বা রাশি অন্য একটী রেখা বা রাশি অপেক্ষা যে পরিমাণে গুরু বা লঘু তাহাকে সেই সেই রেখার বা রাশির পরস্পর সম্বন্ধ কহে।

গ ঘ ও ক খ দুইটী রেখা। হাত বা গজ একক স্বরূপ স্থির করিয়া ঐ একক যদি প্রথমোক্ত রেখার মধ্যে ছয়বার

৬ দ্বিতীয় রেখার মধ্যে তিনবার থাকে, তাহা হইলে প্রথমকে দ্বিতীয়ের সহিত তুলনা করিলে দেখিতে পাওয়া যায় যে, প্রথমটী দ্বিতীয় অপেক্ষা ২ গুণ অধিক এবং উহা এই রূপে ব্যক্ত হয় $\frac{গঘ}{কখ} = \frac{৬}{৩}$; এবং দ্বিতীয় কখ-কে যদি প্রথম গঘ-র সহিত তুলনা করা যায়, তবে দেখা যায় যে, ৩ একক দ্বারা উহা প্রথমটী অপেক্ষা লঘু হইতেছে, যথা $\frac{৩}{৬} = \frac{কখ}{গঘ}$, অথবা ১ যে রূপ ৬ রাশির ছয় অংশের একাংশ সেই রূপ ৩ও ৬ রাশির ঐ ছয় অংশের ৩ অংশ বলা যাইতে পারে।

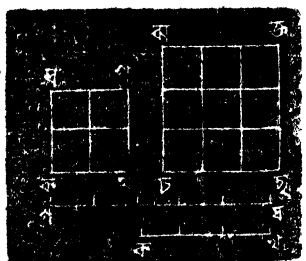
এই রূপে এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনুপাত। যে অনুপাতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটী অপরটীর অপেক্ষা কত গুরু বা লঘু বলিয়া বোধ হয়, তাহার নাম পাটীগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত, এবং যাহাতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটী অপরটীর অপেক্ষা কত গুণ গুরু বা কত গুণ লঘু বলিয়া প্রতীত হয়, তাহার নাম জ্যামিতিমূলক অনুপাত। যেমন ৬ এবং ৩ এই দুইটীর পাটিগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত ৩ এবং জ্যামিতি-মূলক অনুপাত $\frac{৬}{৩}$ বা ২।

কোন রাশির সহিত অন্য কোন রাশির অনুপাত ব্যক্ত করিতে হইলে তাহাদিগের মধ্যে দুইটী ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বিন্দুপাত করিতে হয়, উহার নাম আনুপাতিক দ্বিবিন্দু।

কখ-র সহিত গঘ-র অনুপাত লিখিয়া ব্যক্ত করিতে হইলে এরূপে লিখিতে হয়; যথা, কখ : গঘ = $\frac{কখ}{গঘ}$।

অনুপাতের প্রকৃতি যে রূপে লিখিত হইল তাহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, আদিমকে লব ও অন্তিমকে হর করিলে যে ভগ্নাংশ উৎপন্ন হয়, তাহা অনুপাতের পরিমাণ। গ ঘ ও ক খ রেখার অনুপাত, যথা, গ ঘ : ক খ বা ৬ : ৩ অর্থাৎ অন্তিম রাশি ৩ আদিম রাশি ৬ এর মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় হইতেছে।

ভগ্নাংশের লব ও হর সততই ভাজ্য ভাজক সম্বন্ধে নিবদ্ধ থাকে, যেমন $\frac{৬}{৩}$ অথবা ৬ ÷ ৩ সমান কথাই অর্থাৎ কোন বস্তুকে ৩ ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগকে ৬ বার লওয়া যাহা, ৬ কে ৩ দিয়া ভাগ করাও তাহা। অনুপাতের প্রথমটীকে লব ও দ্বিতীয়টীকে হর করিলেই উহাদিগের পরিমাণ স্থির হইবে; কিন্তু অনুপাতের দুইটী রাশি যদি ভিন্ন জাতীয় হয়, তবে প্রথমটী লব ও দ্বিতীয়টীকে হর করিলে পরিমাণ স্থির হইবে না উভয়কে এক জাতীয় করিতে হইবে। যেমন ৩টাকা ও ৬টাকা ইহাদের অনুপাত ৩ : ৬ এবং উহাদের পরিমাণ $\frac{৩}{৬}$ অথবা $\frac{১}{২}$, কিন্তু ৩ আনা ও ৬ টাকার অনুপাত ৩ আনা ৯৬ আনার অনুপাতের সমান, উহা এইরূপে লিখিত হয় ৩ : ৯৬ অথবা $\frac{৩}{৯৬}$ অথবা $\frac{১}{৩২}$

এই রূপে যদি চজ ধরাতলিক ক্ষেত্রমধ্যে ৯বর্গ একক থাকে এবং কগ ধরাতলিক ক্ষেত্রমধ্যে ৪বর্গ একক থাকে, তাহা হইলে দ্বিতীয় ধরাতলিক ক্ষেত্রে যত একক আছে

...রের চতুর্থাংশের নয় গুণ প্রসঙ্গোক্ত ধরাতলিক ক্ষেত্র ...হইবে, অর্থাৎ $\frac{\text{চজ}}{\text{কগ}} = \frac{৯}{৬}$।

...রেখা অথবা রাশিদিগের সম্বন্ধ বিচার করা যায় তাহাদিগকে অনুপাতের রাশি কহা গিয়া থাকে। প্রথমটীর নাম আদিম দ্বিতীয়টীর নাম অন্তিম। অন্তিম অপেক্ষা আদিম গুরু হইলে অনুপাতকে গুরুবৈষম্যানুপাত কহে; যথা, ৯ ঃ ৪; অন্তিম অপেক্ষা আদিম লঘু হইলে অনুপাতকে লঘুবৈষম্যানুপাত কহে; যথা, ৩ ঃ ৫; আর আদিম এবং অন্তিম সমান হইলে অনুপাতকে সামান্যানুপাত কহে; যথা, ৩ ঃ ৩।

অনুপাতে উভয় রাশি কোন এক রাশি দ্বারা গুণিত বা বিভক্ত হইলে অনুপাতের পরিমাণ পরিবর্ত্তিত হয় না। মনে কর ৪ ঃ ৮ টী এখানে বিবেচ্য। উহার পরিমাণ $\frac{৪}{৮}$, কিন্তু $\frac{৪}{৮}$ এই রাশিটীর লব ও হর উভয়কে কোন রাশির দ্বারা গুণিত বা বিভাজিত করিলে যে অনুপাত উৎপন্ন হয়, তাহারা প্রত্যেকেই ৪ ঃ ৮ এই অনুপাতটীর সমান, যথা, ২ ঃ ৪, ৮ ঃ ১৬, ইহারা প্রত্যেকেই ৪ ঃ ৮ এই অনুপাতটীর সমান। ২ ঃ ৪ ও ৮ ঃ ১৬ অনুপাতে উভয় রাশি সমান রূপে গুণিত বা বিভাজিত হইলে আদিম অনুপাত উৎপন্ন হইতে পারে।

দুই অথবা তাহা অপেক্ষা অধিক সংখ্যক অনুপাতের সমানত্ব সম্বন্ধ থাকিলে তাহাকে সমানুপাত কহে।

যথা, কখ : গঘ এবং ৫ : ৩ এই দুইটী অনুপাতের পরিমাণ $\frac{কখ}{গঘ}$ ও $\frac{৫}{৩}$ এই দুইটি ভগ্নাংশের সমান, কিন্তু $\frac{কখ}{গঘ}$ এই ভগ্নাংশটী যদি $\frac{চছ}{জঝ}$ এই ভগ্নাংশের সমান হয়, তাহা হইলে দুইটী অনুপাতও পরস্পর সমান হইল এবং কখ, গঘ, চছ, জঝ এই চারিটী রাশিতে একটী সমানুপাত উৎপন্ন হইল। ঐ সমানুপাতটী এই রূপে লিখিত হয়,

কখ : গঘ :: চছ : জঝ

এবং কখ-র সহিত গঘ-র যে সম্বন্ধ, চছ-র সহিত জঝ-র সেই সম্বন্ধ পঠিত হয়। অর্থাৎ প্রকারান্তরে উক্ত বলা হইতেছে যে $\frac{কখ}{গঘ} = \frac{চছ}{জঝ}$।

দুইটী রাশির অনুপাত স্থির করিবার সময়ে উহাদের মধ্যে যেরূপ আনুপাতিক দ্বিবিন্দু স্থাপিত করিতে হয়, সেই রূপ দুই সমান অনুপাত এক শ্রেণীতে লিখিয়া প্রকাশ করিবার সময়ে দুই অনুপাতের মধ্যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র চারিটী বিন্দুপাত করিতে হয়, উহার নাম সমানুপাতিক চতুর্বিন্দু।

সমানুপাত পূর্ব্বোক্ত প্রকারে ব্যক্ত হইলে, ক খ ও জ ঝ-কে অন্ত্য রাশি এবং গ ঘ ও চ ছ-কে মধ্য রাশি কহা যায়।

চারিটী রাশি সমানুপাতিক হইলে, তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফল মধ্য রাশি দুইটীর গুণফলের সমান হইবে। যথা,

প্রথম : দ্বিতীয় :: তৃতীয় : চতুর্থ, এস্থলে প্রথম × চতুর্থ = দ্বিতীয় × তৃতীয়।

এক জাতীয় চারিটী রাশি যথাক্রমে গৃহীত হইলে যদি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত প্রকারে তাহাদের শ্রেণী অথবা পরিমাণ করিলে নিষ্পত্তি সম্বন্ধে কোন ব্যতিক্রম হইবেক না।

বিনিময় নিষ্পত্তি।

যদি চারিটী রাশি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে প্রথমের তৃতীয় সম্বন্ধে যে নিষ্পত্তি দ্বিতীয়ের চতুর্থ সম্বন্ধেও সেই নিষ্পত্তি।

বিলোম নিষ্পত্তি।

দ্বিতীয় : প্রথম :: চতুর্থ : তৃতীয়।

যোগ নিষ্পত্তি।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের যোগফল : দ্বিতীয় :: তৃতীয় ও চতুর্থের যোগফল : চতুর্থ

অন্তর নিষ্পত্তি।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : দ্বিতীয় :: তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগ ফল : চতুর্থ।

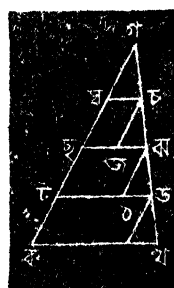
পরিবর্ত্ত নিষ্পত্তি।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : প্রথম :: তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগফল : তৃতীয়। ইত্যাদি।

যদি সমানুপাতের তিনটী মাত্র রাশি প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে আমরা চতুর্থ রাশি উদ্ভাবন করিতে

পারি, এবং যে নিয়ম দ্বারা এই রাশিটী জানিতে পারা যায় গণনা শাস্ত্রে ঐ নিয়মটী যে কত দূর প্রয়োজনীয় তাহা বলা যায় না। যদি ২, ৪, ৮, ১৬, এই কএকটী সমানুপাতিক রাশির মধ্যে তিনটা মাত্র নির্দ্দিষ্ট থাকে চতুর্থটা এই রূপে নির্ণয় করা যায়, যথা, ২ এর সহিত ৪ এর যে সম্বন্ধ, ৮ এর সহিত কোন রাশির সেই সম্বন্ধ, তাহা হইলে (৪ × ৮ ÷ ২ =) ১৬ আবিষ্কৃত হইয়া গেল। গণনা বিষয়ক এই রূপ যত প্রশ্ন উপস্থিত হইবে সমুদায়ই ত্রৈরাশিকের মধ্যে আসিয়া পড়িবে এবং সমানুপাত বিধি দ্বারা নির্ণীত চতুর্থ রাশি স্থির হইবে

৪৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এরূপে ভাগ করিতে হইবে যে সেই ভাগগুলি আর একটী বিভক্ত সরল রেখার ভাগগুলির সদৃশ হইবে, অর্থাৎ সে সকল অংশের বিভক্ত রেখার অংশগুলির ন্যায় পরস্পরের সম্বন্ধে সমান নিষ্পত্তি থাকিবে।

গক সরল রেখাকে ঘ, ছ, ট বিন্দুতে সমান রূপে বিভক্ত কল্পনা কর, অর্থাৎ গঘ = ঘছ = ছট। গক ও গখ রেখাকে এমত করিয়া স্থাপন কর যেন তাহাদের সংযোগে

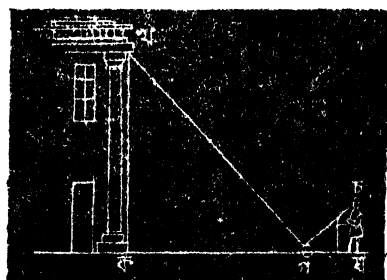
[illegible]টি লম্ব ট[illegible] গ প্রান্ত হইতে অঙ্কিত লম্ব রেখাকে [illegible]টি সমান অংশে বিভাজিত কর। এই দশটি বিন্দু [illegible] গ ঘ-র সমান্তরাল করিয়া দশটি রেখা অঙ্কিত কর। [illegible] বিন্দুর অব্যবহিত পরে যে বিন্দু দ্বারা [illegible]-কে দশ [illegible] ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে তাহা গ বিন্দুর সহিত [illegible]যুক্ত কর এবং ঐ রেখার সমান্তরালে অপর নয়টী [illegible]বিন্দু হইতে নয়টী রেখা অঙ্কিত কর। চ ন [illegible] ইঞ্চের এক শতাংশ হইবে, কারণ চ ঢ ন একটি [illegible]ভুজ এবং চ ন, ঠ প-র সমান্তরাল $\therefore \frac{ডচ}{ডঠ} = \frac{চন}{ঠপ}$.

কিন্তু ড চ, ড ঠ-র দশমাংশ অতএব $\frac{1}{10} = \frac{চন}{ঠপ}$, সুতরাং [illegible]ন, ঠ প-র দশমাংশ হইল, কিন্তু ঠ প, গ ঘ রেখার [illegible] অর্থাৎ এক ইঞ্চের দশমাংশ সুতরাং চ ন এক ইঞ্চের [illegible]তাংশ হইবে।

যদি ঘ ত, ত ণ, ণ ঢ, ঢ ড প্রত্যেককে ড গ-র সমান করা যায়, ও ড গ-র পরিমাণ একশত একক হয়, তাহা হইলে ঘ ড-র পরিমাণ ৪০০ একক ও ছন-র পরিমাণ ৪০১ একক, ছন-র পরে যে রেখা আছে তাহার পরিমাণ

৫০২। এই রূপে ক্রমশঃ বৃদ্ধি হইয়া কগ-র পরিমাণ ৫১০ একক হইবে।

সামান্য মানদণ্ডে এক ইঞ্চকে ১০ অথবা ১২ অংশে বিভক্ত করাই সাধ্য; তাহা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অংশ গ্রহণ করা সহজ নহে, যদি ১ ইঞ্চকে শতাংশে বিভক্ত করিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে সামান্য মানদণ্ডের নিয়মানুসারে ১ ইঞ্চকে শত অংশে বিভক্ত করিলে প্রত্যেক অংশ এত ক্ষুদ্র হইবে যে তাহা অনুভব করা যাইতে পারে না, অতএব ভিন্ন প্রকার উপায় দ্বারা ১ ইঞ্চের [illegible], [illegible], [illegible] ইত্যাদি অংশ লইতে হইবে এবং ঐ উপায় হইতেই ডাইগনাল স্কেল বা সূক্ষ্মমান দণ্ড প্রস্তুত হয়।

২ য়। কথ একটী কীর্ত্তিস্তম্ভ, গ স্থানে দর্পণ পাতিয়া রাখিয়া তাহার মধ্যে উক্ত স্থানের ছায়া দেখিয়া তাহার উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।

দর্শক ঘ চিহ্নিত স্থানে দণ্ডায়মান হউক, অর্থাৎ যে স্থানে দাড়াইলে কীর্ত্তিস্তম্ভের চূড়াগ্র থ-র প্রতিবিম্ব দর্পণের মধ্যে দেখিতে পাইবে। এইক্ষণে ইহা সিদ্ধান্ত আছে যে কোন বস্তু হইতে আলোক আসিয়া কোন স্বচ্ছ দ্রব্যতে

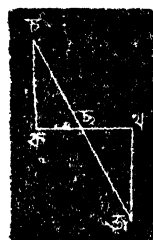
লগ্ন হইয়া প্রতিফলিত হইলে উভয় দিকের কোণ সমান হয়। অর্থাৎ আলোক আসিয়া প্রথমতঃ কোন দ্রব্যেতে সংলগ্ন হইলে এক কোণের উৎপত্তি হয়; অনন্তর সেই আলোক উক্ত দ্রব্যে সংলগ্ন হইয়া প্রতিফলিত হইলে আর একটী কোণ হয়, এই উভয় কোণ পরস্পর সমান হয়। অতএব ক গ খ ও ঘ গ চ কোণ উভয়েই সমান; আর ক খ ও ঘ চ উভয়ে ক ঘ রেখার উপর লম্ব ভাবে আছে বলিয়া ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ। এই জন্য,

$$গঘ : ঘচ = কগ : কখ, \therefore কখ = \frac{ঘচ \times গক}{গঘ}।$$

এইক্ষণে যদি ক গ ১০০ ফুট ও গ ঘ ৬ ফুট হয়, আর ভূমি হইতে দ্রষ্টার চক্ষু অর্থাৎ ঘচ রেখা ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে

$$কখ স্তম্ভের উচ্চতা = \frac{৫ \times ১০০}{৬} = ৮৩\frac{১}{৩} ফুট।$$

৩য়। ক চিহ্নিত স্থান হইতে চ নামক স্থানে যাইবার ব্যাঘাত থাকিলেও ইহাদের পরস্পর দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

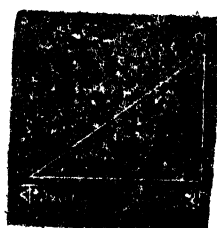
কোণমাপ যন্ত্র দ্বারা ক বিন্দু হইতে কচ রেখার উপর কখ লম্ব পাত কর; সুবিধা মতে ক খ রেখায় ছ একটী স্থান লইয়া ঐ স্থানে একটী নিশান প্রোথিত কর; অনন্তর খ চিহ্ন হইতে খ ক রেখার উপর খ জ লম্বরেখা টান। এই লম্বরেখায় এমত একটী

স্থান নিরূপণ কর যে ঐ স্থান হইতে ছ, চ দুইটা স্থান লক্ষ্য করিলে উহারা সমসূত্রে লক্ষিত হয়। অনন্তর খ ক রেখাটী পরিমাণ কর।

ক ছ চ ও ছ খ জ ত্রিভুজের ক ছ চ, চ ক ছ কোণ যথাক্রমে খ ছ জ ও জ খ ছ কোণের সমান বলিয়া ইহারা পরস্পর সদৃশ। অতএব,

$$ছখ : খজ :: ছক : কচ; \therefore কচ = \frac{খজ . ছক}{ছখ}।$$

যদি কছ ৪০ হাত, ছখ ২০ হাত, এবং খজ ৬০ হাত হয়, তাহা হইলে ২০ : ৬০ :: ৪০ : চক = ১২০ হাত।

কছ ৪ হাত, খছ ১ হাত ও খজ ৩ হাত হইলে চক-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ ১২ হাত।

৪। কোন কীর্ত্তিস্তম্ভের নিকটে এক যষ্টি লম্বভাবে নিহিত করিয়া যষ্টি ও স্তম্ভের ছায়ার দ্বারা স্তম্ভের প্রকৃত উচ্চতার পরিমাণ করিতে হইবে।

মনে কর, খ গ কীর্ত্তিস্তম্ভ, খ ক উহার ছায়া, ছ জ যষ্টি ও ছ চ উহার ছায়া। এইক্ষণে স্তম্ভ ও যষ্টির শীর্ষদেশ হইতে তাহাদিগের পরস্পরের ছায়ার শেষ সীমা পর্য্যন্ত যে সূর্য্যরশ্মি বিস্তৃত হইয়াছে, অর্থাৎ গ ক ও

খগ, তাহারা পরস্পর সমান্তরাল বলিয়া ∠খকগ=∠ছচজ; সুতরাং খকগ ও ছচজ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

∴ ছচ : ছজ :: খক : খগ;

$$\therefore \text{খগ} = \frac{\text{ছজ} \times \text{খক}}{\text{ছচ}}.$$

উদাহরণ।

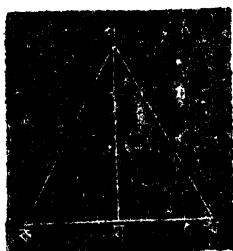
(১) যদি ১০ হাত যষ্টির ছায়া ৭ হাত হয়, তাহা হইলে যে কীর্ত্তিস্তম্ভের ছায়া ১৪০ হাত, তাহার উচ্চতা কত?

এই প্রশ্নে, ৭ : ১০ :: ১৪০ : গখ = ২০০ হাত।

(২) পূর্ব্বোক্ত প্রতিকৃতিতে যদি ছজ ৫ হাত, ছচ ৪ হাত ও খক ৬৪ হাত হয়, তাহা হইলে গখ-র পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৮০ হাত।

৪৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

তুল্যকোণিক বা সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান কোণ-সংলগ্ন বাহুর বর্গের যে পরিমাণে নিষ্পত্তি ঐ ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের পরস্পর সেই নিষ্পত্তি, অর্থাৎ একটির ক্ষেত্রফল তাহার ভুজের বর্গের যত গুণ অপরটীর ক্ষেত্রফলও তৎসমশীল ভুজের বর্গের তত গুণ হইবে।

ক খ গ ও চ ছ জ দুই তুল্যকোণিক ত্রিভুজ, গ ও জ বিন্দু দিয়া ক খ ও চ ছ রেখার উপর গ ঘ ও জ ঝ লম্বপাত কর। ক ঘ গ ও চ ঝ জ দুইটী ত্রিভুজ তুল্যকোণিক

অতএব $\frac{\text{ক খ}}{\text{চ ছ}} = \frac{\text{ক গ}}{\text{চ জ}}$, এবং $\frac{\text{গ ঘ}}{\text{জ ঝ}} = \frac{\text{ক গ}}{\text{চ জ}}$;

এই দুইটী সমান বস্তু গুণ করিলে,

$\frac{\text{ক খ}}{\text{চ ছ}} . \frac{\text{গ ঘ}}{\text{জ ঝ}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}$; কিম্বা $\frac{\frac{1}{2}\text{ক খ} . \text{গ ঘ}}{\frac{1}{2}\text{চ ছ} . \text{জ ঝ}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}$

অর্থাৎ $\frac{\text{ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}}{\text{চ জ ছ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}$.

এই সমীকরণটী অনুপাতাকারে রাখিলে,

ক্ষেত্রফল ক গ খ : ক্ষেত্রফল চ জ ছ :: ক গ^2 : চ জ^2।

অনুমান। সদৃশ ক্ষেত্র সকলের ক্ষেত্রফলের যে সম্বন্ধ তাহাদের সবর্গীয় বাহু সকলের বর্গেরও সেই সম্বন্ধ।

৪৮শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ গ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের সদৃশ অপর একটী ত্রিভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ হইতে নিষ্কাশ্য ত্রিভুজের ভূমির সমান ক চ এক অংশ ছেদ কর, পরে চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ রেখা অঙ্কিত কর। চ ক ছ, খ ক গ-র সদৃশ আঁকা হইল।

যদি নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভূমি ক খ = ১২ ফুট, কর্ণ খ গ = ১৫ ফুট, এবং কোটি ক গ = ৯ ফুট, আর নিষ্কাশ্য ত্রিভুজের ভূমি চ ক = ৮ ফুট, তাহা হইলে চ ছ, খ গ-র সমান্তরাল টানিলে প্রতীতি হইবে যে চ ছ = ১০ ফুট, এবং ক ছ = ৬ ফুট। যথা,

$$১২ : ১৫ :: ৮ : চ ছ ; \therefore চ ছ = \frac{৮ \times ১৫}{১২} = ১০ \text{ ফুট}।$$

$$১২ : ৯ :: ৮ : ক ছ ; \therefore ক ছ = \frac{৮ \times ৯}{১২} = ৬ \text{ ফুট}।$$

বৃত্তসম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

৪৯ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

মগ এক সরল রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ম দিয়া আসিয়া বৃত্তান্তর্গত কখ জ্যাকে যদি সমদ্বিখণ্ড করে, তবে উহাকে লম্বভাবে দ্বিখণ্ড করিবে; এবং যদি লম্বভাবে ছেদ করে তবে সমদ্বিখণ্ড করিবে।

ম ক ও ম খ সংযুক্ত কর, ম গ ক ও ম গ খ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান, কারণ ম খ=ম ক, গ খ=গ ক এবং ম গ ঐ দুই ত্রিভুজের সামান্য বাহু; সুতরাং ম গ ক কোণ ম গ খ কোণের সমান, তাহা হইলে ম গ রেখা ক খ রেখার উপর লম্বভাবে অবস্থাপিত হইল।

পুনশ্চ, ম গ যেন ক খ রেখার উপর লম্বভাবে পড়িয়াছে। তাহা হইলে ম গ, ক খ রেখাকে সমান রূপে দ্বিখণ্ড করিবে, অর্থাৎ ক গ ও গ খ সমান হইবে।

ম ক ও ম খ দুই কর্কট রেখা সমান হওয়াতে ক খ ম সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, ইহার ম ক খ কোণ ম খ ক কোণের সমান, এবং ক গ ম, ও খ গ ম সমকোণ হওয়াতে পরস্পর সমান; সুতরাং অবশিষ্ট কোণদ্বয় খ ম গ ও ক ম গ পরস্পর সমান, অতএব ক গ ম ও খ গ ম দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সমান এবং খ গ = ক গ।

অনুমান। কোন সরল রেখা বৃত্তান্তর্গত জ্যাকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ড করিলে ঐ রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া গমন করিবে।

উদাহরণ মালা।

১। যদি ক ঘ খ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ক ম ১০ হাত ও জ্যা ক খ ১৬ হাত হয়, তবে ম গ লম্বের মান কত হইবে?

এই প্রশ্নে, কগ=$\frac{1}{2}$কখ=$\frac{1}{2}$১৬=৮; অপর ক গ ম স

কোণিক ত্রিভুজে, মগ^2=কম^2—কগ^2=১০^2—৮^2=৩৬ ;
∴ মগ = ৬ হাত।

২। কম ২০ হাত ও কখ ২৪ হাত হইলে, মগ রেখার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ১৬ হাত।

৩। কম কর্কট রেখা ৫ হাত, এবং শর গঘ ২ হাত হইলে কখ রেখার মান কত হইবে?

এই প্রশ্নে, মগ=মখ—গঘ=৫—২=৩ ; সুতরাং কগ=$\sqrt{}$৫^2—৩^2=৪, অতএব কখ=২ কগ=২×৪=৮ হাত।

৪। কম ৮ হাত, ও গঘ ৩ হাত হইলে, কখ রেখার মান কত? উঃ। ১৩·৮৯ হাত।

৫। কখ ৬৪ ফুট ও গঘ ১৬ ফুট হইলে, কম রেখার মান কত হইবে? উঃ। ৪০ ফুট।

৬। কখ ৮ ফুট ও গঘ ২ ফুট হইলে, কম রেখার পরিমাণ কত হইবে? উঃ। ৫ ফুট।

---

৫০ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে।

কখগ নির্দ্দিষ্ট বৃত্ত, ইহার কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে। বৃত্তমধ্যে কখ ও খগ দুইটী জ্যা অঙ্কিত কর। ইহাদিগকে মচ, মছ লম্ব দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। ম বিন্দুই

এই দুই রেখার সম্পাত হউক। ম বিন্দু নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

যেহেতু পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞাতে প্রদর্শিত হইয়াছে যে চ ম ও ছ ম রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যাইবে, সুতরাং এই দুই রেখার সম্পাত স্থান ম নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

৫১ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু * দিয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে

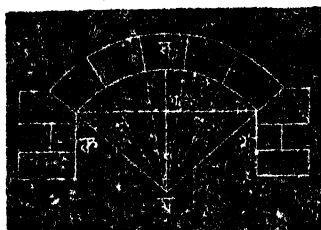
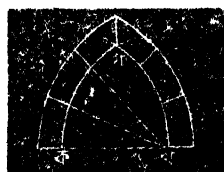
ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু। পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ ক, খ, গ দিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে

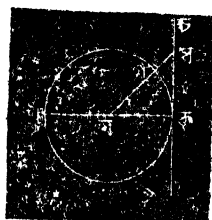
এই তিনটী বিন্দুর মধ্যবর্ত্তী খ বিন্দু হইতে খ ক ও খ গ দুইটী সরল রেখা টান। পরে ক খ ও খ গ রেখাদ্বয়কে দুই সরল রেখা দ্বারা সমান ভাগে দ্বিখণ্ড কর, এই দুই রেখা বর্দ্ধিত করিলে ম চিহ্নে অবচ্ছেদিত হইবে। পরে ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম ক কিম্বা ম খ অথবা ম গ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত কর। ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত হইল।

নিয়োগ।

১ম। একটী গোল খিলান নির্ম্মাণ করিতে হইবে। মনে কর, ক খ খিলানের পরিসর, গ ঘ উচ্চতা। এইক্ষণে পূর্ব্বোক্ত

* যদি তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু এক রেখায় না হয়

প্রতিজ্ঞার দ্বারা ক, ঘ, খ তিনটী বিন্দু দিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। ম ঐ বৃত্তের কেন্দ্র। পরে ক ঘ খ চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া, বিভাগের চিহ্নগুলি ও বৃত্তের কেন্দ্র ঋজু রেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে খিলানের গ্রন্থিগুলি নিরূপিত হইবে।

২য়। গথিক খিলান নির্ম্মাণ করিবার নিয়ম। ক খ খিলানের পরিসর। ক খ রেখার উপর ক ও খ কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণানুসারে দুইটী চাপ অঙ্কিত কর, এই চাপদ্বয় গ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। এইক্ষণে ক গ ও খ গ দুইটী চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া ক গ চাপের বিভাগের চিহ্নগুলি খ কেন্দ্রের সহিত; আর খ গ চাপের বিভাগের চিহ্নগুলি ক কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত কর; এতদ্দ্বারা খিলানের গ্রন্থিগুলি নিরূপিত হইবে।

৫২ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ব্যাসের প্রান্ত হইতে ক চ লম্ব টানিলে এই রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইবে।

ক চ রেখাতে ঘ একটী বিন্দু লইয়া ঘ ম সংযুক্ত কর। ম ক ঘ সমকোণ হওয়াতে ম ঘ কর্ণ রেখা ম ক বা ম গ অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং ঘ বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়িতেছে, এই ক চ রেখার মধ্যে ক বিন্দু ব্যতীত আর যত্রতত্র বিন্দু লইলে সেই বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়িবে, অতএব কচ রেখা বৃত্তকে কেবল ক এক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে, এবং উহাই বৃত্তের স্পর্শনী।

অনুমান। ক চ রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইলে ম কেন্দ্র হইতে ম ক ব্যাসার্দ্ধ টানিলে ইহা কচ বৃত্তস্পর্শক রেখার লম্ব হইবে।

---

৫৩ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে।

প্রথমতঃ। বিন্দুটী বৃত্তপরিধির কোন স্থানে নির্দ্দিষ্ট থাকিলে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে।

ক চ ছ এক বৃত্ত তাহার পরিধিস্থিত বিন্দু ক। ক হইতে এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে যাহা বৃত্তকে স্পর্শ করিবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম নির্দ্দেশ করিয়া ক ম সংযুক্ত কর। পরে ক বিন্দু দিয়া ক ম রেখার উপর খ গ লম্ব টান, খ গ রেখা ক চ ছ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিবে।

ম ক গ সমকোণ হওয়াতে ক খ ম কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হইতেছে এবং ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের অভিমুখীন বাহুও অন্য বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এজন্য ম খ, ম ক অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং খ বিন্দু ও ক খ রেখা চ ক ছ বৃত্তের বহিঃস্থ।

দ্বিতীয়তঃ। বিন্দুটী বৃত্তপরিধির বাহিরে কোন স্থানে থাকিলে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে।

ক চ ছ নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু খ। বৃত্তকে স্পর্শ করে এমত এক সরল রেখা খ হইতে টানিতে হবে।

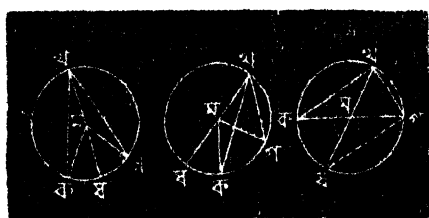
বৃত্তের কেন্দ্র ম নির্দ্দেশ করিয়া ম খ সংযুক্ত কর। পরে খ ম রেখাকে ব্যাস স্বরূপ লইয়া একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর। এই বৃত্তার্দ্ধ যেস্থলে নির্দ্দিষ্ট বৃত্তকে ছিন্ন করে তাহাই স্পর্শ বিন্দু, অর্থাৎ নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উক্ত বিন্দু দিয়া রেখা টানিলে স্পর্শনী হইবে।

ম ক খ অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ হওয়াতে সমকোণ অতএব খ ক গ রেখা ম ক রেখার লম্ব। কিন্তু (৫২ শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ব্যাসের প্রান্ত হইতে লম্ব টানিলে তাহা বৃত্তকে কেবল এক বিন্দুতে স্পর্শ করে সুতরাং খ ক গ বৃত্তের স্পর্শনী।

২৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বৃত্তপরিধির এক অংশের উপর যদি একটী কেন্দ্রস্থ আর একটী পরিধিস্থ কোণ থাকে, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ হইবে।

এই প্রতিজ্ঞাটী দুই প্রকারে প্রতিপাদিত হইতে পারে। যথা, প্রথমতঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের মধ্যে আছে; দ্বিতীয়তঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের বাহিরে আছে। খ ম সংযুক্ত করিয়া ঘ পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর। ক ম খ ত্রিভুজটী সমদ্বিবাহু, এবং ∴ ম খ ক কোণ = ম ক খ কোণ; কিন্তু (১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক ম ঘ বাহ্য কোণ = ম খ ক কোণ + ম ক খ কোণ;

∴ ক ম ঘ কোণ = ২ ম খ ক কোণ।

এই রূপে গ ম ঘ কোণও ম খ গ কোণের দ্বিগুণ। বৃত্তের কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের মধ্যে হইলে উপরি উক্ত দুই রাশি সমষ্টি করিতে হইবে, যথা, ক ম ঘ কোণ + গ ম ঘ কোণ = ২ ম খ ক কোণ + ২ ম খ গ কোণ;

∴ ক ম গ কোণ = ২ ক খ গ কোণ।

বৃত্তের কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের বাহিরে হইলে উপরি উক্ত দুইটী রাশি পরস্পর বিয়োগ করিতে হইবে। যথা,

গ ম ঘ কোণ — ক ম ঘ কোণ = ২ ম খ গ কোণ — ২ ম খ ক কোণ ; ∴ ক ম গ কোণ = ২ ক খ গ কোণ ।

অনুমান । ১ । এক বৃত্তখণ্ডের মধ্যে যত কোণ থাকে সকলি পরস্পর সমান, কারণ উহারা প্রত্যেকেই পরিধিস্থ কোণের অর্দ্ধেক ।

২ । অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ, অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণের ন্যূন, এবং তদপেক্ষা লঘুতর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর ।

যদি ক গ বৃত্তাংশ সামিবৃত্তের পরিধি হয়, তাহা হইলে ক ম ঘ কোণ পূর্ব্বের মত = ২ × ক খ ঘ কোণ, আবার গ ম ঘ কোণ = ২ × গ খ ঘ কোণ ; অতএব ২ × ক খ গ কোণ = ২ × ক খ ঘ কোণ + ২ × গ খ ঘ কোণ = ক ম ঘ + গ ম ঘ = দুই সমকোণ, অতএব ক খ গ = এক সমকোণ । অর্থাৎ সামিবৃত্তস্থ কোণ একটি সমকোণ ।

৫৪শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

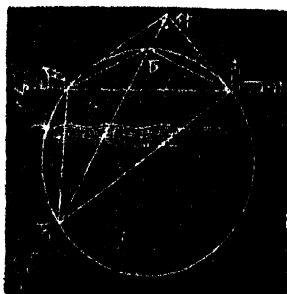
ক খ সরল রেখা ক গ খ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে । যদি স্পর্শ বিন্দু ক হইতে বৃত্তকে ছেদ করিয়া ক গ একটী সরল রেখা টানা যায়, তবে এই রেখা ও স্পর্শনী রেখাতে যে কোণ উৎপন্ন হইবে, তাহা ঐ রেখার

উপর পরিধিস্থ কোণের সমান হইবে, অর্থাৎ গ ক ঘ কোণ = ক খ গ কোণ।

ক হইতে ক ঘ-র উপর ক খ লম্বপাত কর, এইক্ষণে ক গ খ কোণ সমকোণ; সুতরাং গ ক খ কোণ + ক খ গ কোণ = এক সমকোণ; ∴ ঘ ক খ কোণ = গ ক খ কোণ + ক খ গ কোণ; এই সমান রাশি হইতে গ ক খ কোণ বিয়োগ করিলে ঘ ক গ কোণ = ক খ গ কোণ।

নিয়োগ।

ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট স্থানের পরস্পর দূরত্ব জানা আছে, যথা, ক খ ১২ মাইল, খ গ ৭.২ মাইল, এবং ক গ ৮ মাইল। ঘ চিহ্নিত স্থানে দণ্ডায়মান থাকিয়া জরীপ আমীন দেখিলেন যে খ ঘ গ কোণ ২৫°, ও গ ঘ ক কোণ ১৯°। এইক্ষণে যে স্থানে আমীন দণ্ডায়মান আছেন তথা হইতে ঘ চিহ্নিত স্থানের কত অন্তর নির্ণয় করিতে হইবে।

ক, খ, গ তিনটী বিন্দু দিয়া ত্রিভুজ নির্ম্মাণ কর, খ বিন্দু দিয়া খ চ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে ক খ চ কোণ ১৯° হয়, অর্থাৎ গ ঘ ক কোণের সমান হয়; এই রূপে ক বিন্দু দিয়া ক চ রেখা এরূপে অঙ্কিত কর যে খ ক চ কোণ ২৫° হয়, অর্থাৎ খ ঘ গ কোণের সমান হয়। ক, খ, চ

তিনটী বিন্দু দিয়া ক খ গ চ একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং গ চ সংযুক্ত করিয়া বৃত্তপরিধি পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। এইরূপে (৩ও৭ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ চ ও ক ঘ চ কোণ পরস্পর সমান ও খ ক চ ও খ ঘ চ কোণ পরস্পর সমান। কিন্তু প্রদীপ আমীন যে স্থানে দণ্ডায়মান তত্রস্থ কোণদ্বয় ক খ চ ও খ ক চ কোণদ্বয়ের সহিত যথাস্থ সমান, সুতরাং গ চ ঘ রেখা আমীনের স্থান দিয়া গিয়াছে। এবং সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা উক্ত রেখা পরিমাণ করিলে তাহাতে যত একক হইবে গ ও ঘ-র দূরত্ব তত মাইল হইবেক। অর্থাৎ ঘ গ = ১৫ মাইল।

উদাহরণ।

নিম্ন লিখিত কএকটী প্রশ্ন কম্পাস এবং মানদণ্ড দ্বারা সমাধা কর।

১। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটী বাহু যথাক্রমে ১২০, ১৬০ ও ২০০ লিঙ্ক তাহার বৃহৎ বাহুর উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত? উঃ। ৯৬ লিঙ্ক।

২। যে ত্রিভুজের তিনটী বাহু যথাক্রমে ২৪, ৪০ এবং ৩২ হাত তাহাকে বেষ্টন করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে উহার ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে? উঃ। ২০ হাত।

৩। একটী আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১৬৩⁄৪ ফুট, এবং ইহার সম্মুখীন কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ ৮ ফুট, ঐ আয়তের সংলগ্ন ভুজদ্বয়ের পরিমাণ কত?

উঃ। ১০ এবং ১৩৩⁄৪ ফুট।

৫৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটী জ্যা বৃত্তের মধ্যে পরস্পর ছিন্ন হয় তবে একটীর খণ্ডদ্বয়ের অন্তর্গত আয়ত অপরটীর খণ্ডদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তের তুল্য হইবে। আর ঐ দুই জ্যা বৃত্তের বাহিরে কোন বিন্দুতে যদি ছিন্ন হয় তবে সমুদায় রেখাদ্বয় এবং তাহাদের বৃত্তবহিঃস্থ অংশের অন্তর্গত আয়ত পরস্পর সমান।

মনে কর, একটী বৃত্তের দুইটী জ্যা গঘ ও খক, চ বিন্দুতে ছিন্ন হইয়াছে, এইক্ষণে চখ × চক = চগ × চঘ।

এখন ১ম ও ২য় প্রতিকৃতিতে কগ ও খঘ সংযুক্ত করিলে, চখঘ ও চকগ দুইটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়। এবং উহাদের (৫৩শ প্রতিজ্ঞার ১ম অনুমানানুসারে) চগক কোণ চখঘ কোণের সমান, ও গচক কোণ খচঘ কোণের সমান, অতএব অবশিষ্ট চঘখ কোণ চকগ অবশিষ্ট কোণের সমান হইবে। সুতরাং চখঘ ও চকগ দুইটী ত্রিভুজ তুল্যকোণিক হইল, এবং (৪৬শ প্রতিজ্ঞানুসারে),

চখ : চগ :: চঘ : চক; ∴ চখ × চক × চগ × চঘ

অনুমান ১। উপরি উক্ত প্রথম ক্ষেত্রে যদি গ ক ঘ বৃত্তার্দ্ধ হয়, অর্থাৎ গ ঘ রেখা কেন্দ্রগত হয়, এবং ক খ রেখা উহাকে লম্ব ভাবে ছেদ করে, তাহা হইলে ক চ, চ খ-র সমান হইবে, সুতরাং চ ক² = চ গ . চ ঘ।

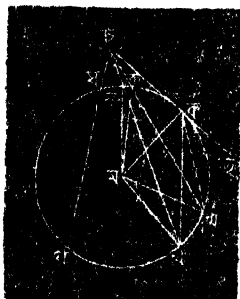
অনুমান ২। উপরি উক্ত দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যদি চ খ রেখার চ বিন্দুটী স্থির রাখিয়া রেখাটী ক্রমে দক্ষিণ দিকে সরিয়া আনা যায়, তাহা হইলে ক খ জ্যা ক্রমশঃ ক্ষুদ্র হইতে হইতে বিনষ্ট হইবে (৩য় প্রতিকৃতি দেখ), এবং চ ক মাত্র অবশিষ্ট থাকিয়া চ খ . চ ক, চ ক-র সমচতুর্ভুজের তুল্য হইবে, অতএব চ ক² = চ গ . চ ঘ। অর্থাৎ যে রেখা বৃত্তকে ছেদ করে তাহার সমুদায় ও বহিঃস্থ অংশের আয়ত স্পর্শিনী * রেখার সমচতুর্ভুজের তুল্য।

---

* একটী বৃত্তের জ্যা ক খ, চ পর্য্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে, এবং কেন্দ্র য। এখন চ খ-র চ বিন্দু স্থির রাখিয়া খ বিন্দুকে যদি ডাইন দিকে ঘুরাইয়া আনা যায়, তাহা হইলে জ্যা ক খ ক্রমশঃ ছোট হইয়া আসিবে, এবং ক্রমাগত ঘুরাইতে ঘুরাইতে অবশ্য কোন না কোন সময়ে ক খ জ্যা একবারে বিনষ্ট হইয়া যাইবে, অর্থাৎ ক ও খ বিন্দু একত্র মিলিত হইবে। এবং যখন ক ও খ একত্র মিলিত হইবে, তখন ক চ সুতরাং এক বিন্দু মাত্র ক″-তেই ঐ বৃত্তের সহিত মিলিত হইবে, ক″চ-কে যে দিকে ইচ্ছা প্রসারিত কর কখনই বৃত্ত ভেদ করিবেক না। এই অবস্থায় ক″চ-কে ঐ বৃত্তের স্পর্শিনী বলে। এই স্থলে

নিয়োগ।

সমুদ্রের তীরস্থ কোন উচ্চ পদার্থকে কত দূর হইতে দেখা যাইতে পারে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে।

দেখা যাইতেছে যে চ খ-কে উক্তরূপ ঘুরাইলে ক ম খ কোণ ক্রমাগত কমিয়া আসিবে এবং ক খ ভুজাশ্রিত দুইটী কোণ, ত্রিভুজ ক ম খ সমদ্বিবাহু বলিয়া সমান ভাবে বাড়িতে থাকিবে, এবং যখন ম খ, ম ক″-র সহিত মিলিত হইবে, অর্থাৎ চ ক রেখা ঐ বৃত্তের

স্পর্শিনী হইবে তখন ক ম খ কোণ একবারে বিনষ্ট হইবে। কিন্তু ম খ ক, খ ক ম, ও ক ম খ এই তিনটী কোণ দুই সমকোণ তুল্য, এবং ত্রিভুজ ক ম খ-র ভূমি ক খ-তে স্থিত দুইটী কোণ বরাবর পরস্পর সমান থাকিবে। অতএব যখন ক ম খ-র ম বিন্দুস্থ কোণ বিনষ্ট হইবে, অর্থাৎ চ ক স্পর্শিনী হইবে তখন ম খ ক ও ম ক খ দুইটী কোণ দুই সমকোণ তুল্য হইবে, কিন্তু এই দুইটী কোণ সর্ব্বদা সমান থাকিবে অতএব ইহারা প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ; কিন্তু চ ক খ রেখা চ ক″ রেখাতে পরিণত অর্থাৎ স্পর্শিনী হইলে ম খ ক কোণ ম ক″ চ কোণ রূপে ও ম ক খ, ম ক″ ছ কোণ রূপে পরিণত হইবে, তাহা হইলে ম ক″ চ ও ম ক″ ছ প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ হইল, অর্থাৎ কোন ঋজু

১। যদি সমুদ্রের সমস্থল হইতে টেনেরিফ পর্ব্বতের উচ্চতা আড়াই মাইল হয়, তবে উহা কত দূর পর্য্যন্ত দেখা যাইতে পারে?

৩৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে চগ.চখ = কচ², ∴ চখ = $\frac{কচ^2}{চগ}$।

এইক্ষণে খ গ পৃথিবীর ব্যাসের স্থানীয় এবং চ খ এই ব্যাস সম্বন্ধে এত ক্ষুদ্র যে গণনাকালে উহাকে ত্যাগ করিলে অর্থাৎ চ গ-র পরিবর্ত্তে খ গ ধরিলে গণনাফলের কোন বিশেষ ব্যতিক্রম হইবার আশঙ্কা নাই। এই রূপে ক চ রেখাকে ক খ চাপের সমান ধরিলেও গণনার বড় বিশেষ তারতম্য হইবার সম্ভাবনা নাই। অতএব যদি চ গ = খ গ পৃথিবীর ব্যাস = ৭৯৬০ মাইল ব অক্ষর দ্বারা, পর্ব্বতের উচ্চতা খ চ, উ অক্ষর দ্বারা এবং ক চ দূরত্ব দ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ব \times চখ = কচ^2, \text{ অর্থাৎ } ব \times উ = দ^2;$$

$$\therefore দ = \sqrt{ব.উ}।$$

এখানে, উ = ২½ মাইল; ∴ দ = $\sqrt{৭৯৬০ \times ২½}$ = ১৪১ মাইল।

রেখা বৃত্তকে স্পর্শ করিলে যদি স্পর্শ চিহ্ন হইতে ব্যাসার্দ্ধ টানা যায়, তাহা হইলে সেই রেখা ও স্পর্শিনী রেখাতে উৎপন্ন দুইটী কোণ প্রত্যেকে সমকোণ।

২। যে পর্ব্বতের শৃঙ্গ ২৫ মাইল দূরে দেখা যায় তাহার উচ্চতা কত?

উঃ। ৪১৮ ফুট

৩। কোন অর্ণবযানের গুণবৃক্ষ ৮০ ফুট উচ্চ হইলে এই গুণবৃক্ষের উপর হইতে কত দূর পর্য্যন্ত পূর্ব্বোক্ত টেনেরিফ পর্ব্বতের চূড়াগ্র লক্ষিত হইতে পারে?

উঃ। ১৫২.০৪ মাইল।

৪। সমুদ্রের সমস্থল হইতে এক মাইল উচ্চ পর্ব্বতের চূড়া যদি ৮৯ মাইল পর্য্যন্ত দেখা যায় তাহা হইলে পৃথিবীর ব্যাস কত?

উঃ। ৭৯২১ মাইল।

৫। সরল ভূমির দশ ফুট উপরে কোন পদার্থ রাখিলে যদি তাহা চার মাইল পর্য্যন্ত দৃষ্টি গোচর হয়, তবে পৃথিবীর ব্যাস কত হইতে পারে?

উঃ। ৮৪৪৮ মাইল।

৩৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

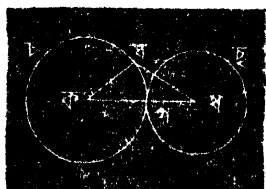
গ ঘ একটী জ্যা (১১১ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) চ পর্য্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে। এখন যদি গ চ × চ ঘ = ক′′চ^২ হয়, তাহা হইলে ক′′চ, ক′′ বিন্দুতে ঐ বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে।

যদি স্পর্শ না করে, তবে মনে কর, চ ক′′ প্রসারিত হইয়া খ′ বিন্দুতে বৃত্তকে ভেদ করিতেছে। তাহা হইলে

ক চ′২ = গ চ × চ ঘ = চ খ′ × চ ক″ (৩৫শ প্রতিজ্ঞা অনুসারে) = (ক″ চ + ক″ খ′) × ক″ চ, অর্থাৎ ক″ চ × ক″ চ = (ক″ চ + ক″ খ′) × ক″ চ। অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে ক″ খ′ বিনষ্ট না হইলে, এই সমীকরণ সত্য হইতে পারে না, এবং ক″ চ প্রসারিত হইলে ক″ খ′ জ্যা সম্ভবপর হইতে পারে না, অর্থাৎ ক″ চ, ক″ বিন্দুতে ঐ বৃত্ত স্পর্শ করিবে।

৫৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ চ ও গ ছ দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র সংযোজক রেখা, ক খ যদি ঐ বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্দ্ধ ক গ ও গ খ-র সমষ্টির সমান হয়, তবে ঐ দুইটী বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করিবে।

বৃত্তদ্বয় অবশ্য গ বিন্দু দিয়া যাইবে, কারণ গ বিন্দু ব্যতিরেকে উহার আর সাধারণ বিন্দু নাই, যদি না যায়, তবে ঘ বিন্দু দিয়া যাইবে। ক ঘ ও খ ঘ সংযুক্ত কর। এখন ক ঘ খ ত্রিভুজে ক ঘ + ঘ খ, ক খ বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এই অসমান বস্তু হইতে ক ঘ বা ক গ বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট খ ঘ, খ গ অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে, সুতরাং ঘ বিন্দু গ ছ বৃত্তের বাহিরে পড়িবে।

গ চ বৃত্তে গ বিন্দু ব্যতিরেকে অন্য কোন বিন্দু লইলেও

ঐ রূপ প্রদর্শিত হইতে পারে। অতএব ঐ দুইটি বৃত্ত কেবল গ বিন্দুতে সংস্পর্শ হইবে।

৫৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই বৃত্তের কেন্দ্রের ব্যবধান পরস্পরের ব্যাসার্দ্ধের বিয়োগফলের সমান হয়, তাহা হইলে একটী বৃত্ত অপরটীর ভিতরে থাকিবে ও তাহাকে স্পর্শ করিবে।

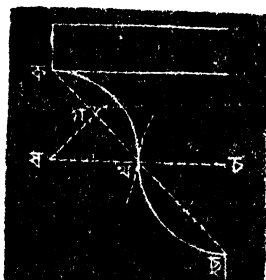
গ চ ও গ ছ দুইটী বৃত্ত, ক ও খ ইহাদের কেন্দ্র, এবং ক গ ও খ গ ইহাদের ব্যাসার্দ্ধ; যদি ক খ=ক গ—খ গ হয়, তাহা হইলে গ ছ বৃত্ত গ চ বৃত্তকে গ বিন্দুতে স্পর্শ

গ ছ বৃত্ত যদি গ চ বৃত্তকে গ বিন্দু ব্যতীত অন্য বিন্দুতে স্পর্শ করে, তবে গ ছ বৃত্ত গ চ বৃত্তকে গ ও ঘ দুই বিন্দুতে স্পর্শ করুক। খ ঘ ও ক ঘ সংযুক্ত কর। এইক্ষণে ক খ ঘ ত্রিভুজে ক ঘ বাহু ক খ ও খ ঘ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা

ন্যূন, কিন্তু খ ঘ = খ গ, অতএব ক ঘ = ক খ + খ গ = ক গ-র ন্যূন, অর্থাৎ ঘ বিন্দু বৃহৎ বৃত্ত গ চ-র অন্তরস্থ। অন্য কোন বিন্দু লইলেও ঐ রূপে প্রদর্শিত হইবে যে তাহা গ চ বৃত্তের অন্তরস্থ; অতএ

গ ছ রেখা গ চ বৃত্তকে একের অধিক বিন্দুতে অন্তরে স্পর্শ করিতে পারে না।

নিয়োগ।

১। ক খ ছ একটী সাইমা রেকটা অর্থাৎ কার্ণিসের মোড় অঙ্কন করিতে হইবে। ক ছ সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত কর, পরে ক খ রেখাকে ঘ গ লম্ব রেখা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর, গ ঘ রেখার মধ্যে তথা একটী বিন্দু হইতে যথা ঘ, ঘ খ পরিমিত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ একটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। অপর ঘ খ সংযুক্ত করিয়া বর্দ্ধিত কর, এবং খ চ, ঘ খ-র সমান করিয়া চ খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া খ ছ এক বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে

ক খ ও খ ছ দুইটী বৃত্ত কেবল খ বিন্দুতেই সংস্পর্শ করিবে, অতএব ক খ ছ সর্পাকৃতি বক্ররেখা অনবচ্ছিন্ন রূপে অঙ্কিত হইয়াছে, এবং ইহাই সাইমা রেক্টা হইল।

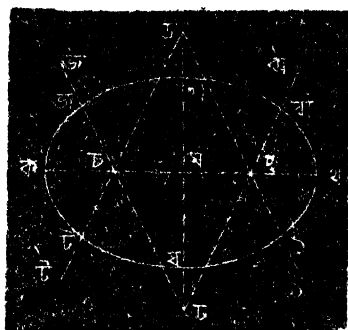
২। ক খ ও গ ঘ দুই দিক দিয়া লোহবর্ম্ম গিয়াছে, ইক্ষণে এই দুইটী দিক অনবচ্ছিন্ন বক্ররেখা দ্বারা সংযুক্ত করিতে হইবে।

খ ও গ যে দুই স্থান সংযুক্ত করিতে হইবে তাহা নির্দ্দিষ্ট আছে এবং যে দুই বৃত্তাংশ দ্বারা সংযুক্ত হইবে তাহার একটী চাপের ব্যাসার্দ্ধও নির্দ্দিষ্ট আছে।

খ ও গ বিন্দু দিয়া খ ঝ ও গ ট দুইটি লম্ব টান। খ ঝ ও গ ট রেখাদ্বয়কে নির্দ্দিষ্ট ব্যাসার্দ্ধের সমান কর। পরে ট ঝ সংযুক্ত করিয়া চ জ লম্বদ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত কর। ঝ খ রেখা বর্দ্ধিত হইয়া চ জ রেখাকে চ স্থানে ছেদ করুক চ বিন্দু খ ঠ চাপের কেন্দ্র হইবে। অপর চ ট সংযুক্ত করিয়া ট কেন্দ্র ও ট গ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া গ ঠ চাপ অঙ্কিত কর, ও চ কেন্দ্র করিয়া চ ঠ ব্যাসার্দ্ধানুসারে ঠ খ চাপ অঙ্কিত কর।

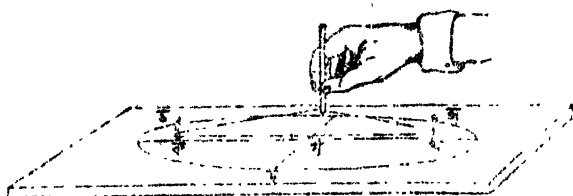
চ ঝ জ ও চ ট জ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এজন্য চ ঝ = চ ট; কিন্তু খ ঝ = গ ট = ঠ ট; অতএব চ খ = চ ঠ, এবং খ ঠ ও গ ঠ দুইটি বৃত্তাংশ ঠ বিন্দুতে সংস্পর্শ করিবে, সুতরাং গ, খ দুইটি স্থান অনবচ্ছিন্ন সর্পাকৃতি বক্র রেখা দ্বারা সংযুক্ত হইয়াছে।

৬০ টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

চারিটী কেন্দ্র হইতে বৃত্তাংশ অংকিত করিয়া একটী বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্র নির্ম্মাণ করিতে হইবে।

চ ছ একটী সীমা বিশিষ্ট রেখার উভয়দিকে দুইটী সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যথা চডছ ও চঢছ, এবং ত্রিভুজের বাহুগুলি জ, ঝ ট, ঠ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ড ঢ সংযুক্ত কর। পরে ড ও ঢ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া এরূপ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া টঘঠ ও জগঝ দুইটী বৃত্তাংশ অংকিত কর যে তাহাদের মধ্যের পরিসর গ ঘ নিম্নলিখিত বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্রের লঘিষ্ঠ ব্যাসের সমান হয়। অপর চ, ছ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ জ = ঠ ছ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া জ ক ট ও ঝ খ ঠ দুইটা বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ড, ঢ, চ, ছ চারিটী বিন্দু দিয়া চারিটী বৃত্তাংশ অঙ্কিত হইয়া ক ট ঘ ঠ খ ঝ গ জ বৃত্তাভাসসদৃশ ক্ষেত্র প্রকাশিত হইল। এই ক্ষেত্রে চ ও ছ দুইটী অধিশ্রয়।

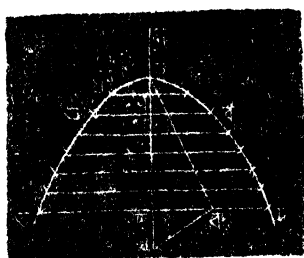
ক খ ও গ ঘ দুইটা রেখাকে গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস কহা যায়। ম ক গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ আর ম গ লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ।

প্রকারান্তর। সূত্রদ্বারা বৃত্তাভাস টানিবার রীতি।

গরিষ্ঠ ব্যাসের দৈর্ঘ্য তার সমান এক গাছি সূতা লইয়া তাহার দুই পার্শ্ব ক ও খ বিন্দুতে কোন প্রকার কৌশল দ্বারা আবদ্ধ কর। পরে ঐ সূত্র একটী পেন্সিল দিয়া প্রসারিত করিয়া চতুর্দ্দিকে ঘুরাইয়া আনিলে একটী প্রকৃত বৃত্তাভাস ক্ষেত্র নির্ম্মিত হইবে। যথা চ চ্ছ জ।

৬১ টি প্রতিজ্ঞা সম্পাদ্য।

একটী ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে। ত চ সর্ব্বাধিক বিস্তার এবং চ ছ নির্দ্দিষ্ট তলস্থ রেখার্দ্ধ এমন ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

চ ছ রেখাকে ক বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, ও ক, ত সংযুক্ত করিয়া ক বিন্দু দিয়া ক খ লম্ব টান। ক খ ও ত ছ উভয়কে বর্দ্ধিত করিলে খ বিন্দুতে ছিন্ন হইবে পরে খ ত অক্ষদণ্ড বর্দ্ধিত করিয়া ছ খ-র সমান ত গ ও ত প দুইটী অংশ ছেদ কর। প বিন্দু ক্ষেপণী ক্ষেত্রের অধিশ্রয় হইবে।

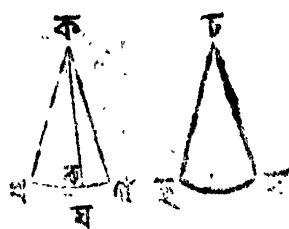
এইরূপে ত থ-র লম্ব স্বরূপ কতিপয় তলস্থ রেখা টান, যথা দ ন ফ, ব প ভ ইত্যাদি। অনন্তর প বিন্দু কেন্দ্র করিয়া গ ন ও গ প ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে দ ন ফ ও ব প ভ তলস্থ রেখাকে দ, ফ ও ব, ভ বিন্দুতে ছেদ করিবে। এইরূপে আর কতকগুলি তলস্থ রেখা টানিয়া কতিপয় বৃত্ত অঙ্কিত করিলে যে ছেদ বিন্দুগুলি পাওয়া যাইবে, সেই সকল ছেদ বিন্দুগুলি দিয়া একটি বক্র রেখা উত্তম রূপে টানিলে ক্ষেপণী ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে।

একটা লোষ্ট্র ঊর্দ্ধে নিক্ষেপ করিলে তাহাতে যে বেগ প্রদত্ত হয়, সেই প্রভাবে তাহার কিয়ৎক্ষণ ঊর্দ্ধগতি হয়, অনন্তর বেগের পর্য্যবসানে সে যখন ভূমিতে পড়ে তখন কিঞ্চিৎ বক্র হইয়া পতিত হয়। নিক্ষিপ্ত লোষ্ট্র যে পথ দিয়া উঠিয়া ভূমি সংলগ্ন হয় সেই পথের আকারকে ক্ষেপণী কহে। ক্ষেপণীর দুই বাহুর সীমা নাই।

---

৬২ টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ও কেন্দ্রস্থ কোণ পরস্পর সমান হয় তাহা হইলে ঐ দুই বৃত্তচ্ছেদকও পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ ছ জ এই দুই সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট

বৃত্তচ্ছেদকের একের কেন্দ্রস্থ কোণ ক, অপরের কেন্দ্রস্থ কোণ চ'র সহিত সমান; ক খ গ বৃত্তচ্ছেদক, চ ছ জ বৃত্তচ্ছেদকের সমান হইবে।

এখন যদি ক খ গ বৃত্তচ্ছেদকের উপরে চ ছ জ বৃত্তচ্ছেদক এই রূপে উপনিহিত করা যায় যে, ছ চ রেখা, খ ক রেখার উপর, এবং চ কোণ ক কোণের উপর পড়ে, তাহা হইলে ছ চ ও খ ক রেখা উভয়ে সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, এবং চ কোণ ক কোণের সহিত সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে; তাহা হইলে কুটিল রেখা ছ জ কুটিল রেখা খ গ-র সহিত মিলিয়া যাইবে, অন্যথা, হয় তাহা ক খ গ বৃত্তচ্ছেদকের বাহিরে নচেৎ তাহার ভিতরে পড়িবে। কিন্তু প্রথমতঃ যদি ছ জ কুটিল রেখার সংস্থান খ গ কুটিল রেখার উপরে হয়, এবং শেষোক্ত রেখাকে ঘ বিন্দুতে ভেদ করিয়া ক ঘ একটী ব্যাসার্দ্ধ টানা যায়, তাহা হইলে দুই বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ সমান বলিয়া ক ঙ ক ঘ-র সমান হইবে, কিন্তু প্রত্যক্ষই হইতেছে যে, তাহা অসম্ভব। অতএব ছ জ কুটিল রেখা বাহিরে পড়িবে না। এই রূপে আবার ছ জ রেখা খ গ-র ভিতরেও পড়িবে না, তাহা অনায়াসে উপপন্ন করা যাইতে পারে। কাজেকাজে উভয় কুটিল রেখা মিলিয়া যাইবে, এবং তাহা হইলে ঐ দুই বৃত্তচ্ছেদকও মিলিয়া যাইবে। সুতরাং দুই বৃত্তচ্ছেদক পরস্পর সমান হইল।

৬৩টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

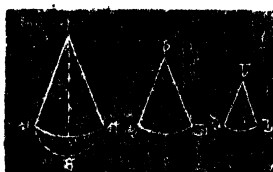
যদি সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখীন দুইটী কুটিল রেখা সমান হয়, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণ দুইটীও পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ ছ জ (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) দুই সমান ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকের কুটিল রেখা খ গ, কুটিল রেখা ছ জ-র সমান; খ ক গ কোণও ছ চ জ কোণের সমান হইবে। যদি না হয়, তবে অবশ্যই উভয়ের মধ্যে অন্যতর বড় হইবে। মনে কর খ ক গ কোণ ছ চ জ কোণ অপেক্ষা বড়, অর্থাৎ খ ক গ কোণের অংশ খ ক ঘ কোণটী অধিক কল্পনা কর, তাহা হইলে খ ক ঘ কোণ, ছ চ জ কোণের সমান বলিয়া, (৬২ টি প্রতিজ্ঞানুসারে) কুটিল রেখা ছ জ, কুটিল রেখা খ ঘ-র সমান, কিন্তু কুটিল রেখা ছ জ = খ গ, অতএব কুটিল রেখা খ ঘ = খ গ, কিন্তু স্পষ্টই দেখা যাইতেছে উহা অসম্ভব। অতএব অন্যতর অপর অপেক্ষা বড় হইতে পারে না, অর্থাৎ উভয়ে সমান।

---

৬৪ টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের মধ্যে একের কেন্দ্রস্থ কোণ অপরের কেন্দ্রস্থ কোণের যত গুণ হইবে, সেই কোণের সম্মুখীন ধনু অপর কোণের সম্মুখীন ধনুরও তত গুণ হইবে।

মনে কর ট ঠ ড ও চ ছ জ দুইটী বৃত্তচ্ছেদক. ইহার মধ্যে ছ চ জ কোণ, ঠ ট ড কোণ অপেক্ষা অ গুণে বড়, তাহা হইলে ধনু ছ জ, ধনু ঠ ড অপেক্ষা অ গুণে বড় হইবে। যদি ছ চ জ কোণ অ অংশে সমান ভাগ করা যায়, তাহা হইলে তাহার প্রত্যেক অংশ, ঠ ট ড কোণের সহিত সমান হইবে, এবং প্রত্যেক অংশের সম্মুখীন ধনুগুলি প্রত্যেকে, ঠ ড-ধনুর সহিত সমান হইবে। কিন্তু সেই সকল ধনুগুলির সমষ্টি, ছ জ ধনুর সমান, অর্থাৎ ছ জ ধনু = ধনু ঠ ড + ঠ ড + অ-বার ঠ ড, অর্থাৎ ধনু ছ জ = অ × ধনু ঠ ড। এস্থলে আরও দেখা যাইতেছে যে, বৃত্তচ্ছেদক ছ চ জ = অ × বৃত্তচ্ছেদক ঠ ট ড। অর্থাৎ,

$$\frac{\angle \text{ছ চ জ}}{\angle \text{ঠ ট ড}} = \frac{\text{ধনু ছ জ}}{\text{ধনু ঠ ড}}$$ ইহাকে অনুপাতাকারে রাখিলে

∠ছ চ জ : ∠ঠ ট ড :: ধনু ছ জ : ধনু ঠ ড।

---

৬৫ টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

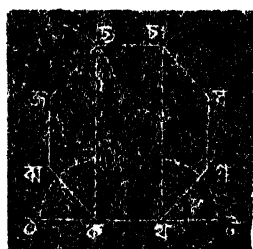
এক নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর সমানবাহু এবং তুল্য-কোণিক এক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ নির্দ্দিষ্ট রেখা, ইহার উপর সমানবাহু ও তুল্য-কোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

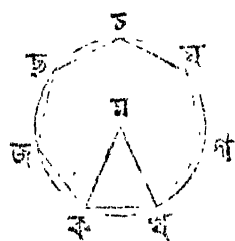
প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে, ক খ রেখার উপর সমানবাহু ও তুল্যকোণিক ষড়ভুজ ক্ষেত্র নিষ্কাশিত হইবে।

৩৭টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ এক নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর এক সমানবাহু ও তুল্যকোণিক অষ্টভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর ক ছ ও খ চ দুইটি লম্ব টান, ক খ রেখাকে উভয় পার্শ্বে বর্দ্ধিত কর এবং ঠ ক ছ ও ট খ চ কোণদ্বয়কে ক ঝ ও খ গ রেখা দ্বারা সমান ভাগে দ্বিখণ্ড কর এবং এই রেখাদ্বয়কে ক খ-র সমান কর। পরে ঝ ও গ হইতে ক ছ কিম্বা খ চ-র সমান্তরাল ঝ জ ও গ ঘ দুইটি রেখা টানিয়া উহাদিগকে ক খ-র সমান কর। অপর জ ও ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটি বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্ত ক ছ ও খ চ রেখাকে ছ ও চ যে দুই বিন্দুতে ছেদ করিতেছে তথা হইতে ছ জ ও চ ঘ টান এবং ছ চ সংযুক্ত কর। ক খ গ ঘ চ ছ জ ঝ সমানবাহু ও তুল্যকোণিক অষ্টভুজ ক্ষেত্র ক খ রেখার উপর অঙ্কিত হইল।

৬৮টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর একটী বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

কখ রেখার উপর কম ও খম দুইটী রেখা এরূপে টান যেন খকম ও কখম কোণদ্বয় পরস্পর নির্দ্দিষ্ট বহুভুজের কোণের অর্দ্ধেকের সমান হয় (৭ম প্রতিজ্ঞা)। কম ও খম রেখাদ্বয়ের সংযোগ বিন্দু ম-কে কেন্দ্র করিয়া মক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর।

পরে কখ রেখা বৃত্তপরিধিতে যত বার হয় প্রয়োগ করিয়া ছেদবিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে কখ রেখার উপর যে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে, তাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

কম = খম, এজন্য কমখ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ; উহার মকখ ও মখক কোণদ্বয় পরস্পর সমান। অতএব ২মকখ + ∠কমখ কোণ = ১৮০°, ∴ মকখ কোণ = ½ (১৮০° — কমখ কোণ); কিন্তু কমখ কোণ = ৩৬০°-র ⅐ = ৫১$\frac{3}{7}$°; ∴ মকখ কোণ = ½ (১৮০° — ৫১$\frac{3}{7}$°) = ৬৪$\frac{2}{7}$°। সুতরাং সপ্তভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইলে মক ও মখ রেখাদ্বয়কে এরূপে আঁকিতে হইবে যে ক ও খ কোণ প্রত্যেকে ৬৪$\frac{2}{7}$° হয়, অনন্তর ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া মক বা মখ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর,

৬৯ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

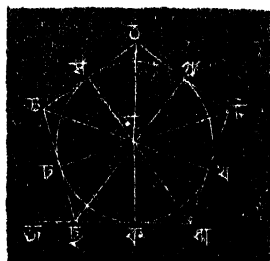
কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তে সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে, অর্থাৎ বৃত্তপরিধিকে কোন নির্দ্দিষ্ট সংখ্যক অংশে বিভাগ করিতে হইবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম বিন্দুতে (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) ক ম খ এরূপ একটী কোণ অঙ্কিত কর যে, বহুভুজের মধ্যস্থ কোণের সমান হয়। পরে ক খ সরল যুক্ত কর, ক খ নির্দ্দিষ্ট বহুভুজের একটী বাহু হইবে। ইহাকে বৃত্তপরিধিতে ক্রমশঃ প্রয়োগ করিলে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

---

৭০ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

নির্দ্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা দ্বারা বৃত্তপরিধিকে নির্দ্দিষ্ট অংশে বিভাগ কর; যথা ক, খ, গ, ঘ, চ। পরে বৃত্তের কেন্দ্র ম হইতে ম ক, ম খ, ম গ, ম ঘ, ও ম চ ব্যাসার্দ্ধ রেখাগুলি টান। অপর ক, খ ইত্যাদি বিন্দু দিয়া উক্ত ব্যাসার্দ্ধগুলির উপর লম্ব টানিলে নির্দ্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

অনুমান ১। সরলরৈখিক ক্ষেত্রের অন্তরস্থ কোণ সকলের সমষ্টি ঐ ক্ষেত্রের বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুর্ব্বান সমকোণ তুল্য হইবে।

কারণ ক খ গ ঘ চ কোন সরলরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে এক বিন্দু ম নির্দ্দেশ করিয়া ক্ষেত্রের সমস্ত কোণচয়ের সহিত সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রের যত বাহু আছে তত ত্রিভুজ হইবে; এবং ১৯ শ প্রতিজ্ঞানুসারে এই ত্রিভুজসমূহের সমস্ত কোণ ত্রিভুজ সংখ্যার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য, আর সেই কোণসমূহ ক্ষেত্রস্থ কোণ ও তদন্তর্গত ম বিন্দুস্থ কোণের যোগতুল্য কিন্তু এই ম বিন্দু ত্রিভুজ সমূহের সাধারণ শৃঙ্গ; আর এই বিন্দুস্থ কোণ ১৫ শ প্রতিজ্ঞার ২য় অনুমানানুসারে চারি সমকোণ তুল্য; অতএব ক্ষেত্রের কোণসমূহে চারি সমকোণ যোগ করিলে উক্ত ত্রিভুজের সকল কোণের তুল্য হইবে, সুতরাং ক্ষেত্রের কোণ, তাহার বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুর্ব্বান সমকোণ তুল্য।

২। সরলরৈখিক ক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজকে এক এক দিকে বর্দ্ধিত করিলে যত বহিঃস্থ কোণ জন্মে সকলগুলির সমষ্টি চারি সমকোণের তুল্য।

প্রত্যেক অন্তরস্থ কোণ যথা চ ক খ, বহিঃস্থ যথা চ ক জ, একত্র যোগে (১৪ শ প্রতিজ্ঞানুসারে) দুই সমকোণ তুল্য; অতএব সকল অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ কোণ একত্র যোগে ক্ষেত্রে যত বাহু আছে তাহার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য, অর্থাৎ সকল অন্তরস্থ কোণ + সকল বহিঃস্থ কোণ

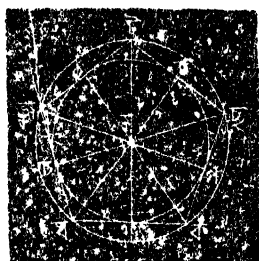
= সকল অন্তরস্থ কোণ + চারি সমকোণ; অতএব বহিঃস্থ কোণসমূহ চারি সমকোণ তুল্য।

---

৫১ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট সমানবাহু বহুভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে, অথবা ঐ বহুভুজ ক্ষেত্রের অন্তর্গত কিম্বা উহার উপরি নিষ্কাশিত বৃত্তের কেন্দ্র স্থির করিতে হইবে।

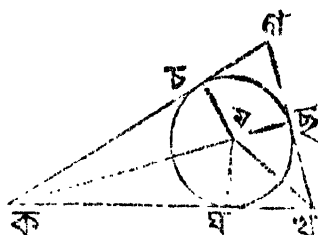
বহুভুজের কোন দুইটি বাহু সমান ভাগে বিখণ্ড কর; যথা, কগ ও কছ এবং খ,গ হইতে খম ও গম দুইটি লম্ব টানিয়া বর্দ্ধিত করিলে উহারা যে সম্পাত বিন্দু ম বহুভুজের অন্তর্গত ও উপরিস্থ বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। অর্থাৎ ন খ অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও ম ক উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

ছ ক খ গ জ ঝ একটি সমানবাহু বহুভুজ ক্ষেত্র; ছ, ক, খ তিনটী বিন্দু দিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর যাহার কেন্দ্র ম, এবং খ ও গ, ক ঘ ও ক ছ তাহার মধ্য স্থান। ম ছ ও ম জ সংযুক্ত কর, এইক্ষণে ছ ম খ ক চতুর্ভুজ ক্ষেত্র ম খ রেখাতে মুড়িয়া ফেলিলে উহা খ ম জ ঘ চতুর্ভুজের ঠিক উপরে পড়িবে, কেননা ক খ = ঘ খ, ক ছ = ঘ জ এবং ঘ কোণ = ক কোণ; সুতরাং ক বিন্দু ঘ বিন্দুর উপর এবং ছ

বিন্দু জ বিন্দুর উপর পড়িয়া ক ছ রেখা ঘ জ রেখার সহিত মিলিয়া যাইবে, এবং ম চ রেখা ম জ রেখার সমান প্রতীত হইবে; তাহা হইলে বৃত্তটী বহুভুজের জ বিন্দু দিয়া যাইবে। এইরূপে ঐ বৃত্ত যে বহুভুজের কোণ ট, ছ, ক দিয়া যাইবে তাহাও উপপন্ন করা যাইতে পারে।

পুনশ্চ ছ ক, ক ঘ, ঘ জ ইত্যাদি জ্যাগুলি পরস্পর সমান; অতএব ম গ, ম থ, ম চ ইত্যাদি লম্বগুলিও পরস্পর সমান সুতরাং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া উহাদের একটাকে ব্যাসার্দ্ধ করিয়া বৃত্ত টানিলে জ্যাদিগকে গ, থ, চ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে, এবং সেই বৃত্ত বহুভুজের অন্তর্গত হইবে।

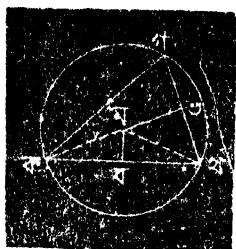
ছ ম ক, ক ম ঘ প্রভৃতি কোণগুলি প্রত্যেকে পরস্পর সমান, সেই জন্য উহারা প্রত্যেকে বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যত হইবে ৩৬০ অংশের তত ভাগ হইবে। বৃত্তের ভিতরে বহুভুজ ক্ষেত্র আঁকিতে হইলে বহুভুজের যতগুলি বাহু হইবে বৃত্তপরিধিকে তত অংশে ছেদ করিয়া ঐ ছেদ বিন্দুগুলি যথাক্রমে সংযুক্ত করিলে নিষ্কাশ্য বহুভুজ অঙ্কিত হইবে। আর বৃত্তের বাহিরে বহুভুজ আঁকিতে হইলে ঐ ছেদ বিন্দু দিয়া স্পর্শ রেখা টানিলে নিষ্কাশ্য বহুভুজ হইবে।

৭২তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভিতরে একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজ. ইহার কোন দুইটী কোণ, যথা, গ ক খ ও ক খ গ, ক ম ও খ ম দ্বারা সমান অংশে দ্বিখণ্ড কর। এই দুই রেখার সম্পাত বিন্দু ম নিক্ষাশ্য বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। এই ম বিন্দু হইতে ক খ, খ গ ও গ ক রেখার উপর লম্ব টান, যথা ম ঘ, ম ছ ও ম চ। ক ম ঘ ও ক ম চ ত্রিভুজে ঘ ক ম কোণ চ ক ম কোণের সমান, ক ঘ ম ও ক চ ম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান এবং ক ম দুইটী ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, অতএব ঐ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান, এবং চ ম = ঘ ম। ঐ কারণ বশতঃ ঘ ম = ম ছ; অতএব ম ঘ, ম চ ও ম ছ এই তিনটী সরল রেখা পরস্পর সমান, সুতরাং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঐ তিনের মধ্যে কোন রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে সে বৃত্ত ঐ তিন রেখার অগ্র দিয়া যাইবে, এবং ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখাকে স্পর্শ করিবে, কেননা ঘ, চ, ছ বিন্দুতে যে যে কোণ আছে প্রত্যেকে সমকোণ, এবং ব্যাসের অগ্র বিন্দু হইতে লম্ব টানিলে তাহা (৫২শ প্রতিজ্ঞানুসারে) বৃত্তকে স্পর্শ করে। অতএব ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখা প্রত্যেকে বৃত্ত স্পর্শ করিতেছে, সুতরাং ঘ চ ছ বৃত্ত ক গ খ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইল।

২৩তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজকে বেষ্টন করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে অর্থাৎ ত্রিভুজটী বৃত্তের অন্তর্গত হইবে।

কখগ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজ, তাহার চতুষ্পার্শ্বে বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

কখগ ত্রিভুজের কোন দুইটী ভুজ কখ ও খগকে ব এবং ভ বিন্দুতে সমান অংশে দ্বিখণ্ড কর, এবং এই দুই বিন্দু হইতে কখ, খগ রেখার উপর বম এবং ভম দুই লম্ব টান ও ঐ দুই লম্বকে বৃদ্ধি করিলে যে বিন্দুতে সংলগ্ন হইবে অর্থাৎ ম বিন্দু হইতে মক, মখ, মগ পর্য্যন্ত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত টানিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিয়া যাইবে এবং কখগ ত্রিভুজ পরি অঙ্কিত হইবে।

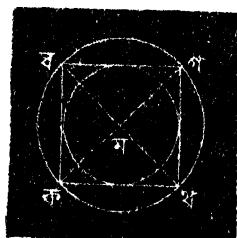
কম ও খম সংযুক্ত কর। কব = বখ, মব, কমব ও খমব ত্রিভুজের সাধারণ বাহু এবং কবম ও খবম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান। ∴ প্রথম প্রতিজ্ঞানুসারে কম = খম এই রূপে মগ সংযুক্ত করিলে তাহা মখ রেখার সমান প্রমাণ করা যাইতে পারে, অতএব মক, মখ, মগ প্রত্যেকে সমান। সুতরাং ম কেন্দ্র করিয়া ইহাদের একটীকে ব্যাসার্দ্ধ

লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিয়া যাইবে।

---

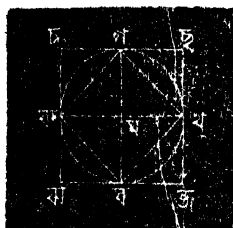
৭৪ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রমধ্যে, কিম্বা সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রকে বেষ্টন করিয়া এক বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ এক নির্দ্দিষ্ট বর্গ ক্ষেত্র, ইহার মধ্যে কিম্বা ইহাকে বেষ্টন করিয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ বর্গ ক্ষেত্রে, ক গ ও খ ঘ দুইটী কর্ণ রেখা টান, এই দুই রেখার সম্পাত বিন্দু ম বর্গ ক্ষেত্রের অন্তর্গত ও বহিঃস্থ বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে বর্গ ক্ষেত্রের কোন ভুজের লঘুতম দূরত্ব অর্থাৎ লম্বকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত টানিলে ক খ, খ গ, গ ঘ, ঘ ক প্রত্যেক বাহু স্পর্শ করিবে সুতরাং বর্গ ক্ষেত্রমধ্যে বৃত্ত অঙ্কিত হইবে। আর ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে ক, খ, গ, ঘ এই চারিটার কোন একটী কোণের দূরত্ব পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত আঁকিলে তাহা সকল কোণের অগ্র সংলগ্ন হইবে, অতএব সেই বৃত্ত ক খ গ ঘ সমচতুর্ভুজোপরি অঙ্কিত হইবে।

৭৫ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

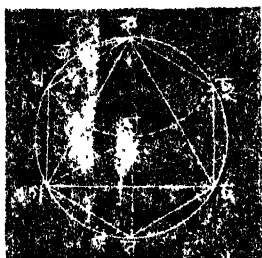
এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে কিম্বা বৃত্তোপরি সমচতুর্ভুজ কিম্বা অষ্টভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক গ খ ঘ নির্দ্দিষ্ট বৃত্ত, ক খ, গ ঘ দুই ব্যাস পরস্পর লম্ব ভাবে টানিয়া কগ, গখ, খঘ, ঘক সংযুক্ত করিলে ঐ ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তের অন্তর্গত হইবে। অপর ক, গ, খ, ঘ বিন্দু দিয়া ঝ চ, চ ছ, ছ জ, জ ঝ বৃত্তস্পর্শক চারিটী সরল রেখা টান, তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তোপরি অঙ্কিত হইবে।

ক গ খ ঘ বৃত্তের চতুর্থাংশ, যেমন ক গ, ইহাকে দ্বিখণ্ড করিলে অষ্ট ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়।

গ ক ম ও গ খ ম ত্রিভুজে, ক ম = খ ম, ম গ দুইটী ত্রিভুজের সামান্য বাহু এবং ক ম গ ও খ ম গ প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, অতএব ঐ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান। অপর ক গ খ অর্দ্ধবৃত্ত এজন্য ক গ খ কোণ সমকোণ। ঐরূপে গ খ = খ ঘ = ঘ ক এবং গ খ ঘ ও খ ঘ ক কোণ প্রত্যেকে সমকোণ ইহাও উপপন্ন করা যাইতে পারে। সুতরাং ক ঘ খ গ সমচতুর্ভুজ।

৭৬তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে সমবাহু ত্রিভুজ ষড়ভুজ কিম্বা দ্বাদশ ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

কখগঘচছ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নিষ্কাশ্য ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ, অতএব বৃত্তপরিধিতে কোন বিন্দু ক কেন্দ্র করিয়া তাহার ব্যাসার্দ্ধ পরিমিত দূরে খ ম চ চাপাংশ অঙ্কিত কর, পরে কখ সংযুক্ত কর। কখ নিষ্কাশ্য ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ, কখ রেখা বৃত্তপরিধিতে ছয় বার ক্রমশঃ ঘুরাইয়া ছেদ বিন্দু গুলি সংযুক্ত করিলে সমবাহু ষড়ভুজ ক্ষেত্র বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত হইবে। এবং ক বিন্দু হইতে ষড়ভুজের প্রত্যেক দ্বিতীয় বাহুর সীমা সংযুক্ত করিলে সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত হইবে। আর কখ চাপ সমদ্বিখণ্ড করিয়া সংযুক্ত করিলে দ্বাদশ ভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

যদি কখগঘচছ বৃত্তের অন্তর্গত কোন ক্ষেত্রের কোণ দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায় তাহা হইলে বৃত্তোপরিস্থ সেই প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

গঘচছকখ নির্দ্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত ষড়ভুজ ক্ষেত্র। গ ও ঘ দুইটী বিন্দু হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত রেখা টান। এইক্ষণে গ ম ঘ কোণ = ৩৬০° এর ⅙ = ৬০°, এবং ম গ =ম ঘ, ম গ ঘ কোণ ম ঘ গ কোণের সমান, আর ম গ ঘ ত্রিভুজের তিনটী কোণের সমষ্টি (১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে

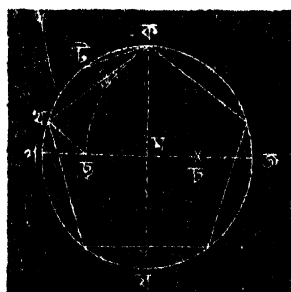
দুই সমকোণ অর্থাৎ ১৮০° তুল্য, ইহাতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে ম গ ঘ ও ম ঘ গ প্রত্যেকে ৬০°; অতএব গ ম ঘ ত্রিভুজ সমবাহুক। সুতরাং অন্তর্গত ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সমান।

অনুমান ১। কোন বৃত্তের ৬০ অংশের জ্যা ও ব্যাসার্দ্ধ পরস্পর সমান।

অনুমান ২। সমবাহু বহুভুজ ক্ষেত্রের কোণগুলিও পরস্পর সমান; যথা গ ঘ চ কোণ ঘ চ ছ কোণের সমান।

৭৭তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দ্দিষ্ট বৃত্তে সমানবাহু এবং তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ কিম্বা দশভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে।

গ জ, ক ঘ দুই ব্যাস পরস্পর লম্বভাবে টান, এবং ম জ ব্যাসার্দ্ধকে চ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর। পরে চ কেন্দ্র করিয়া চ ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ছ ক বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক কেন্দ্র করিয়া ক ছ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ছ খ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ক খ পরিধির পঞ্চমাংশ। কম্পাস ক খ পরিমিত বিস্তার করিয়া বৃত্ত-পরিধিতে পাঁচবার ঘুরাইয়া আনিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত

করিলে বৃত্তমধ্যে সমবাহু পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে। অপর ক খ চাপ ট বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড করিয়া ক ট সংযুক্ত কর; ক ট দশভুজের বাহুর পরিমাণ।

যদি ক খ গ ঘ ঙ বৃত্তে অন্তর্গত পঞ্চভুজ বা ষড়ভুজের কোণ দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায়, তাহা হইলে বৃত্তোপরি উক্ত প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

প্রকারান্তর।

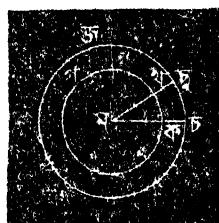
নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধকে এমত রূপে ভাগ কর যে সমুদায় এবং একাংশের আয়ত দ্বিতীয়াংশের সমচতুর্ভুজ তুল্য হয়। পরে বৃত্তপরিধির কোন এক নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর প্রত্যেক দিকে ঐ বৃহত্তর খণ্ডের সদৃশ রেখা বৃত্তে স্থাপিত কর তাহাতে যে দুই চাপ উৎপন্ন হইবে তাহারা প্রত্যেকে পরিধির দশমাংশ তুল্য হইবে, সুতরাং এই দুই চাপ একত্র যোগে পরিধির পঞ্চমাংশ হইবে, এবং সে চাপের সম্মুখীন সরল রেখা নিষ্কাশন করিলে তাহা বৃত্তান্তর্গত সমবাহুক পঞ্চভুজের বাহু হইবে।

এই উপপত্তি ৭৯তি প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে হইবে।

৭৮তি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিধি অপরটীর পরিধির যত গুণ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাস শেষোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাসের তত গুণ হইবে।

ক খ গ ঙ চ ছ জ দুই বৃত্ত, ইহাদের সাধারণ কেন্দ্র ম।

এইক্ষণে যদি ক খ গ পরিধি কতকগুলি ক্ষুদ্র অংশে বিভাজিত হয়, যথা ক খ, তাহা হইলে ম খ ও ম ক সংযুক্ত করিয়া ছ, চ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক খ, ক খ গ পরিধির যে অংশ চ ছও চ ছ জ পরিধির সেই অংশ, অর্থাৎ ক খ গ যদি ক খ অপেক্ষা অ গুণ বৃহৎ হয়, তাহা হইলে চ ছ জও চ ছ অপেক্ষা অ গুণ বৃহৎ হইবে; এইক্ষণে ক ম খ ও চ ম ছ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ, অতএব ক খ ঃ চ ছ ঃঃ ম ক ঃ ম চ, কিংবা অ × ক খ ঃ অ × চ ছ ঃঃ ম ক ঃ ম চ। কিন্তু ক খ গ পরিধিতে ক খ অংশ যত বার আছে তাহা ক খ দ্বারা গুণ করিলে সমুদায় ক গ পরিধির তুল্য হইবে। এবং চ ছ অংশ চ ছ জ পরিধিতে যত বার আছে তাহা চ ছ দ্বারা গুণ করিলে সমুদায় চ জ পরিধির তুল্য হইবে, অতএব ক খ গ পরিধি ঃ চ ছ জ পরিধি ঃঃ ম ক ঃ ম চ।

পুনশ্চ, ক ম খ-র ক্ষেত্রফল = ক খ × ½ ক ম, এইক্ষণে ক ম খ ছেদক সমুদায় বৃত্ত অপেক্ষা ও ক খ ধনু সমুদায় পরিধি অপেক্ষা যত গুণ বড় তাহা যদি অ অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে অ × ক ম খ-র ক্ষেত্রফল = অ × ক খ × ½ ক ম, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ½ ক ম।

অনুমান। বৃত্তের ব্যাস একক হইলে যদি তাহার পরিধি ন-সংখ্যক একক বিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে "বৃত্ত-

দ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিধি অপরটীর পরিধির যত গুণ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাস শেষোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাসের তত গুণ হইবে” এই সূত্র স্মরণ করিয়া

ন ঃ কখগ পরিধি ঃঃ ১ ঃ ২ কম ;

∴ কখগ পরিধি = ২ ন × কম ; এবং প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে কখগ-র ক্ষেত্রফল = কখগ পরিধি × ½ কম = ২ ন × কম × ½ কম = ন × কম²। এই সমীকরণে ন রাশির পরিমাণ সর্ব্বত্র সমান থাকিবে। অতএব বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটির ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের বর্গের যত গুণ, অপরটীরও ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের বর্গের তত গুণ হইবে।

বৃত্তের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, ন রাশির পরিমাণ অগ্রে স্থির করা কর্ত্তব্য। ইহা পুস্তকান্তরে স্থিরীকৃত হইবে।

নানা বিষয়িণী সম্পাদ্য ও উপপাদ্য।

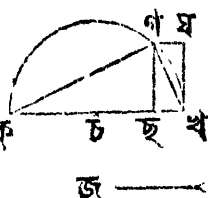
৭৯তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা, ইহাকে এমত দুই অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে ঐ দুই অংশের আয়ত জ* অপর এক নির্দ্দিষ্ট রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য হয়।

কখ রেখা চ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ড কর, চ বিন্দু কেন্দ্র করিয়া চক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্তার্দ্ধ অঙ্কিত কর।

---

* জ রেখা কখ রেখার অর্দ্ধেকের বেশী যেন না হয়।

পরে খ বিন্দু দিয়া জ রেখার সমান খ ঘ লম্ব টান, ও ঘ বিন্দু দিয়া ঘ গ, ক খ-র সমান্তরাল টান; ঘ গ রেখা বৃত্তকে গ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে; অপর গ ছ, ঘ খ-র সমান্তরাল টান। ক খ রেখা ছ বিন্দুতে এমত রূপে বিভক্ত হইল যে ক ছ, ছ খ আয়ত জ রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য।

ক গ খ, গ ছ ক কোণ প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং ক বিন্দুস্থ কোণ গ ক খ ও গ ক ছ দুই ত্রিভুজের সামান্য কোণ, একারণ অবশিষ্ট গ খ ক এবং ক গ ছ কোণও পরস্পর সমান। অতএব গ ক খ, গ ক ছ দুই ত্রিভুজ তুল্যকোণিক, সুতরাং তাহাদের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুও অনুপাতীয় ও সদৃশ। এই রূপে গ ছ খ ত্রিভুজ গ ক খ ত্রিভুজের সমানকোণিক ও সদৃশ উপপন্ন হইতে পারে। অপর গ ক ছ, গ খ ছ দুই ত্রিভুজ প্রত্যেকে গ ক খ ত্রিভুজের তুল্যকোণিক ও সদৃশ হওয়াতে তাহারা সকলেই পরস্পর তুল্যকোণিক ও সদৃশ।

অতএব ক ছ : ছ গ : : ছ গ : ছ খ ∴

ক ছ × ছ খ = ছ গ^2

অনুমান। এই স্থলে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ হইতে ভূমির উপর লম্ব পাত করিলে সেই লম্ব ভূমির দুই খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয় হয়,

এবং ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু ভূমির এবং সেই বাহুর সংলগ্ন ভূমি খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয়, কেননা ক ছ গ, ও গ ছ খ ত্রিভুজে,

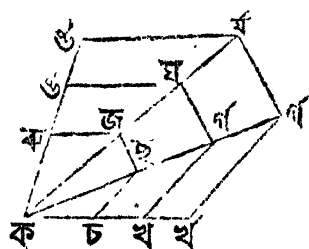
ক ছ : ছ গ : : ছ গ : ছ খ, এবং গ ক খ ও ক ছ গ ত্রিভুজে,

ক খ : ক গ : : ক গ : ক ছ, এবং গ ক খ ও খ গ ছ ত্রিভুজে,

ক খ : খ গ : : খ গ : খ ছ।

৮০তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ গ ঘ ঙ নির্দ্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সদৃশ অপর একটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

কোন একটী কোণ ক হইতে অপর কোন কোণ পর্য্যন্ত কর্ণ রেখা টান; যথা ক গ, ক ঘ। পরে ক খ হইতে নিক্ষাশ্য ক্ষেত্রের কোন বাহুর সমান ক চ এক অংশ ছেদ কর। এবং চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ টান, ও ছ বিন্দু দিয়া গ ঘ-র সমান্তরাল ছ জ টান, এবং জ বিন্দু দিয়া ঘ ঙ-র সমান্তরাল জ ঝ টান। ক চ ছ জ ঝ, ক খ গ ঘ-র সদৃশ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইল।

১৮শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক ছ চ কোণ = ক গ খ কোণ, এবং ক ছ জ কোণ = কগঘ কোণ; ইহাদের সমষ্টি করিলে চ ছ জ কোণ খ গ ঘ কোণের সমান। এরূপে ছ জ ঝ কোণ গ ঘ ঙ কোণের সমান, ইত্যাদি। সুতরাং ক চ ছ জ ঝ ও ক খ গ ঘ ঙ ক্ষেত্রগুলি তুল্যকোণিক। অপর ক চ ছ ও ক খ গ সদৃশ ত্রিভুজে ক ছ : ক গ :: চ ছ : খ গ এবং ক ছ : ক গ :: ছ জ : গ ঘ, অতএব চ ছ : খ গ :: ছ জ : গ ঘ। এরূপে ছ জ : জ ঝ :: গ ঘ : ঘ ঙ, ইত্যাদি। অতএব সমান কোণ সংলগ্ন বাহুগুলি সমানুপাতিক সুতরাং ক্ষেত্রগুলি সদৃশ।

যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র সদৃশ তাহারা সমশীল বাহুর দ্বিঘাত পরিমাণে পরস্পর অনুপাতীয়।

কারণ, $\frac{\text{ক্ষেত্রফল কজঝ}}{\text{ক্ষেত্রফল কঘঙ}} = \frac{\text{কজ}^2}{\text{কঘ}^2} = \frac{\text{কছ}^2}{\text{কগ}^2} = \frac{\text{কচ}^2}{\text{কখ}^2}$

$\therefore \frac{\text{ক্ষেত্রফল কজঝ}}{\text{কচ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল কঘঙ}}{\text{কখ}^2}$। এইরূপে,

$\frac{\text{ক্ষেত্রফল কছজ}}{\text{কচ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল কগঘ}}{\text{কখ}^2}$, ও

$\frac{\text{ক্ষেত্রফল কচছ}}{\text{কচ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল কখগ}}{\text{কখ}^2}$। সমষ্টি করিলে,

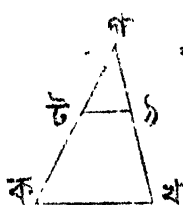
$\frac{\text{ক্ষেত্রফল কচছঝ}}{\text{কচ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল কখগঙ}}{\text{কখ}^2}$;

$\therefore \frac{\text{ক্ষেত্রফল কচছঝ}}{\text{ক্ষেত্রফল কখগঙ}} = \frac{\text{কচ}^2}{\text{কখ}^2}$।

অনুমান। যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ তাহারা সমান সংখ্যক সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতে পারে।

এবং সে সকল ত্রিভুজের বহুভুজ ক্ষেত্রের ন্যায় পরস্পর নিষ্পত্তি সম্বন্ধ, এবং সবর্গীয় বাহুর পরস্পর যে নিষ্পত্তি ঐ বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্বন্ধে তাহার দ্বিঘাত পরিমাণে নিষ্পত্তি।

৮১তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

গ ঠ ও গ ট দুইটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার তৃতীয় অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

গ ঠ ও গ ট দুইটী রেখাকে এরূপে স্থাপন কর যে, তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপন্ন হয়, পরে গ ঠ ও গ ট রেখাদ্বয়কে খ ও ক পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ঠ খ সরল রেখাকে গ ট-র সমান কর: এবং ঠ, ট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া উহার সমান্তরাল খ ক টান।

গ
ট ঠ
ক খ

ট ————
ঠ ————
ড ————

গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহু ঠ ট বাহুর সমান্তরাল, এইজন্য (৪৬ শ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক ; কিন্তু ঠ খ = গ ট, অতএব গ ঠ : গ ট :: গ ট : ট ক, সুতরাং গ ঠ ও গ ট দুইটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার ট ক তৃতীয় অনুপাতীয় নির্দ্দিষ্ট হইল।

৮২তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

চ, ছ, জ তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার চতুর্থ অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

চ ও জ দুইটী ঋজু রেখার (পূর্ব্ব প্রতিকৃতি দেখ) তুল্য অপর দুইটী ঋজু রেখা গ ঠ ও গ ট এরূপে সংস্থাপিত কর যে তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপত্তি হয়; পরে গ ট ও গ ঠ রেখাকে ক ও খ পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ঠ খ রেখাকে ছ-র সমান কর, এবং ঠট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া উহার সমান্তরাল খ ক নিষ্কাশন কর। অনন্তর গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহুর সমান্তরাল ঠ ট, এজন্য গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক, কিন্তু গ ঠ = চ, ঠ খ = ছ এবং গ ট = জ, একারণ চ : ছ :: জ : ট ক, অতএব চ, ছ, জ তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার চতুর্থ অনুপাতীয় ট ক নির্ণীত হইল।

৮৩তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

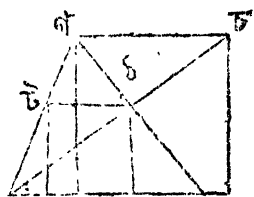
ক ছ ও ছ খ দুইটী (৭৯শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ) নির্দ্দিষ্ট ঋজু রেখার মধ্য অনুপাতীয় নির্দ্দেশ করিতে হইবে।

ক ছ, ছ খ এক সরল রেখাস্থ করিয়া ক খ ঋজু রেখার উপর ক গ খ সামিবৃত্ত নিষ্কাশন কর, এবং ছ বিন্দু হইতে ক খ রেখার লম্ব ছ গ টানিয়া ক, গ ও খ, গ সংযুক্ত কর। ক গ খ কোণ সামিবৃত্তস্থ এই বলিয়া সমকোণ, সুতরাং ৭৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে ছ গ ঋজু রেখা ক ছ ও ছ খ দুই

খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয়; অতএব ক ছ, ছ খ দুই ঋজু রেখার মধ্য অনুপাতীয় ছ গ নির্ণীত হইল।

৮৪তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক গ খ একটী নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ভিতরে একটী বর্গ-ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর শীর্ষকোণ হইতে গ ঘ লম্ব টান, এবং গ বিন্দু দিয়া গ চ, ক খ রেখার সমান্তরাল টান। পরে গ চ রেখাকে গ ঘ রেখার সমান কর, এবং চ, ক সংযুক্ত কর। ক চ রেখা গ খ রেখাকে ঠ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। এই ছেদবিন্দু বর্গক্ষেত্রের কোণ হইবে।

ঠ বিন্দু দিয়া ঠ ঝ লম্ব টান, ও ঐ বিন্দু দিয়া ঠ ট ক খ রেখার সমান্তরাল টান, ঠ ট, ক গ-কে ট বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে ট জ, ঠ ঝ-র সমান্তরাল টান, ট ঠ ঝ জ চতুর্ভুজটী ক গ খ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইল।

ক ট ঠ ও ক গ চ ত্রিভুজ দুইটী সদৃশ; সুতরাং $\frac{\text{ক গ}}{\text{ক ট}} = \frac{\text{গ চ}}{\text{ট ঠ}}$; কিন্তু ক ট জ ও ক গ ঘ দুইটী ত্রিভুজও সদৃশ, সুতরাং $\frac{\text{ক গ}}{\text{ক ট}} = \frac{\text{গ ঘ}}{\text{ট জ}}$; এবং যেদুই বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান, অতএব $\frac{\text{গ চ}}{\text{ট ঠ}} = \frac{\text{গ ঘ}}{\text{ট জ}}$; কিন্তু গ চ ও গ ঘ সমান কল্পনা করা

গিয়াছে; সুতরাং টঠ = টজ, কিন্তু টজ = ঠঝ, তন্নিমিত্ত টঠ, ঠঝ, ঝজ ও টজ চারিটী বাহু পরস্পর সমান ও ঠঝজ কোণ সমকোণ; সুতরাং টঠঝজ বর্গ ক্ষেত্র, এবং ইহা কগখ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইয়াছে।

---

৮৫ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

দুইটী নির্দ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ঢকখণ ও খগডঠ দুইটী বর্গক্ষেত্র (৩৫ শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ), ইহার সমষ্টির সমান আর একটী বর্গ-ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

কখ, গখ, দুইটী রেখাকে খ স্থানে সমকোণ করিয়া লও। পরে ক, গ সংযুক্ত করিয়া কগ-র উপর কঝটগ বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর। ৩৫ শ প্রতিজ্ঞানুসারে কঝটগ বর্গ-ক্ষেত্র ঢকখণ ও খগডঠ দুইটী বর্গক্ষেত্রর যোগ তুল্য।

---

৮৬ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

দুইটী নির্দ্দিষ্ট বর্গ ক্ষেত্রের বিয়োগ ফলের সমান অপর একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

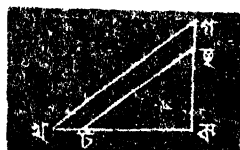
ঢকখণ ও কঝটগ দুইটী বর্গ ক্ষেত্র, কঝটগ বড় বর্গ ক্ষেত্রটীর কোন বাহু কগ-কে ব্যাস করিয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ঢকখণ বর্গ ক্ষেত্রের কখ বাহু বৃত্তাংশে প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দু খ হইতে

গ পর্য্যন্ত রেখা টান। ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ, কারণ (৫৩শ প্রতিজ্ঞার ২য় অনুমানানুসারে) অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ। সুতরাং খ গ রেখার উপর অঙ্কিত খ গ ড ট বর্গক্ষেত্র চ ক খ গ ও ক ঝ ট গ বর্গ ক্ষেত্রের অন্তরের সমান।

৮৭তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কতিপয় বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ, ক গ দুইটী অসীম রেখাকে ক স্থানে সমকোণ করিয়া অঙ্কিত কর। ক খ হইতে নির্দ্দিষ্ট অন্যতর বর্গের একটী ভুজ তুল্য এক ভাগ ক চ কাটিয়া লও। ক গ হইতেও এক নির্দ্দিষ্ট

অপর বর্গের ভুজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর, যথা ক ছ। চ, ছ ছেদ বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত কর; চ ছ-র বর্গ ক চ ও ক ছ-র বর্গের সমষ্টির সমান; পুনশ্চ ক খ হইতে চ ছ-র তুল্য এক অংশ ছেদ কর, যথা ক খ; পরে ক গ-হইতে তৃতীয় বর্গের ভুজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর, যথা ক গ। খ, গ সংযুক্ত কর, এইরূপে খ গ-র বর্গ নির্দ্দিষ্ট তিনটী বর্গের সমান। এই রূপে ৪, ৫ ও ততোধিক বর্গের সমষ্টি তুল্য বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত হইতে পারে।

অতিরিক্ত প্রতিজ্ঞা।

১। ভূমি ও ভূমিসংলগ্ন একটী কোণ এবং ভূমির উপর পতিত লম্বের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

২। এমত একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার উন্নতিপরিমাণ ভূমির সহিত সমান হইবে।

৩। এমত একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার প্রত্যেক ভুজ ভূমির দ্বিগুণ হইবে।

৪। কোন সমদ্বিবাহু ত্র্যস্রের ভূমি এবং শীর্ষ কোণের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ঐ ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

৫। একটী অসীম সরল রেখায় এমত একটী বিন্দু নির্দ্দেশ কর যাহা দুইটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে সমদূর হইবে।

৬। এমত একটী সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার কর্ণ রেখা ভূমির দ্বিগুণ হইবে।

৭। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে কর্ণ রেখার স্বরূপ করিয়া একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর।

৮। কোন আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ ও একটী বাহুর পরিমাণ জানা আছে ঐ ক্ষেত্র কি রূপে অঙ্কিত করিতে হইবে।

৯। কোন ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে রেখা পাত করিয়া ঐ ত্রিভুজকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর।

একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে ২, ৪, ৮, ১৬ প্রভৃতি সমান সমান খণ্ডে বিভক্ত কর।

১১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার অপর দুই ভুজের সমষ্টি জ্ঞাত আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১২। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার অপর দুই ভুজের অন্তর জানা আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১৩। যদি সমকোণিক ত্রিভুজের কোন ভুজাকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত করিয়া কর্ণের উপর লম্ব পাত কর, তাহা হইলে কর্ণের খণ্ডদ্বয়ের বর্গের অন্তর অপর ভুজটীর বর্গের তুল্য হইবে।

১৪। সমকোণিক ত্রিভুজের ভুজদ্বয়ের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজ দুইটী একত্র যোগে কর্ণের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের তুল্য হইবে।

১৫। সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণ হইতে কর্ণের মধ্য বিন্দু পর্য্যন্ত রেখা টানিলে ঐ রেখা কর্ণের অর্দ্ধাংশ তুল্য হইবে।

১৬। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এমত রূপে বিভক্ত কর যে, তাহার দুই খণ্ডের আয়ত কোন নির্দ্দিষ্ট আয়তের তুল্য হয়।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এবং কর্ণ-রেখার পরিমাণ জানা আছে ঐ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

১৭। এমত একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর যাহা অন্য দুই বর্গ ক্ষেত্রের তুল্য হইবে।

১৮। এক নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে এমত দুই অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে তাহাদের আয়ত তাহাদের অন্তরের চতুর্ভুজ তুল্য হয়।

১৯। এমত একটী সমকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যাহা এক নির্দ্দিষ্ট সমচতুর্ভুজের সমান হয়, এবং যাহার দুই সংলগ্ন বাহুর অন্তর এক নির্দ্দিষ্ট রেখার তুল্য হয়।

২০। এমত একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে যাহা তত্তুল্য উন্নত এবং সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের সমান হয়।

২১। এক নির্দ্দিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান এক সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২২। এমত এক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যাহার ক্ষেত্রফল এবং পরিমিতি যথা ক্রমে এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এবং পরিমিতির তুল্য হয়।

২৩। এক নির্দ্দিষ্ট সামিবৃত্তমধ্যে সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৪। কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের মধ্যে এক নির্দ্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সমান এক তুল্যকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৫। একটী নির্দ্দিষ্ট সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজের মধ্যে সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৬। একটী নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের স্পর্শনী টানিতে হইবে যাহা কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান্তরাল হয়।

২৭। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভিতরে এবং বাহিরে দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বহির্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের অর্দ্ধেকের সমান হইবে।

২৮। একটী সরল রৈখিক কোণকে ২,৪,৮ ১৬ প্রভৃতি সমান খণ্ডে ভাগ কর।

২৯। একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু দিয়া এমত একটী রেখা টান যাহা একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সহিত সংযুক্ত হইলে ৪৫° পরিমিত একটী কোণ উৎপন্ন হয়।

৩০। সমকোণকে ত্রিখণ্ড অর্থাৎ তিন সমান সমান ভাগে বিভক্ত কর।

৩১। একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু দিয়া রেখা টানিয়া একটী সমান্তরাল ক্ষেত্রকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত কর।

৩২। একটী সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের মধ্যে বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

৩৩। ত্রিভুজের কোন বাহু অন্য দুই বাহুর অন্তর হইতে অধিক।

৩৪। সমান্তরাল চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ভাগে দ্বিখণ্ডিত হইয়া থাকে।

৩৫। বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান অংশে দ্বিখণ্ডিত হইয়া লম্ব ভাবে অবস্থিতি করে ও তদ্দ্বারা বর্গ ক্ষেত্রটী চারিটী সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয়।

৩৬। যে রেখা সমান্তরাল ক্ষেত্রের কর্ণকে সমান ভাগে দ্বিখণ্ডিত করে, সে ঐ ক্ষেত্রকেও সমান অংশে দ্বিভাগ করিবে।

৩৭। ক খ, গ ঘ, চ ছ ও জ ঝ চারিটী নির্দ্দিষ্ট রেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

৩৮। একটী সমানকোণিক ত্রিভুজের মধ্যে একটী সমানকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। অন্তর্গত ত্রিভুজটী যে আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশের একাংশ তাহা প্রমাণ কর।

৩৯। একটী ত্রিভুজের কোন বাহুর কোন বিন্দু হইতে রেখা টানিয়া ঐ ত্রিভুজকে সমান দুই ভাগে বিভাগ করিতে হইবে।

৪০। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রে কোন একটী কোণ হইতে রেখা টানিয়া ঐ রেখাদ্বারা ক্ষেত্রকে সমদ্বিখণ্ড করিতে হইবে।

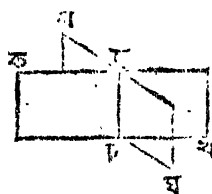
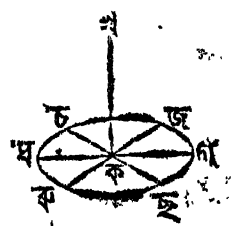
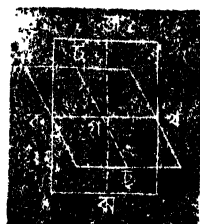
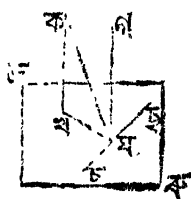
৪১। কোন সরল রৈখিক ক্ষেত্রের তুল্য একটী রম্বস প্রস্তুত করিতে হইবে।

৪২। একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার ক্ষেত্রফল একটী নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল তুল্য ও যাহার ভূমি উক্ত নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের তুল্য।

৪৩। কোন ত্রিভুজের তিনটী ভুজকে তিন বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া যদি উক্ত বিন্দুত্রয় সংযুক্ত করা যায়, তবে মধ্যে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহা আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশ হইবে।

ঘনজ্যামিতি।

পরিভাষা।

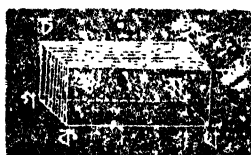
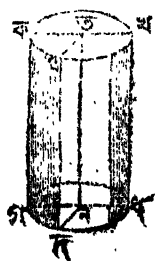
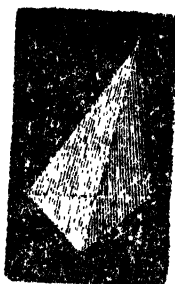
১। কখ ও গঘ দুইটী ধরাতল যদি চছ রেখাতে পরস্পর অবচ্ছেদিত হয়, তাহা হইলে ঐ রেখাকে সাধারণ খণ্ড কহে।

২। একটী ধরাতলের উপর যদি এমন একটী সরল রেখা টানা যায় যে, উহার মূল দেশ দিয়া ঐ ধরাতলে গত অপর রেখা টানা যাইবে তাহাদের প্রত্যেকের সহিত প্রথমোক্ত রেখার সংযোগে সমকোণ উৎপন্ন হয়, তাহা হইলে ঐ প্রথমোক্ত রেখাকে উক্ত ধরাতলের লম্ব কহা যায়। কখ একটী ঋজুরেখা চজগছঝঘ ধরাতলের উপর এরূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার মূল ক দিয়া উক্ত ধরাতলের উপরে কঘ, কচ, প্রভৃতি রেখা টানিলে যদি খকঘ, খকচ প্রভৃতি প্রত্যেকে সমকোণ হয় তাহা হইলে কখ উক্ত ধরাতলের লম্ব হইবে।

৩। ক খ যদি দুইটী ধরাতলের সাধারণ খণ্ড হয়, এবং চ ছ ও জ ঝ যদি ক খ রেখার উপর সমকোণ ভাবে অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে জ গ চ কোণই দুইটী ধরাতলের অবনতির মান হইবে।

৪। মনে কর, জ ঝ ধরাতলের উপর ক ঘ রেখা অবনত হইয়াছে, এইক্ষণে ক বিন্দু দিয়া জ ঝ ধরাতলের উপর লম্ব পাত করিয়া ঘ খ সংযুক্ত করিলে ক ঘ খ কোণই ক ঘ রেখার অবনতির মান হইবে।

৫। যে সকল ধরাতল এরূপ ভাবে সংস্থিত থাকে যে তাহাদের দুই দিক অবিশ্রান্ত বৃদ্ধি করিলে কোন দিকে পরস্পরের সহিত সংস্পর্শ হয় না, তাহারা সমান্তর ধরাতল।

৬। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ আছে তাহাকে ঘন বা নিটল বস্তু কহে।

৭। পহল নিটল বস্তু অর্থাৎ যে বস্তুর সীমাগুলি সমান্তরাল, সমান এবং সদৃশ সরলরৈখিক ক্ষেত্র; এবং যাহার পার্শ্বগুলি সমান্তরাল চতুর্ভুজ। পহলের দিকের সংখ্যানুসারে তাহার নামের নির্দ্দেশ হইয়া থাকে। যদি পহলের তিন দিক থাকে তবে তাহাকে ত্রিপহল কহে; চারি

দিক থাকিলে চৌপল বা চৌপহল, পাঁচ দিক থাকিলে পঞ্চপহল কহে, ইত্যাদি।

৮। চৌপল বস্তুর ছয়টী দিক প্রত্যেকে সমচতুর্ভুজ হইলে সমঘাতক ঘন ক্ষেত্র কহে।

৯। যে ঘন বস্তুর ৬টী আয়তাকার দিক আছে এবং প্রত্যেক সম্মুখস্থ দুই দিক সমান ও সমান্তরাল, তাহাকে সমকোণিক সমান্তরাল ঘন বা নিটোল বস্তু কহে।

১০। সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্র, একটী ভুজের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া একবার চতুর্দ্দিকে ঘূর্ণিত হইলে যে আকারটী হয় তাহার নাম স্তম্ভ। সমান ব্যাস বিশিষ্ট কতকগুলি বৃত্ত উপর্য্যুপরি স্থাপিত হইলে একটী স্তম্ভ হয়। গাছের গুঁড়ি, বাঁশ ও কুপের আকার স্তম্ভ।

১১। যাহার তলটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র বিশেষের আকারের ন্যায়, পৃষ্ঠগুলি ত্রিভুজের ন্যায়, এবং ঐ ত্রিভুজগুলির শৃঙ্গ একটী বিন্দুতে শেষ হইয়া একটী সূচীর আকার হইয়াছে তাহার নাম সকোণসূচী। সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্রের আকারানুসারে নামের নির্দ্দেশ হইয়া থাকে। যদি সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ত্রিকোণাকার হয়, তাহা হইলে ত্রিকোণাকার সকোণসূচী কহে, বর্গ হইলে চতুষ্কোণাকার সকোণসূচী কহে, ইত্যাদি।

১২। সমকোণ ত্রিভুজ, সমকোণপার্শ্ববর্ত্তী দুইটী ভুজের একটীর উপর দণ্ডায়মান হইয়া, আর একটীর চারিদিকে ঘূর্ণিত হইলে যে আকার হয় তাহার নাম সূচী। নৈবেদ্যের আকার সূচীর মত।

১৩। অর্দ্ধবৃত্ত আপন ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহার নাম বর্ত্তুল। কামানের গোলার আকার বর্ত্তুল, কদম ফুলের আকার বর্ত্তুল।

১৪। ঘন বস্তুর এক পার্শ্বের মধ্য হইতে অপর পার্শ্বের মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা কল্পনা করা যায় তাহাকে অক্ষদণ্ড কহে। সূচ্যগ্রকোণসূচীর শৃঙ্গ হইতে ভূমির মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহাকে তাহার অক্ষদণ্ড কহে। বর্ত্তুলের ব্যাস অর্থাৎ যে রেখাটী কেন্দ্রের মধ্য দিয়া গিয়া উভয়প্রান্তে সমাপ্ত হয় তাহাকে উহার অক্ষদণ্ড কহে।

১৫। ঘন বস্তুর শৃঙ্গ বা মস্তক হইতে ভূমিতে লম্ব পাত করিলে উহাকে উহার উন্নতি কহে।

১৬। কোন সংকোণসূচী, বর্ত্তুল বা অন্য কোন ঘন বস্তুর ভূমিস্থ ক্ষেত্রের সমান্তরালে থাকিয়া যদি কোন সমতল ক্ষেত্র উক্ত বস্তুকে দুই ভাগে বিভক্ত করে তাহা হইলে ঐ ভাগদ্বয়কে খণ্ড কহে। এই খণ্ডদ্বয়ের উপরের খণ্ডটী যদি পরিত্যক্ত হয়, তাহা হইলে নিম্নের খণ্ডটীকে প্রকাণ্ড কহে।

১৭। কোন ঘন বস্তুর অন্তর্গত দুই সমান্তরাল সমতল ক্ষেত্রের মধ্যবর্ত্তী স্থানকে তাহার মণ্ডল কহে। ঐ সমতল ক্ষেত্র দুইটী যদি উক্ত ঘন বস্তুর কেন্দ্রের উভয় দিক হইতে সমান দূরে স্থাপিত হয় তাহা হইলে ঐ মণ্ডলকে মধ্যমণ্ডল কহে।

১৮। বৃত্ত খণ্ড আপন জ্যার উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহার নাম গোলাকার টক্রু।

ধরাতলিক ও ঘন জ্যামিতি সম্বন্ধীয় উপপাদ্য।

---

১ ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

জ ঝ ধরাতলে স্থিত ঘ চ ও গ খ দুইটী রেখার সম্পাত বিন্দু গ হইতে উক্ত দুই রেখার উপর লম্ব উত্তোলন করিলে ইহা জ ঝ ধরাতলেরও লম্ব হইবে।

গ বিন্দু দিয়া জ ঝ ধরাতলে আর একটী রেখা গ ট অঙ্কিত কর, গ ট রেখাতে স্থিত কোন বিন্দু ট দিয়া চ ট খ এরূপে টান যে ট খ, ট চ-র সমান হয়। এইক্ষণে খ চ গ ও খ চ ক ত্রিভুজে (ব্যবহারিক জ্যামিতির ৪০শ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ খ^2 + গ চ^2 = ২ গ ট^2 + ২ ট চ^2, ক খ^2 + ক চ^2 = ২ ক ট^2 + ২ ট চ^2; এই দুইটীর প্রথমটী দ্বিতীয় হইতে বিয়োগ করিলে ক খ^2 — গ খ^2 + ক চ^2 — গ চ^2 = ২ ক ট^2 — ২ গ ট^2; কিন্তু ক গ খ

ও ক গ চ সমকোণিক ত্রিভুজে, ক খ^2 — গ খ^2 = ক গ^2, এবং ক চ^2 — গ চ^2 = ক গ^2; ∴ ২ ক গ^2 = ২ ক ট^2 — ২ গ ট^2, এবং ∴ ক গ^2 = ক ট^2 — গ ট^2, বা

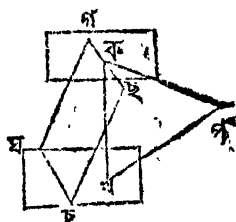
ক ট^2 = ক গ^2 + গ ট^2। সুতরাং ক গ ট একটী সমকোণিক ত্রিভুজ, এবং ক গ রেখা গ ট রেখার লম্ব।

অনুমান ১। প্রস্তাবিত উপপাদ্য দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে, কোন ধরাতলের উপর একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে কেবল একটী লম্ব অঙ্কিত হইতে পারে, এবং সেই লম্ব ঐ বিন্দু ও ধরাতলের লঘুতম দূরত্ব রেখা।

২। যদি ক গ রেখা গ খ, গ ট ও গ চ প্রত্যেক রেখার সহিত সমকোণ উৎপন্ন করে তবে এই তিনটী সরল রেখা একই ধরাতলে থাকিবে।

২য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখ একটী সরলরেখা যদি ইহা ক ও খ এই দুই ধরাতলের লম্ব হয় তাহা হইলে এই দুইটি ধরাতল সমান্তরাল হইবে।

যদি ক ও খ সমান্তরাল না হয়, তবে উহারা বৃদ্ধি পাইলে অবশ্য একদিকে সংলগ্ন হইবে। বৃদ্ধি পাইয়া প বিন্দুতে সংলগ্ন হউক, ক প ও খ প সংযুক্ত কর। যেহেতুক ক খ রেখা ক ও খ উভয় ধরাতলের উপর

লম্বভাবে আছে, প ক খ ও প খ ক প্রত্যেকে সমকোণ, অতএব ক প, খ প ধরাতলের সমান্তরাল যাহা কল্পনার বিপরীত, সুতরাং অসম্ভব এবং ক ও খ বৃদ্ধি পাইলে

কোন দিকেই সংলগ্ন হইবে না ও কাযে কাযেই সমান্তরাল।

অনুমান। ক খ রেখা ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতলের একটির লম্ব হইলে অপরটীরও লম্ব হইবে।

৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল গ ছ চ ঘ অপর একটী ধরাতল দ্বারা ছিন্ন হইলে, গ ছ ও ঘ চ ছেদ রেখা পরস্পর সমান্তরাল হইবে (পূর্ব্বপ্রতিকৃতি দেখ)।

যেহেতুক ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল বর্দ্ধিত হইলে কোন দিকে সংলগ্ন হইতে পারে না, গ ছ ও ঘ চ রেখা ঐ দুই ধরাতলে অবস্থিত বলিয়া ইহারাও বর্দ্ধিত হইলে সংলগ্ন হইতে পারে না, অতএব ইহারা সমান্তরাল।

৪র্থ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ রেখা জ বা ধরাতলের (৪ র্থ পরিভাষার প্রতিকৃতি দেখ) লম্ব হইলে, যে যে রেখা (যথা গ ঘ) ক খ রেখার সমান্তরাল করিয়া অঙ্কিত হইবে তাহারাও ঐ ধরাতলের লম্ব হইবে।

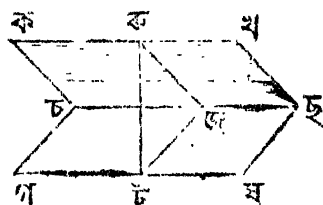
ক খ ও গ ঘ রেখা দিয়া একটী ধরাতল অঙ্কিত কর যাহা জ বা ধরাতলকে খ ঘ রেখাতে ছিন্ন করিবে, জ বা ধরাতলে চ ঝ রেখা গ ঘ রেখার লম্ব অঙ্কিত কর, এবং ক ঘ সংযুক্ত কর।

চ ছ রেখা ক খ গ ধরাতলের লম্ব, অতএব চ ঘ গ কোণ সমকোণ, কিন্তু গ ঘ খ কোণও সমকোণ, যেহেতু ক খ রেখা খ ঘ রেখার লম্ব এবং গ ঘ, ক খ-র সমান্তরাল। এইরূপে গ ঘ রেখা চ ঘ ও ঘ খ দুইটি রেখার লম্ব, অতএব এই রেখা জ ঝ ধরাতলেরও লম্ব।

অনুমান। ক খ ও গ ঘ দুইটি রেখা জ ঝ ধরাতলের লম্ব হইলে উহারা সমান্তরাল হইবে।

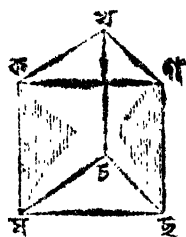
৫ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ও গ ঘ দুইটী রেখা চ ছ অপর একটী সরল রেখার সমান্তরাল হইলে তাহারাও পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

জ ঝ ট ধরাতল এরূপে অঙ্কিত কর যে উহা চ ছ রেখার লম্ব হয়। ক ঝ ও গ ট রেখা চ জ রেখার সমান্তরাল বলিয়া পূর্ব্বোক্ত উপপাদ্যের অনুমানানুসারে তাহারা পরস্পর সমান্তরালও হইবে।

৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ও ঘ চ ছ কোণদ্বয়ের যদি ক খ রেখা ঘ চ-র সমান্তরাল ও খ গ রেখা চ ছ-র সমান্তরাল হয়, তবে ক খ গ কোণ ঘ চ ছ কোণের সমান হইবে।

ক খ, ঘ চ-র সমান ও খ গ, চ ছ-র সমান করিয়া ক গ, ঘ ছ, ক ঘ, খ চ ও গ ছ সংযুক্ত কর।

ব্যবহারিক জ্যামিতির ২৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক খ চ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ অতএব ক ঘ= খ চ; এইরূপে খ গ ছ চ সমান্তরাল চতুর্ভুজ এবং গ ছ=খ চ। এইক্ষণে ক ঘ ও গ ছ প্রত্যেকে খ চ-র সমান্তরাল ও সমান বলিয়া (পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞানুসারে) ক ঘ, গ ছ-র সমান ও সমান্তরাল, সুতরাং ক গ ছ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ, এবং ঘ ছ=ক গ; অতএব ক খ গ ও ঘ চ ছ দুইটী ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে সমান এবং ∠কখগ= ∠ঘচছ।

৭ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য

যদি খ ঘ সরল রেখা চ ছ ধরাতলের উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান থাকে, তবে ঐ সরল রেখার উপর দিয়া যে ধরাতল গমন করিবে (যথা ক খ ঘ) তাহাও চ ছ ধরাতলের লম্ব হইবে।

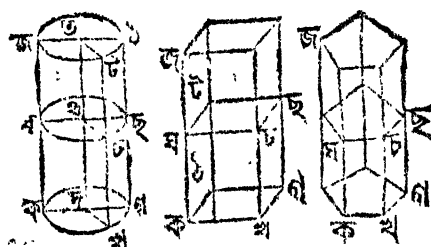
চ ছ ও ক খ দুইটী ধরাতলের ক ঘ রেখাতে সম্পাত হউক; চ ছ ধরাতলে ঘ গ রেখা ক ঘ-র লম্ব করিয়া টান; এইক্ষণে খ ঘ, চ ছ ধরাতলের লম্ব, এজন্য খ ঘ গ সমকোণ হইবে, এবং (৩য় পরিভাষানুসারে)

এই কোণ চ ছ ও ক খ ধরাতলের অবনতির মান; সুতরাং এই ধরাতলদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত হইয়াছে।

অনুমান। যদি ক খ ও গ খ দুইটী ধরাতল চ ছ একটী ধরাতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত হয়, তবে উক্ত দুই ধরাতলের সম্পাত রেখা খ গ, চ ছ ধরাতলের লম্ব হইবে।

---

৮ ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঙ পহলের ভূমির সমান্তরাল একটী ধরাতল যদি ঐ পহলকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে নূতন ধরাতলের উৎপত্তি হয়, তাহা পহলের ভূমির সমান হইবে।

চ ছ ঘ সমান্তরাল ধরাতল যদ্দ্বারা পহল ছেদিত হই-

য়াছে; ক খ গ ও চ ছ ঘ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল ক খ চ ঘ অপর একটী ধরাতল দ্বারা ছেদিত হইয়াছে, এজন্য (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ রেখা ক খ রেখার সমান্তরাল; এইরূপে চ ছ, ছ ট ও ট ঘ রেখা যথাক্রম খ গ, গ ঠ ও ঠক-র সমান্তরাল প্রতীত হইবে। অপর পহলের পরিভাষানুসারে উপলব্ধি হইতেছে যে, ক ঘ

ও খ চ পরস্পর সমান্তরাল; তন্নিমিত্ত ক খ চ ঘ সমান্তরাল চতুর্ভুজ, এবং (ব্যবহারিক জ্যামিতির ২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ = ক খ; এইরূপ চ ছ = খ গ, ছ ট = গ ঠ এবং ঘ ট = ক ঠ; অর্থাৎ ঘ চ ছ ও ক খ গ পরস্পর সমান্বাহুক পুনশ্চ (৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ ছ কোণ = ক খ গ কোণ, চ ছ ট কোণ = খ গ ঠ কোণ, ইত্যাদি। অতএব প্রতিপন্ন হইতেছে যে, ঘ চ ছ ধরাতল ক খ গ ভূমির সর্ব্বতোভাবে সমান।

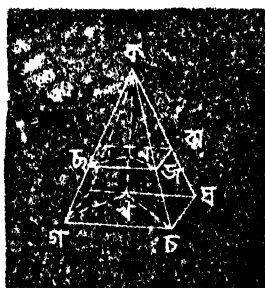
৯ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ঘ স্তম্ভের ভূমির সমান্তরাল একটী ধরাতল যদি ঐ স্তম্ভকে ছেদ করে, তবে ঐ ছেদনে যে ধরাতল উৎপন্ন হয় তাহা উক্ত ভূমির সমান একটী বৃত্ত হইবে।

ক গ ঠ জ ও খ ট ত দ দুইটী (পূর্ব্ব প্রতিজ্ঞার ১ম প্রতিকৃতি দেখ) ধরাতল ত দ মেরুদণ্ড দিয়া গমন করুক ও ঘ চ ছ ধরাতলকে চ, ছ, খবিন্দুতে ছেদ করুক; এইক্ষণে স্তম্ভের পরিভাষা দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে খ চ রেখা দ থ রেখার সমান্তরাল, এবং (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) খ চ, দ থ-র সমান্তরাল, অতএব খ চ থ দ সমান্তরাল চতুর্ভুজ এবং খ চ = দ থ, এইরূপে খ ছ, দ গ-র এবং খ ঘ, দ ক-র সমান প্রদর্শিত হইতে পারে। কিন্তু দ খ, ক খ গ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ সুতরাং ঘ চ ছ বৃত্তটীও ক খ গ বৃত্তের সমান।

১০ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ চ ঘ ক একটী সকোণসূচীর ভূমির সমান্তরাল কোন ধরাতল যদি ঐ সূচীকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে ধরাতল উৎপন্ন হয় তাহা ঐ ভূমির সদৃশ হইবে, এবং ভূমি উক্ত ছেদনজ ধরাতলের যত গুণ হইবে, শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ ছেদনজ ধরাতলের উপর পতিত লম্বের তত গুণ হইবে।

ছ জ ঝ ভূমির সমান্তরালে এক ধরাতল; ক ন খ একটী লম্ব রেখা ভূমি ও ঐ ধরাতলের উপর টানিয়া, জ ন ও চ খ সংযুক্ত কর। এইক্ষণে (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ছ জ ও গ চ পরস্পর সমান্তরাল এবং (৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) গ চ ঘ কোণ ছ জ ঝ কোণের সমান। এইরূপে ঘ কোণ ঝ কোণের সমান ইত্যাদি; অর্থাৎ ছ জ ঝ ছেদনজ ধরাতল গ চ ঘ ভূমির সহিত তুল্যকোণিক।

ক গ চ ও ক ছ জ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ : : গ চ : ছ জ।

এই রূপে ক চ ঘ ও ক জ ঝ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ : : চ ঘ : জ ঝ,

∴ গ চ : ছ জ : : চ ঘ : জ ঝ।

এই রূপে প্রদর্শিত হইতে পারে যে, ছ জ ঝ ধরাতলের সমুদায় বাহু গ চ ঘ ভূমির সবর্গীয় বাহুর সহিত অনুপাতীয়, এই জন্য ব্যবহারিক জ্যামিতির ৪৭শ প্রতিজ্ঞানুসারে, গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ঝ-র পরিমাণফল :: গ চ^২ : ছ জ^২।

কিন্তু গ চ : ছ জ :: ক চ : ক জ;

অপর ক খ চ ও ক ন জ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজে

ক চ : ক জ :: ক খ : ক ন,

∴ গ চ : ছ জ :: ক খ : ক ন, ইহার দুই পক্ষ বর্গ করিলে

গ চ^২ : ছ জ^২ :: ক খ^২ : ক ন^২,

∴ গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ঝ-র পরিমাণফল :: ক খ^২ : ক ন^২।

১১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

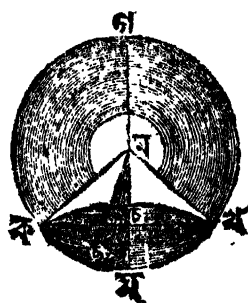
ক খ গ ঘ সূচীর ভূমির সমান্তরাল কোন ধরাতল যদি ঐ সূচীকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে ধরাতল উৎপন্ন হইবে তাহা একটী বৃত্ত হইবে। এবং ভূমি উক্ত ছেদনজ ধরাতলের যত গুণ হইবে, শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ ছেদনজ ধরাতলের উপর পতিত লম্বের তত গুণ হইবে।

যদি একটী সূচী অপর কোন ধরাতল দ্বারা এরূপে ছেদিত হয় যে, ঐ ধরাতলটী ঐ সূচীর কোন পৃষ্ঠের সমান্তরাল হয়, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে আকার উৎপন্ন হয় সেইটী ক্ষেপণীর আকার।

১২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বর্ত্তুলের কোন অংশ দিয়া যদি অপর কোন ধরাতল গমন করে, অথবা বর্ত্তুলকে যথেচ্ছা কাটিয়া দ্বিখণ্ড করা যায়, তাহা হইলে উভয় খণ্ডেরই ছেদমুখ গোলকাকৃতি অর্থাৎ বৃত্ত হইবে।

ক ঘ খ গ বর্ত্তুলের ক ছ খ ভাগটী ছেদ করা হইয়াছে এইক্ষণে বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম হইতে ক ছ খ ধরাতলের উপর ম চ লম্ব টান, তাহা হইলে গ ম চ ঘ বর্ত্তুলের মেরুদণ্ড হইবে। ম ক ঘ খ ও ম ছ ঘ দুইটী ধরাতল এই মেরুদণ্ড দিয়া গমন করুক। ক চ ম ও ছ চ ম দুইটী সমকোণিক ত্রিভুজে, মক, মছ প্রত্যেকে বর্ত্তুলের

ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান এবং মচ এই দুই ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, অতএব চ ক = চ ছ। এইরূপে অন্য কোন রেখা চ বিন্দু দিয়া ক ছ খ ছেদনজ ধরাতলে

পরিধি পর্য্যন্ত নিষ্কাশিত করিলে যে চ ক-র সহিত সমান হইবে তাহা প্রদর্শিত হইতে পারে; সুতরাং ক ছ থ এই ছেদনজ ধরাতলটী বৃত্ত ও ইহার ব্যাসার্দ্ধ চ ক।

১৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান ভূমি ও উন্নতিবিশিষ্ট পহল ও স্তম্ভ পরস্পর সমান।

মনে কর ৮ম প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতিতে পহল ও স্তম্ভ একই ধরাতলের উপর দণ্ডায়মান আছে, এবং ইহারা ইহাদের ভূমির সমান্তরাল ঘ চ ছ ধরাতল দ্বারা ছেদিত হইয়াছে। এইক্ষণে এই ছেদনজ ধরাতলগুলি প্রত্যেকে পরস্পরের সমান, কারণ (৮ম প্রতিজ্ঞানুসারে) তাহারা স্বকীয় ভূমির সহিত সমান। আর ভূমিদ্বয় যে পরস্পর সমান তাহা কল্পিত হইয়াছে। এইরূপে ইহাদের ভূমির সমান্তরালে অন্য কোন ধরাতল নিষ্কাশিত করিলে তাহারাও পরস্পর সমান হইবে। এইক্ষণে এই পহল ও স্তম্ভ অসংখ্য সূক্ষ্ম সমান খণ্ড বা ধরাতলবিশিষ্ট, এবং ইহাদিগের উভয়ের উন্নতি সমান বলিয়া ইহার একটীতে যতগুলি সূক্ষ্ম অংশ বা ধরাতল থাকিতে পারে অপরটীতেও ততগুলি ধরাতল থাকিবে, সুতরাং পহল ও স্তম্ভ সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নত হইলে যে পরস্পর সমান হইবে তাহা প্রতিপন্ন হইতেছে।

নিয়োগ।

যদি চ ছ জ ঝ আয়ত অর্থাৎ সমচতুষ্কোণ ধরাতল ক্ষেত্রের (৬০ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ) অন্তর্গত এক এক বর্গহাত পরিমিত ক্ষেত্রের উপর এক ঘনহাত পরিমিত এক একখানি ইষ্টক স্থাপিত করা যায়, তাহা হইলে যে ঘন ক্ষেত্রটী হইবে তাহা এক হাত উচ্চ হইবে; এবং তাহার তলস্থ সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্রে যতগুলি বর্গহাত আছে উক্ত ঘনক্ষেত্রের মধ্যে ততগুলি ঘনহাত হইবে। যদি ঐ ইষ্টকের স্তরের উপর ঐরূপ আর একটী স্তর স্থাপন করা যায়, তাহা হইলে সমুদায় ঘনক্ষেত্রটী ২ রৈখিক হাত উচ্চ হইবে এবং তাহার তলে যতগুলি বর্গহাত আছে উহার মধ্যে তাহার ২ গুণ ঘনহাত হইবে। ঐরূপে উহা ৩ হাত উচ্চ হইলে তলে যতগুলি বর্গহাত, উহার মধ্যে তাহার ৩ গুণ ঘনহাত হইবে ইত্যাদি। সুতরাং কোন সমকোণিক ঘনক্ষেত্র যত রৈখিক হাত উচ্চ হইবে তাহার তলস্থ ক্ষেত্রের বর্গহাতের সংখ্যাকে তত গুণ করিলে গুণফল উক্ত ঘনক্ষেত্রের অন্তর্গত ঘনহাতের সংখ্যা অর্থাৎ তাহার কালি হইবে। এইক্ষণে তলস্থ বর্গ ক্ষেত্রটীর কালি নির্ণয় করিতে হইলে তাহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণ করিতে হয়, সুতরাং ঘনক্ষেত্রটীর ঘনফল অর্থাৎ কালি স্থির করিতে হইলে তাহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা এই তিনকে গুণ করিতে হয়।

দুইটী ধরাতলের উপর ঘ ঝ ট লম্ব নিষ্কাশিত কর, আর থ দ ধ ও ঠ ড ণ দুইটী ধরাতলের উপর প ন ফ লম্ব নিষ্কাশিত কর। এইক্ষণে ঘ ট = প ফ, সুতরাং ঘ ঝ = প ন। কিন্তু ১০ম ও ১১শ প্রতিজ্ঞানুসারে,

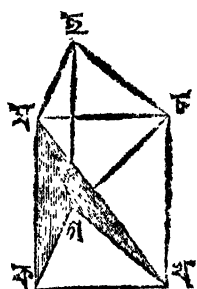
কখগ-র পরিমাণফল ঃ চছজ-র পরিমাণফল ঃঃ ঘ ট^2 ঃ ঘ ঝ^2, এবং ঠ ড ণ-র পরিমাণফল ঃ থ দ ধ-র পরিমাণফল ঃঃ প ফ^2 প ন^2,

∴ ক খ গ-র পরিমাণফল ঃ চ ছ জ-র পরিমাণফল ঃঃ ঠ ড ণ-র পরিমাণফল ঃ থ দ ধ-র পরিমাণ ফল; কিন্তু কখগ-র পরিমাণফল ঠ ড ণ-র পরিমাণফলের সহিত সমান কল্পিত হইয়াছে; অতএব চ ছ জ-র পরিমাণফল = থ দ ধ-র পরিমাণফল। এইরূপে ইহাদের ভূমির সমান্তরালে অন্য কোন ধরাতল গমন করিলে তাহারাও সমান হইবে। অতএব এই সকোণসূচীগুলি এই সকল সমান সমান্তরাল ধরাতলবিশিষ্ট বলিয়া ইহারা পরস্পর সমান।

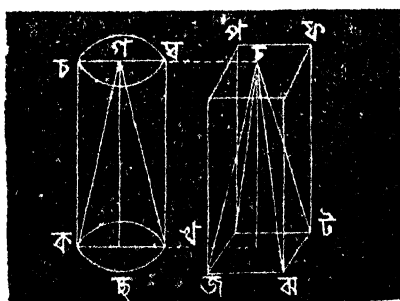
১৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যে সকল সকোণসূচীর ভূমি ত্রিকোণাকার তাহারা সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ।

ক খ গ ও ঘ চ ছ পহলের দুই পার্শ্ব। মনেকর যে খ গ ঘ ও ঘ গ চ দুই ধরাতল এই পহলের মধ্য দিয়া গমন করিয়াছে, তাহা হইলে পহলটী তিনটী সকোণসূচীতে বিভক্ত হইয়াছে এমন প্রতীত হইবে।

পূর্ব্বপ্রতিজ্ঞানুসারে ক খ গ ঘ ও খ চ ঘ গ সকোণসূচীদ্বয় ক খ ঘ ও খ চ ঘ সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হওয়াতে পরস্পর সমান। এইরূপে ক খ ঘ গ ও ঘ ছ চ গ সকোণসূচীদ্বয় ক খ গ ও ঘ ছ চ সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট বলিয়া তাহারাও পরস্পর সমান; সুতরাং ক খ গ ঘ সকোণসূচী, ক খ গ ছ পহলের এক তৃতীয়াংশ।

অনুমান। সূচী ও স্তম্ভ অথবা পহল যদি এক ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে সূচী স্তম্ভ বা পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ হইবে।

ইতিপূর্ব্বে প্রদর্শিত হইয়াছে যে, ক খ ঘ চ স্তম্ভ ও জ ঝ ট প পহল এবং ক খ গ সূচী ও জ ঝ ট চ সকোণ-

সূচী সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতি বিশিষ্ট হইলে পরস্পর সমান হয়। কিন্তু জ ঝ ট চ

সকোণসূচী জ ঝ ট ফ প পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ. সুতরাং ক খ গ সূচী ও জ ঝ ট প পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ।

নিয়োগ।

পূর্ব্বোক্ত প্রতিজ্ঞা হইতে সূচী বা সকোণসূচীর ঘনফল স্থির করিবার যুক্তিটী উৎপন্ন হইয়াছে; যথা, ভূমির ক্ষেত্রফল উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া তাহার তৃতীয়াংশের একাংশ লইলেই ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে সূচীর তলস্থ ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৬ বর্গফুট ও উচ্চতা ৭ ফুট তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪ ঘনফুট।

২। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৩ ফুট ভুজবিশিষ্ট সমচতুর্ভুজ ও উচ্চতা ৮ ফুট তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ২৪ ঘনফুট।

---

১৬ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বর্ত্তুল স্তম্ভের অন্তর্গত হইলে উহা স্তম্ভের তৃতীয়াংশের একাংশ হয়।

গ ঠ ঘ ট বর্ত্তুল ও ইহার বেষ্টনকারী স্তম্ভ খ চ ছ ক এবং ক ছ ম সূচী যাহার শীর্ষ বিন্দু বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম বিন্দুতে লগ্ন হইয়াছে। ঘ গ রেখা ইহাদের মেরুদণ্ড হউক। খ চ ভূমির সমান্তরাল জ ঝ একটী ধরাতল উক্ত তিনটী নিটন বস্তু ছেদ করিয়া গমন করুক। ইহা স্তম্ভকে জ বিন্দুতে, বর্ত্তুলকে ত বিন্দুতে ও সূচীকে থ বিন্দুতে.

স্পর্শ করিতেছে; এই বিন্দুগুলি হইতে বর্ত্তুলের কেন্দ্র ম বিন্দু পর্য্যন্ত রেখা টান এবং ম বিন্দু দিয়া খ চ-র সমান্তরাল ট ম ঠ রেখা টান।

ক ঘ ম ও খ দ ম সদৃশ ত্রিভুজে, কঘ : ঘম :: খদ : দম; কিন্তু ঘম = কঘ, ∴ মদ = খদ।

পুনশ্চ, ম দ ত সমকোণিক ত্রিভুজে মত² = তদ² + মদ², কিন্তু মত = জদ, এবং মদ = খদ, ∴ জদ² = তদ² + খদ²। এইক্ষণে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৮ প্রতিজ্ঞানুসারে,

ন × জদ² = ন × তদ² + ন × খদ², অর্থাৎ জদ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = তদ বৃত্তের ক্ষেত্রফল + খদ বৃত্তের ক্ষেত্রফল; অতএব স্তম্ভের খণ্ড, বর্ত্তুল ও সকোণসূচীর সবর্গীয় খণ্ডের সমষ্টি তুল্য। এখন জদ ছেদকের সমান্তরাল যত ছেদক অঙ্কিত করা যাইবে সকলেরই বেলা এই রূপ হইবে; সুতরাং সামিস্তম্ভ ট ছ, সামিবর্ত্তুল ট ঘ ঠ ও সকোণসূচী ক ছ ম-র সমষ্টি তুল্য, কিন্তু ক ছ ম সকোণসূচী, ট ছ সামিস্তম্ভের এক তৃতীয়াংশ; ∴ সামিস্তম্ভ ট ছ = সামিবর্ত্তুল ট ঘ ঠ + ⅓ সামিস্তম্ভ ট ছ; ∴ ⅔ সামিস্তম্ভ ট ছ = সামিবর্ত্তুল টঘঠ। এবং সমান বস্তুর দ্বিগুণও সমান, কাজে কাজেই,

⅔ স্তম্ভ খ চ ছ ক = ট ঘ ঠ গ বর্ত্তুল।